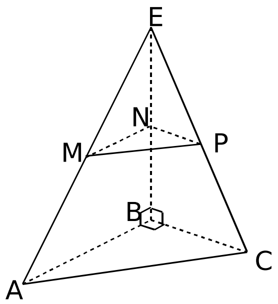
Fiche 7 : construire des sections de solides (2)

1 EABC est un tétraèdre tel que AB = 12 cm ; BC = 8 cm et BE = 16 cm.

MNP est la section de la pyramide par un plan, parallèle à la base, passant par le point N de [EB] tel que EN = 6,4 cm.



a. Quelle est la nature du triangle MNP ?

Le triangle MNP est de la même nature que ABC, soit un triangle rectangle en N.

b. Calcule la valeur exacte de MN.

Les droites (MA) et (NB) sont sécantes en E et (MN) est parallèle à (AB) donc, d'après le théorème de Thales, on a : $\frac{EM}{EA} = \frac{EN}{EB} = \frac{MN}{AB}$

Donc $\frac{6,4}{16} = \frac{MN}{12}$,

d'où MN = $\frac{12 \times 6,4}{16}$ = 4,8 cm.

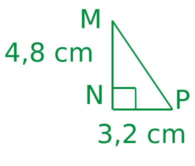
c. Calcule la valeur exacte de NP.

Les droites (PC) et (NB) sont sécantes en E et (PN) est parallèle à (BC) donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{EN}{EB} = \frac{EP}{EC} = \frac{PN}{BC}$

Donc $\frac{PN}{8} = \frac{6,4}{16}$,

d'où PN = $\frac{8 \times 6,4}{16}$ = 3,2 cm.

d. Trace le triangle MNP en vraie grandeur.



e. Calcule la valeur exacte de MP.

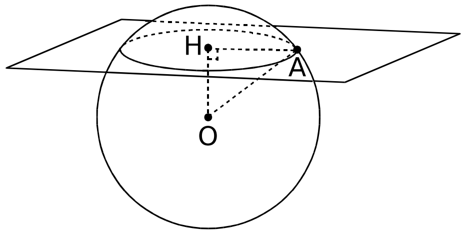
MNP est un triangle rectangle en N donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$MN^2 + NP^2 = MP^2$; soit $MP^2 = 4,8^2 + 3,2^2 = 33,28$

MP > 0 donc MP = $\sqrt{33,28}$ cm.

2 *Section d'une sphère*

On réalise la section de la sphère, de centre O et de rayon OA = 7 cm, par un plan représenté ci-contre.



a. Quelle est la nature de cette section ?

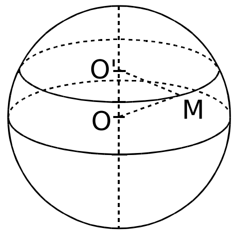
La section est un cercle de centre H.

b. Calcule la valeur exacte du rayon HA de cette section, sachant que OH = 4 cm.

HOA est un triangle rectangle en H donc, d'après le théorème de Pythagore, on a : $HO^2 + HA^2 = OA^2$

$HA^2 = 7^2 - 4^2 = 49 - 16 = 33$ donc HA = $\sqrt{33}$

3 On réalise la section d'une sphère, de centre O et de rayon 4 cm, par un plan passant par le point O' situé à 2 cm de O.



a. M étant un point de la section, quelle est la nature du triangle OO'M ?

Le triangle OO'M est un triangle rectangle en O'.

b. Calcule la valeur exacte du rayon de la section, puis donne la valeur arrondie au millimètre.

Le triangle OO'M est rectangle en O' donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$OO'^2 + O'M^2 = OM^2$;

soit $O'M^2 = OM^2 - OO'^2 = 12$

O'M > 0 donc O'M = $\sqrt{12} \approx 3,5$ cm

Le rayon de la section est d'environ 35 mm.

c. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{O'OM}$ à 1° près.

Dans le triangle OO'M rectangle en O', [OM] est l'hypoténuse du triangle et [OO'] le côté adjacent à l'angle $\widehat{O'OM}$. Donc $\cos \widehat{O'OM} = \frac{OO'}{OM}$;

$\cos \widehat{O'OM} = \frac{2}{4} = 0,5$ donc $\widehat{O'OM} \approx 60°$ à 1° près.