

Afin de coder un message, on assimile chaque lettre de l'alphabet à un nombre entier  $x$ , comme l'indique le tableau ci-dessous.

Lettre à coder	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$f(x)$	4	11	18	25	32	39	46	53	60	67	74	81	88	95	102	109	116	123	130	137	144	151	158	165	172	179
$y$	4	11	18	25	6	13	20	1	8	15	22	3	10	17	24	5	12	19	0	7	14	21	2	9	16	23
Lettre codée	E	L	S	Z	G	N	U	B	I	P	W	D	K	R	Y	F	M	T	A	H	O	V	C	J	Q	X

Le chiffrement affine consiste à coder un message, lettre par lettre, en utilisant une fonction de codage affine  $f$ . Par exemple :  $f(x) = 7x + 4$ .

Pour coder une lettre, on procède de la façon suivante :

- on associe à cette lettre un entier  $x$  entre 0 et 25, selon le tableau ci-dessus ;
- on calcule  $f(x) = 7x + 4$  et l'on détermine le reste  $y$  de la division euclidienne de  $f(x)$  par 26 ;
- on traduit  $y$  par une lettre d'après le tableau ci-dessus.

**Exemple :** pour coder la lettre M par la fonction  $f(x) = 7x + 4$

- la lettre M correspond, dans le tableau, à  $x = 12$  ;
- $f(12) = 7 \times 12 + 4 = 88$  et le reste de la division de 88 par 26 est  $y = 10$  ;
- $y = 10$  correspond à la lettre K.

La lettre M est donc codée par la lettre K.

**a.** Par quelle lettre la lettre W est-elle codée ? La lettre W correspond, dans le tableau, à  $x = 22$ .

$f(22) = 7 \times 22 + 4 = 158$  et le reste de la division de 158 par 26 est  $y = 2$  qui correspond à la lettre C.

**b.** Utilise un tableur pour t'aider à faire tes calculs. Recopie le tableau ci-dessous et complète-le.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA
1 Lettre à coder	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	
2 $x$		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
3 $f(x)$																											
4 $y$																											

**c.** Code le message suivant.

L'ESSENCE DES MATHÉMATIQUES, C'EST LA LIBERTÉ.

D'GAAGR DG ZGA KEHBGKEHIMOGA, S'GAH DE DILGTHG.

**d.** Complète ce tableau de décodage à partir des données du premier tableau.

Lettre codée	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Lettre décodée	S	H	W	L	A	P	E	T	I	X	M	B	Q	F	U	J	Y	N	C	R	G	V	K	Z	O	D

**e.** À l'aide du tableur, vérifie que la fonction  $g$  définie par  $g(y) = 15y + 18$  est la fonction de décodage associée à la fonction  $f$ . On note  $x$  le reste de la division euclidienne de  $g(y)$  par 26.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA
1 Lettre codée	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	
2 $y$		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
3 $g(y)$																											
4 $x$																											

C'EST CORRECT.

**f.** Décode le message suivant.

AI HYR SBIGR GAH UTEA, HO RG NEIA FEA EAAGX Z'GJGTSISG.

SI TON CHIEN EST GRAS, TU NE FAIS PAS ASSEZ D'EXERCICE.

