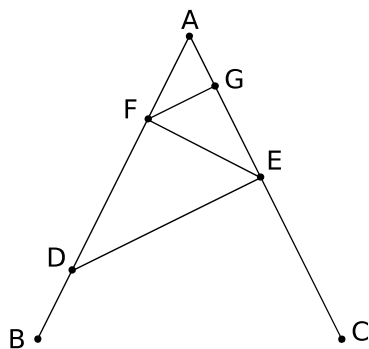


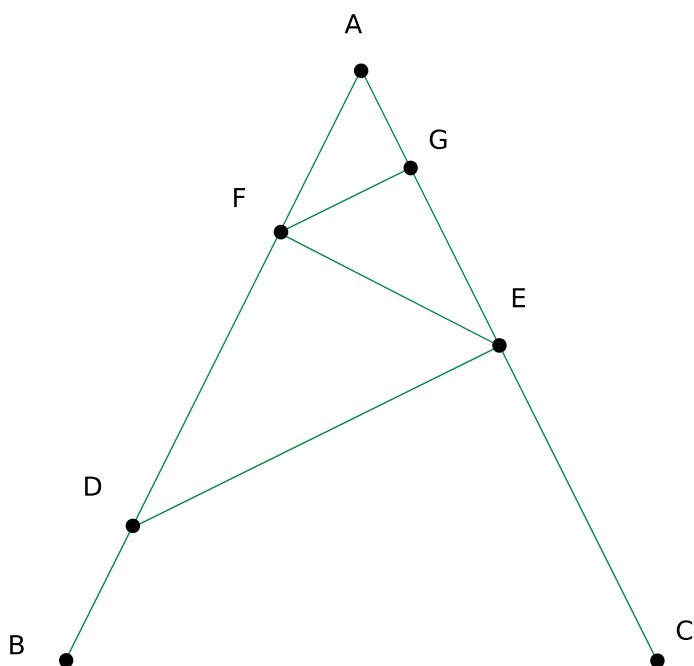
1 La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.



On donne les informations suivantes :

- Le triangle ADE a pour dimensions : $AD = 7$ cm, $AE = 4,2$ cm et $DE = 5,6$ cm.
- F est le point de [AD] tel que $AF = 2,5$ cm.
- B est le point de [AD] et C est le point de [AE] tels que : $AB = AC = 9$ cm.
- La droite (FG) est parallèle à la droite (DE).

a. Réalise une figure en vraie grandeur.



b. Prouve que ADE est un triangle rectangle en E.

$$AD^2 = 7^2 = 49$$

$$AE^2 + DE^2 = 4,2^2 + 5,6^2 = 17,64 + 31,36 = 49$$

Dans le triangle ADE, $AD^2 = AE^2 + DE^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore,

le triangle ADE est rectangle en E.

c. Calcule la longueur FG.

Les droites (DF) et (GE) sont sécantes en A.

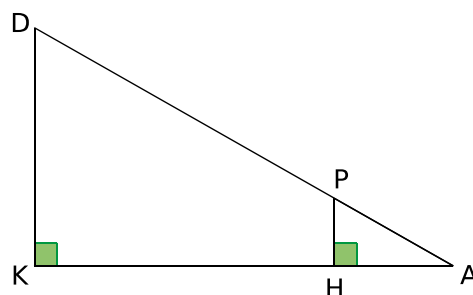
(FG) // (DE) donc, d'après le théorème de Thalès,

$$\text{on a : } \frac{AF}{AD} = \frac{AG}{AE} = \frac{FG}{DE} \quad \text{soit : } \frac{2,5}{7} = \frac{AG}{4,2} = \frac{FG}{5,6}$$

$$\text{soit } FG = \frac{2,5 \times 5,6}{7} = 2 \text{ cm}$$

2 Dans cette figure, qui n'est pas à l'échelle :

- les points D, P et A sont alignés ;
- les points K, H et A sont alignés ;
- $DA = 60$ cm ; • $DK = 11$ cm ; • $DP = 45$ cm.



a. Calcule KA au millimètre près.

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle DAK rectangle en K.

$$DA^2 = DK^2 + KA^2$$

$$\text{donc } KA^2 = 60^2 - 11^2 = 3479$$

$$\text{donc } KA = \sqrt{3479} \approx 59,0 \text{ cm}$$

b. Calcule HP.

Les droites (DK) et (PH) sont toutes deux perpendiculaires à la même droite (KA) donc elles sont parallèles entre elles.

$$AP = DA - DP = 60 - 45 = 15 \text{ cm}$$

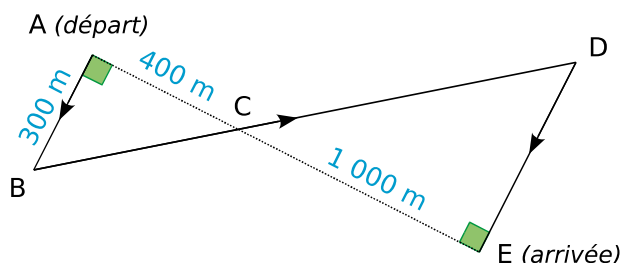
Les droites (KH) et (DP) sont sécantes en A.

(DK) // (PH) donc, d'après le théorème de Thalès,

$$\text{on a : } \frac{AP}{AD} = \frac{AH}{AK} = \frac{PH}{DK} \quad \text{soit } \frac{15}{60} = \frac{AH}{AK} = \frac{PH}{11}$$

$$\text{soit } PH = \frac{15 \times 11}{60} = 2,75 \text{ cm}$$

3 Pour soutenir la lutte contre l'obésité, un collège décide d'organiser une course. Un plan est remis aux élèves participant à l'épreuve. Les élèves doivent partir du point A et se rendre au point E en passant par les points B, C et D. C est le point d'intersection des droites (AE) et (BD). La figure ci-dessous résume le plan, elle n'est pas à l'échelle.



On donne :

$AC = 400$ m, $EC = 1\,000$ m et $AB = 300$ m.

a. Calcule BC.

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle BAC rectangle en A

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 300^2 + 400^2 = 250\,000$$

$$\text{donc } BC = \sqrt{250\,000} = 500 \text{ m}$$

b. Montre que $ED = 750$ m.

Les droites (AB) et (DE) sont toutes deux perpendiculaires à la même droite (AE) donc elles sont parallèles entre elles.

Les droites (BD) et (AE) sont sécantes en C.

(AB) // (DE) donc, d'après le théorème de Thalès,

$$\text{on a : } \frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CE} = \frac{AB}{DE} \text{ soit : } \frac{500}{CD} = \frac{400}{1\,000} = \frac{300}{DE}$$

$$\text{soit } DE = \frac{300 \times 1\,000}{400} = 750 \text{ m}$$

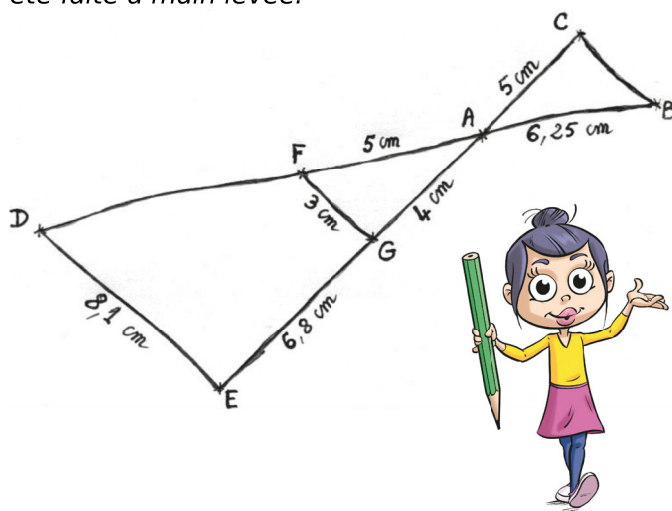
c. Détermine la longueur réelle du parcours ABCDE.

$$CD = \frac{500 \times 1\,000}{400} = 1\,250 \text{ m}$$

$$AB + BC + CD + DE = 300 + 500 + 1\,250 + 750 = 2\,800 \text{ m}$$

La longueur du parcours ABCDE est de 2 800 m.

4 Pour illustrer l'exercice, la figure ci-dessous a été faite à main levée.



Les points D, F, A et B sont alignés, ainsi que les points E, G, A et C. De plus, les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

a. Montre que le triangle AFG est un triangle rectangle.

$$AF^2 = 5^2 = 25$$

$$FG^2 + GA^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

Dans le triangle AFG, $AF^2 = FG^2 + GA^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AFG est rectangle en G.

b. Calcule la longueur du segment [AD]. En déduire la longueur du segment [FD].

Les droites (DF) et (EG) sont sécantes en A.

(FG) // (DE) donc, d'après le théorème de Thalès,

$$\text{on a : } \frac{AF}{AD} = \frac{AG}{AE} = \frac{FG}{DE} \text{ soit : } \frac{5}{AD} = \frac{4}{8,1} = \frac{3}{8,1}$$

$$\text{soit } AD = \frac{5 \times 8,1}{3} = 13,5 \text{ cm}$$

$$FD = AD - AF = 13,5 - 5 = 8,5 \text{ cm}$$

c. Les droites (FG) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifie.

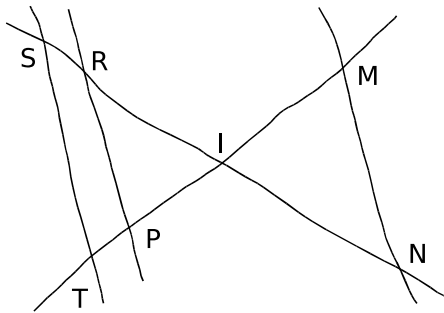
$$\frac{AF}{AB} = \frac{5}{6,25} = 0,8 \text{ et } \frac{AG}{AC} = \frac{4}{5} = 0,8$$

Les points F, A, B d'une part et G, A, C d'autre part sont alignés dans le même ordre et $\frac{AF}{AB} = \frac{AG}{AC}$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (FG) et (BC) sont parallèles.

5 Sur la figure ci-dessous, tracée à main levée :
 $IR = 8 \text{ cm}$; $RP = 10 \text{ cm}$; $IP = 4,8 \text{ cm}$; $IM = 4 \text{ cm}$
 $IS = 10 \text{ cm}$; $IN = 6 \text{ cm}$; $IT = 6 \text{ cm}$

(On ne demande pas de refaire la figure.)



a. Démontre que les droites (ST) et (RP) sont parallèles.

b.

$$\frac{IR}{IS} = \frac{8}{10} = 0,8 \text{ et } \frac{IP}{IT} = \frac{4,8}{6} = 0,8$$

Les points I,R,S d'une part et I,P,T d'autre part sont alignés dans le même ordre et $\frac{IR}{IS} = \frac{IP}{IT}$

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (ST) et (RP) sont parallèles.

c. Déduis-en ST.

Les droites (RS) et (TP) sont sécantes en I.

(RP) // (ST) donc, d'après le théorème de Thalès,

on a : $\frac{IR}{IS} = \frac{IP}{IT} = \frac{RP}{ST}$ soit : $\frac{8}{10} = \frac{10}{ST}$

soit $ST = \frac{10 \times 10}{8} = 12,5 \text{ cm}$

d. Les droites (MN) et (ST) sont-elles parallèles ? Justifie.

$$\frac{IN}{IS} = \frac{6}{10} = 0,6 \text{ et } \frac{IM}{IT} = \frac{4}{6} \approx 0,67$$

Donc $\frac{IN}{IS} \neq \frac{IM}{IT}$

Si les droites étaient parallèles, d'après Thalès, les rapports seraient égaux. Comme ce n'est pas le cas, (MN) et (ST) ne sont pas parallèles.