

1 Développe puis réduis chaque expression.

$$A = (y + 2)(y - 2) \qquad D = (4 + 2x)(4 - 2x)$$

$$A = y^2 - 2^2 \qquad D = 4^2 - (2x)^2$$

$$A = y^2 - 4 \qquad D = 16 - 4x^2$$

$$B = (7 + x)(7 - x) \qquad E = (6y - 5)(6y + 5)$$

$$B = 7^2 - x^2 \qquad E = (6y)^2 - 5^2$$

$$B = 49 - x^2 \qquad E = 36y^2 - 25$$

$$C = (3 + 10x)(10x - 3) \qquad F = (8y - 1)(8y + 1)$$

$$C = (10x)^2 - 3^2 \qquad F = (8y)^2 - 1^2$$

$$C = 100x^2 - 9 \qquad F = 64y^2 - 1$$

2 a. Développe puis réduis l'expression : $(2n + 5)(2n - 5)$ où n est un nombre quelconque.

$$(2n + 5)(2n - 5) = (2n)^2 - 5^2$$

$$(2n + 5)(2n - 5) = 4n^2 - 25$$

b. En utilisant la question **a**, calcule 205×195 .

$$\text{Pour } n = 100, 4n^2 - 25 = 40000 - 25 = 39\,975$$

$$\text{Donc } 205 \times 195 = 39\,975$$

3 Calcule astucieusement sans calculatrice.

a. 54×46

$$(50 + 4)(50 - 4)$$

$$= 50^2 - 4^2$$

$$= 2500 - 16$$

$$= 2484$$

b. 103×97

$$(100 + 3)(100 - 3)$$

$$= 100^2 - 3^2$$

$$= 10000 - 9$$

$$= 9991$$

4 a. Prouve que l'expression $(n - 1)(n + 1) + 1$, où n est un entier, est toujours égale au carré d'un entier.

$$(n - 1)(n + 1) + 1 = n^2 - 1^2 + 1 = n^2$$

b. En utilisant la question **a**, calcule $99 \times 101 + 1$.

$$\text{Pour } n = 100,$$

$$(n - 1)(n + 1) + 1 = n^2 = 100^2 = 10000$$

5 On considère le programme de calcul :

- Choisis un nombre.
- Calcule son double.
- Soustrais 1.
- Calcule le carré du résultat obtenu.
- Soustrais 64.

a. Montre que, si on choisit 4 comme nombre de départ, on obtient - 15.

$$4 \times 2 = 8$$

$$8 - 1 = 7$$

$$7^2 = 49 \text{ puis } 49 - 64 = -15$$

b. Si on appelle x le nombre de départ, écris une expression qui traduit le programme.

$$2x \text{ puis } 2x - 1$$

$$(2x - 1)^2$$

$$(2x - 1)^2 - 64 \quad \text{L'expression est : } (2x - 1)^2 - 64.$$

c. On considère $G = (2x - 1)^2 - 64$. Factorise G .

$$G = (2x - 1)^2 - 64 = (2x - 1)^2 - 8^2$$

$$G = (2x - 1 - 8)(2x - 1 + 8)$$

$$G = (2x - 9)(2x + 7)$$

d. Pour chaque valeur de x , calcule la valeur de G , en précisant l'expression de la question **c** utilisée.

• $x = 0$: On utilise $G = (2x - 9)(2x + 7)$

$$\text{Pour } x = 0, G = (-9)(+7) = -63$$

• $x = \frac{1}{2}$: On utilise $G = (2x - 1)^2 - 64$

$$\text{Pour } x = \frac{1}{2}, G = 0 - 64 = -64$$

• $x = -\frac{7}{2}$: On utilise $G = (2x - 9)(2x + 7)$

$$\text{Pour } x = -\frac{7}{2}, G = (2(-\frac{7}{2}) - 9)(0) = 0$$

• $x = \frac{9}{2}$: On utilise $G = (2x - 9)(2x + 7)$

$$\text{Pour } x = \frac{9}{2}, G = (0)(2(\frac{9}{2}) + 7) = 0$$