Fiche 3 : connaitre la notion d'image et d'antécédent (2)

1 *Dégagement d'un gardien de but*

Soit t le temps écoulé en secondes depuis le tir, et $h(t)$ la hauteur en mètres du ballon au-dessus du sol.

La fonction h est définie par : $t \longmapsto -5t^2 + 20t$.

a. À quelle hauteur se trouvera le ballon au bout d'une seconde ? Et au bout de deux secondes ?

$h(1) = 15$, la hauteur au bout d'une seconde est 15 m.

$h(2) = 20$, au bout de 2 s, elle est de 20 m.

b. Calcule $h(4)$. Déduis-en un encadrement des valeurs possibles de t.

$h(4) = -5 \times 4^2 + 20 \times 4 = 0$.

Donc, en 4 s, le ballon retourne au sol

et donc t est compris entre 0 et 4 secondes.

c. Complète le tableau de valeurs suivant.

t	0	1	1,5	2	2,5	3	4
$h(t)$	0	15	18,75	20	18,75	15	0

d. Au bout de combien de temps le ballon semble avoir atteint sa hauteur maximale ?

Il atteint sa hauteur maximum au bout de 2 secondes.

2 On considère ce programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 5.
- Multiplier cette somme par 3.
- Soustraire 6 à ce produit.

a. Teste ce programme avec le nombre 2.

$(2 + 5) \times 3 - 6 = 15$

b. En notant x le nombre choisi au départ, détermine la fonction g qui associe à x le résultat obtenu avec le programme.

$(x + 5) \times 3 - 6 = 3x + 15 - 6 = 3x + 9$

donc $g(x) = 3x + 9$

c. Détermine $g(0)$.

$g(0) = 3 \times 0 + 9$

donc $g(0) = 9$

d. Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 18 ?

Soit x le nombre cherché, alors $3x + 9 = 18$

donc $3x = 9$; $x = 9/3$; $x = 3$

Pour obtenir 18, il faut donc choisir 3.

3 Soit f la fonction définie par $f(x) = -2x^2 + 8$.

Détermine les images de...

a. 3 **b.** - 8 **c.** 2,5 **d.** - 0,1 **e.** $\frac{4}{5}$ **f.** $\sqrt{5}$

a. $f(3) = -2 \times 3^2 + 8 = -18 + 8 = -10$

b. $f(-8) = -2 \times (-8)^2 + 8 = -128 + 8 = -120$

c. $f(2,5) = -2 \times 2,5^2 + 8 = -12,5 + 8 = -4,5$

d. $f(-0,1) = -2 \times (-0,1)^2 + 8 = -0,02 + 8$

$f(-0,1) = 7,98$

e. $f\left(\frac{4}{5}\right) = -2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 + 8 = -\frac{32}{25} + \frac{200}{25}$

$f\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{168}{25}$

f. $f(\sqrt{5}) = -2 \times \sqrt{5}^2 + 8 = -10 + 8 = -2$

Quelles assertions sont vraies ?
Justifie chaque réponse par un calcul.

g. $f(-1) = 10$

h. $f(0) = 6$

i. $f : 9 \longmapsto -154$

j. $f(5) = -42$

g. Faux : $f(-1) = -2 \times (-1)^2 + 8 = -2 + 8 = 6$

h. Faux : $f(0) = -2 \times (0)^2 + 8 = 0 + 8 = 8$

i. Vrai : $f(9) = -2 \times 9^2 + 8 = -162 + 8 = -154$

j. Vrai : $f(5) = -2 \times 5^2 + 8 = -50 + 8 = -42$

k. Détermine le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 0 par f.

On résout $f(x) = 0$ c'est-à-dire $-2x^2 + 8 = 0$

$-2x^2 = -8$; $x^2 = -8/-2$; $x^2 = 4$

donc $x = -2$ ou $x = 2$

Les antécédents de 0 par f sont -2 et 2.

l. Détermine le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 8 par f.

On résout $-2x^2 + 8 = 8$

donc $-2x^2 = 0$ soit $x^2 = 0$ et $x = 0$

L'antécédent de 8 par f est 0.

m. Détermine le (ou les) nombre(s) éventuel(s) qui ont pour image 16 par f.

$-2x^2 + 8 = 16$ soit $x^2 = -4$:

il n'y a pas de solution, donc il n'y a pas de nombre ayant pour image 16.