

1 Léa pense qu'en multipliant deux nombres impairs consécutifs (c'est-à-dire qui se suivent) et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

Étude d'un exemple 5 et 7 sont deux nombres impairs consécutifs.

a. Calcule $5 \times 7 + 1$.

$$5 \times 7 + 1 = 35 + 1 = 36$$

b. Léa a-t-elle raison pour cet exemple ?

36 = 4 × 9. Oui, car 36 est un multiple de 4.

Tableur Le tableau ci-dessous montre le travail qu'elle a réalisé dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
1		Nombre impair	Nombre impair suivant	Produit	Résultat obtenu
2	x	2x+1	2x+3	(2x+1)(2x+3)	(2x+1)(2x+3)+1
3	0	1	3	3	4
4	1	3	5	15	16
5	2	5	7	35	36
6	3	7	9	63	64
7	4	9	11	99	100
8	5	11	13	143	144
9	6	13	15	195	196
10	7	15	17	255	256
11	8	17	19	323	324
12	9	19	21	399	400

c. D'après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier nombre impair 17 ?

324 (case E11)

2 **Tableur** Tom doit calculer $3,5^2$. « Pas la peine de prendre la calculatrice, lui dit Julie, tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25. »

a. Effectue le calcul proposé par Julie et vérifie que le résultat obtenu est bien le carré de 3,5.

$$3 \times 4 + 0,25 = 12 + 0,25 = 12,25 \text{ et } 3,5^2 = 12,25.$$

b. Propose une façon simple de calculer $7,5^2$ et donne le résultat.

$$7,5^2 = 7 \times 8 + 0,25 = 56 + 0,25 = 56,25$$

c. Julie propose la conjecture suivante : $(n + 0,5)^2 = n(n + 1) + 0,25$ où n est un nombre entier positif. Utilise un tableur pour compléter le tableau ci-dessous.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$(n + 0,5)^2$	2,25	6,25	12,25	20,25	30,25	42,25	56,25	72,25	90,25	110,25
$n(n + 1) + 0,25$	2,25	6,25	12,25	20,25	30,25	42,25	56,25	72,25	90,25	110,25

Que dire de la conjecture de Julie ? Elle semble vraie !

d. Prouve que la conjecture de Julie est vraie (quel que soit le nombre n).

$$n(n + 1) + 0,25 = n^2 + n + 0,25 \text{ et } (n + 0,5)^2 = n^2 + n + 0,25$$

Pour tout nombre n , on a bien : $(n + 0,5)^2 = n(n + 1) + 0,25$

d. Montre que cet entier est un multiple de 4.

$$324 = 4 \times 81$$

e. Deux des quatre formules ci-dessous ont pu être saisies dans la cellule D3. Lesquelles ?

Aucune justification n'est attendue.

Formule 1 : $= (2 * A3 + 1) * (2 * A3 + 3)$

Formule 2 : $= (2 * B3 + 1) * (2 * C3 + 3)$

Formule 3 : $= B3 * C3$

Formule 4 : $= (2 * D3 + 1) * (2 * D3 + 3)$

Les formules 1 et 3 ont pu être saisies dans la cellule D3.

Étude algébrique

f. Développe puis réduis l'expression : $(2x + 1)(2x + 3) + 1$.

$$A = (2x + 1)(2x + 3) + 1.$$

$$A = (4x^2 + 2x + 6x + 3) + 1$$

$$A = 4x^2 + 8x + 4$$

g. Montre que Léa avait raison.

$$A = 4x^2 + 8x + 4$$

$$A = 4 \times x^2 + 4 \times 2x + 4 \times 1$$

$A = 4 \times (x^2 + 2x + 1)$. A est un multiple de 4.