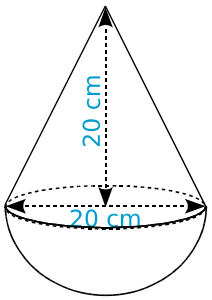
Fiche 5 : calculer des volumes (3)

1 Le culbuto ci-contre est un jouet pour enfant qui oscille sur une base sphérique.



a. Calcule son volume exact, puis arrondis au cm³.

$V_{culbuto} = V_{cône} + V_{demi\text{-}boule}$.

$$V_{culbuto} = \frac{1}{3}\pi \times 10^2 \times 20 + \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 10^3$$

$$V_{culbuto} = \frac{2000\,\pi}{3} + \frac{2000\,\pi}{3}$$

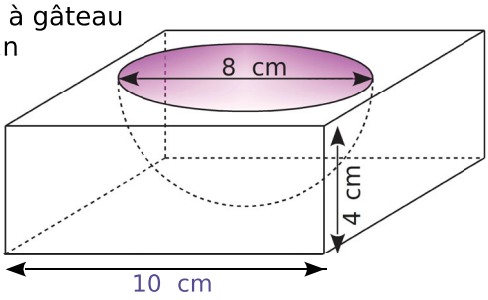
$$V_{culbuto} = \frac{4000\,\pi}{3}\ \text{cm}^3 \approx 4189\ \text{cm}^3.$$

b. La base sphérique est remplie de sable. Quelle proportion du jouet est occupée par le sable ?

$$\frac{V_{base}}{V_{culbuto}} = \frac{\frac{2000\,\pi}{3}}{\frac{4000\,\pi}{3}} = \frac{1}{2}$$

donc le sable occupe la moitié du jouet.

2 Ce moule à gâteau a la forme d'un pavé droit à base carrée dans lequel on a évidé une demi-boule.



a. Calcule le volume de plastique nécessaire pour fabriquer ce moule, arrondi au centième de cm³.

$V_{moule} = V_{pavé} - V_{demi\text{-}boule}$

$$V_{moule} = 10 \times 10 \times 4 - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 4^3$$

$$V_{moule} = 400 - \frac{128\,\pi}{3}\ \text{cm}^3$$

$V_{moule} \approx 266\ \text{cm}^3$

b. Ce moule a servi à Catherine pour faire un gâteau qu'elle veut à présent napper de chocolat. Détermine la surface de gâteau à recouvrir, arrondie au centième de cm².

$$\frac{1}{2} \times 4\pi \times 4^2 = 32\pi\ \text{cm}^2$$

$\approx 100{,}53\ \text{cm}^2$.

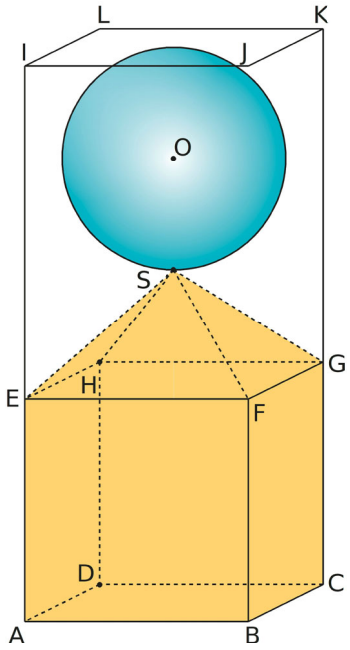
La surface de gâteau à recouvrir est d'environ 100,53 cm².

3 On considère les trois solides suivants :

- la boule de centre O et de rayon SO tel que SO = 3 cm ;
- la pyramide SEFGH de hauteur 3 cm dont la base est le carré EFGH de côté 6 cm ;
- le cube ABCDEFGH d'arête 6 cm.

Ces trois solides sont placés dans un récipient.

Ce récipient est représenté par le pavé droit ABCDIJKL, de hauteur 15 cm, dont la base est le carré ABCD de côté 6 cm.



La figure n'est pas en vraie grandeur.

a. Calcule le volume du cube ABCDEFGH, en cm³.

$V_{cube} = 6^3 = 216\ \text{cm}^3$

Le volume du cube est de 216 cm³.

b. Calcule le volume de la pyramide SEFGH en cm³.

$V_{pyramide} = B \times h : 3 = 36 \times 3 : 3$

$V_{pyramide} = 36\text{cm}^3$

c. Calcule le volume de la boule en cm³. (On arrondira à l'unité près.)

$$V_{boule} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 3^3$$

$V_{boule} = 36\pi\ \text{cm}^3$.

$V_{boule} \approx 113\ \text{cm}^3$.

d. Déduis-en le volume occupé par les trois solides à l'intérieur du pavé ABCDIJKL en cm³.

$V_{total} = V_{cube} + V_{pyramide} + V_{boule}$

$V_{total} \approx 216\ \text{cm}^3 + 36\ \text{cm}^3 + 113\ \text{cm}^3 \approx 365\ \text{cm}^3$

Le volume occupé par les 3 solides est de 365 cm3.

e. Pourrait-on verser dans ce récipient 20 cl d'eau sans qu'elle ne déborde ?

$V_{pavé} = L \times l \times h = 6 \times 6 \times 15 = 540\ \text{cm}^3$

$V_{pavé} - V_{total} \approx 540 - 365 \approx 175\ \text{cm}^3 = 17{,}5\ \text{cL}$

Non, on ne pourra pas car 17,5 cL < 20 cL