

Géométrie dynamique

SABC est une pyramide à base triangulaire telle que :

- $AB = 4$ cm et $AC = 3$ cm ;
- la base ABC est un triangle rectangle en A ;
- la hauteur [SA] de la pyramide est de 4 cm.

Le point M est le milieu de l'arête [SA].

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis cette pyramide.

Tu vérifieras progressivement, à l'aide du logiciel, les résultats des questions suivantes.

b. Calcule le volume de la pyramide.

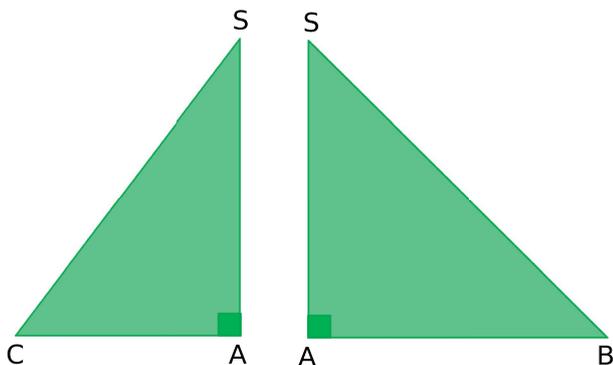
$$V_{SABC} = A_{\text{base}} \times \text{hauteur} / 3$$

$$V_{SABC} = (AB \times AC / 2) \times SA / 3$$

$$V_{SABC} = (4 \times 3 / 2) \times 4 / 3$$

$$V_{SABC} = 8 \text{ cm}^3$$

c. Dessine en vraie grandeur les faces SAC et SAB.



d. Calcule les longueurs SB et SC.

SAC est un triangle rectangle en A donc d'après le théorème de Pythagore, on a : $SC^2 = AS^2 + AC^2$

$$SC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \text{ donc } SC = 5 \text{ cm.}$$

SAB est un triangle rectangle en A donc d'après le théorème de Pythagore, on a : $SB^2 = AS^2 + AB^2$

$$SB^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32 \text{ donc } SB \approx 5,7 \text{ cm.}$$

e. Calcule la mesure des angles \widehat{ASC} et \widehat{ASB} .

ASB est rectangle

isocèle en A donc :

$$ASB = 45^\circ$$

Le triangle ASC est

rectangle en A donc :

$$\tan ASC = \frac{AC}{SA}$$

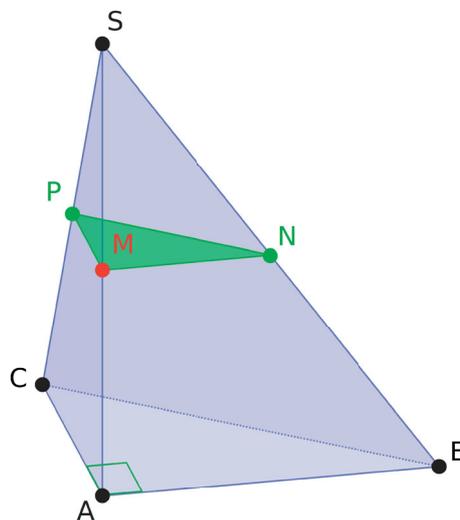
$$\tan ASC = \frac{3}{4}$$

$$ASC = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) \approx 37^\circ$$

On considère la section de la pyramide par le plan parallèle à la base, et passant par le point M.

f. Construis cette section avec le logiciel. Nomme N le point d'intersection de cette section avec l'arête [SB], et P le point d'intersection de cette section avec l'arête [SC].

g. Dessine cette section sur la figure ci-dessous.



h. Calcule SN, MN, SP et MP.

Dans le triangle SAB, $M \in [SA]$, $N \in [SB]$ et

$(MN) \parallel (AB)$. D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{MN}{AB} \text{ soit } \frac{2}{4} = \frac{SN}{5,7} = \frac{MN}{4}$$

$$\text{donc } SN = 2 \times 5,7 \div 4 = 2,85 \text{ cm}$$

$$\text{et } MN = 2 \times 4 \div 4 = 2 \text{ cm}$$

Dans le triangle SAC, $M \in [SA]$, $P \in [SC]$ et

$(MP) \parallel (AC)$. D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{SM}{SA} = \frac{SP}{SC} = \frac{MP}{AC} \text{ soit } \frac{2}{4} = \frac{SP}{5} = \frac{MP}{3}$$

$$\text{donc } SP = 2 \times 5 \div 4 = 2,5 \text{ cm}$$

$$\text{et } MP = 2 \times 3 \div 4 = 1,5 \text{ cm}$$

i. Calcule le volume de la pyramide SMNP et compare le résultat obtenu avec le volume de la pyramide initiale.

$$V_{SMNP} = A_{\text{base}} \times \text{hauteur} / 3$$

$$V_{SMNP} = (MN \times MP / 2) \times SM / 3$$

$$V_{SMNP} = (2 \times 1,5 / 2) \times 2 / 3 = 1 \text{ cm}^3$$

$$V_{SMNP} = V_{SABC} \div 8$$