

1 Arthur vide sa tirelire et constate qu'il possède 21 billets. Il a des billets de 5 € et des billets de 10 € pour une somme totale de 125 €. Combien de billets de chaque sorte possède-t-il ?

On note x le nombre de billets de 5 €.

$21 - x$ représente le nombre de billets de 10 €

$$5x + (21 - x) \times 10 = 125$$

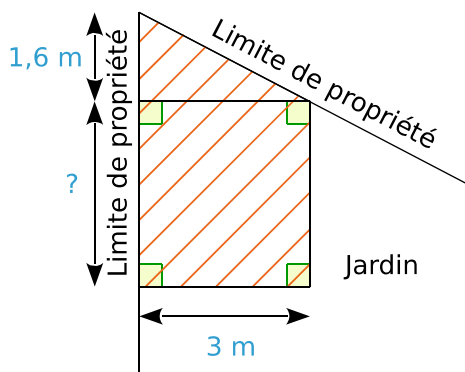
$$5x + 210 - 10x = 125$$

$$5x = 85$$

$$x = 17$$

Il possède 17 billets de 5 € et 4 billets de 10 €.

2 Paul veut construire un garage dans le fond de son jardin. Sur le schéma ci-dessous, la partie hachurée représente le garage positionné en limite de propriété.



Les longueurs indiquées (1,6 m et 3 m) sont imposées ; la longueur marquée par un point d'interrogation est variable.

Sachant que la surface du garage ne doit pas dépasser 20 m², quelle valeur maximale peut-il choisir pour cette longueur variable ?

L'aire du triangle est : $(1,6 \times 3) \div 2 = 2,4 \text{ m}^2$.

Soit x la longueur cherchée. L'aire du rectangle

est : $3x \text{ m}^2$. On doit donc résoudre :

$$3x + 2,4 \leq 20$$

$$\text{soit } 3x \leq 17,6 \text{ donc } x \leq \frac{17,6}{3}$$

La valeur maximale qu'il peut choisir est $\frac{17,6}{3} \text{ m}$.

3 Le professeur choisit trois nombres entiers relatifs consécutifs rangés dans l'ordre croissant. Leslie calcule le produit du troisième nombre par le double du premier. Jonathan calcule le carré du deuxième nombre, puis il ajoute 2 au résultat obtenu.

a. Leslie a écrit le calcul suivant : $11 \times (2 \times 9)$. Jonathan a écrit le calcul suivant : $10^2 + 2$.

• Effectue les calculs de Leslie et Jonathan.

$$\text{Leslie : } 11 \times (2 \times 9) = 11 \times 18 = 198$$

$$\text{Jonathan : } 10^2 + 2 = 102$$

• Quels sont les trois entiers choisis par le professeur ?

Les trois entiers sont 9, 10 et 11.

Le professeur choisit maintenant trois nouveaux entiers. Leslie et Jonathan obtiennent alors tous les deux le même résultat.

b. Le professeur a-t-il choisi 6 comme deuxième nombre ?

$$7 \times (2 \times 5) = 70 \text{ alors que } 6^2 + 2 = 38.$$

Le professeur n'a donc pas choisi 6 comme

deuxième nombre.

c. Le professeur a-t-il choisi - 7 comme deuxième nombre ?

$$- 6 \times (2 \times (- 8)) = 96 \text{ et } (- 7)^2 + 2 = 51$$

Le professeur n'a donc pas choisi - 7 comme

deuxième nombre.

d. Arthur prétend qu'en prenant pour inconnue le deuxième nombre entier (qu'il appelle n), l'équation $n^2 = 4$ permet de retrouver le ou les nombres choisis par le professeur.

A-t-il raison ? Justifie ta réponse en expliquant comment il a trouvé cette équation, puis donne les valeurs possibles des entiers choisis.

Soit n le deuxième nombre entier alors les trois

nombres sont $n - 1$, n et $n + 1$.

On doit donc résoudre :

$$(n + 1) \times 2 \times (n - 1) = n^2 + 2$$

$$\text{soit } 2(n^2 - 1) = n^2 + 2$$

$$\text{soit } 2n^2 - 2 = n^2 + 2$$

$$\text{soit } n^2 = 4$$

$$\text{donc } n = 2 \text{ ou } n = - 2$$

Les entiers consécutifs sont donc 1, 2, 3,

et - 3, - 2, - 1.