Collection iParcours

Maths

Cycle 4

5e

Manuel

Sébastien Dumoulard
Professeur certifié de mathématiques

Katia Hache
Professeure certifiée de mathématiques

Sébastien Hache
Professeur certifié de mathématiques

Jean-Philippe Vanroyen
Professeur agrégé de mathématiques

Génération 5

Sommaire

nombres et calculs

grandeurs et mesures espace et géométrie

Auteurs et relecteurs Sébastien Dumoulard, Katia Hache, Sébastien Hache, Jean-Philippe Vanroyen.

Association Sésamath pour les contenus issus des manuels Sésamath (Éditeur : Génération 5) : *Madeleine Abrahami, Jean-Hervé Amblard, Rémi Angot, Thierry Ansel, Loïc Arsicaud, Audrey Aulard, Michèle Badri, Sandrine Baglieri, Denis Bodet, Gilles Bougon, Rémi Boulle, Sylvain Bourdalé, Fabien Bourg, Xavier Birnie-Scott, Françoise Cabuzel, Maxime Cambon, Dominique Cambresy, Vinciane Cambresy, Alexandre Carret, Laurent Charlemagne, Audrey Chauvet, Emmanuel Chauvet, Françoise Chaumat, Gwenaëlle Clément, Benjamin Clerc, Sébastien Cogez, Claire Coffy Saint Jalm, Denis Colin, Sophie Conquet-Joannis, Robert Corne,Marie-France Couchy, Emmanuel Coup, Thomas Crespin, Olivier Cros Mouret, Sébastien Daniel, Stéphane Dassonville, Marie-Claude David, Noël Debarle, Daniel Dehaes, Muriel De Seze-Petersen, Rémi Deniaud, Rémy Devoddère, Audrey Dominique, Claire de Dreuille, Anne-Marie Drouhin, Francine Dubreucq, Ludyvine Dumaisnil, Corinne Dupuich, Éric Elter, Anne-Marie Fleury, Élisabeth Fritsch, Jean-Marc Gachassin, Yolande Garouste, Hervé Galliot, Christelle Gauvrit, Franck Gaye, Nathalie Gendre, Martine Genestet, Stéphane, Geyssely, Gérard Goillot, Hélène Gringoz, Odile Guillon, Jalil Haraki, Karine Helies, Laurent Hennequart Hubert Herbiet, Géraldine Hilaire, Pierre-yves Icard, Nathalie Irbah, Olivier Jaccomard, Julien Jacquet, Sébastien Jolivet, Virginie Jourand, Jean-Louis Kahn, Stéphane Kervella, Bruno Lambert, Angelo Laplace, Alexandre Lecomte, Yann Le Flem, Marion Le Grognec, Isabelle Lemaître, Nicolas Lemoine, Loubia Leroux, Sandrine Le Saint Martine Lescure, Anne Levacher, Rafael Lobato, François Loric, José Marion, Marc Masson, Aline Meunier, Benoît Montessinos, Nicolas Moreau, Julien Noël-Coulibaly, Emmanuel Ostenne, Xavier Ouvrard Brunet, Christophe Paumelle, Christian Payros, Séverine Peinado, Juliette Pelecq, Sylvie Perrigault, Sophie Pesnel Muller, Sylvain Petit, Mireille Poncelet, Olivier Pontini, Virginie Poirier, Yann Pradeau, Yann Pozzar, Nicolas Prudhomme, Nelly Reclus, Stéphane Renouf, Christophe Rindel, Sabrina Roberjot, Christophe Roland, Arnaud Rommens, Pascal Sabate, Abdel Saraf, Claudine Schwartz, Boris Sissoeff, Michel Souchet, Jean-Paul Sousa, Patricia Stin, Michel Suquet, Anne Svirmickas, Aurélie Tarot, Wilfrid Tétard, Marielle Trot-Massé, Nicolas Van Lancker, Corinne Vilchair, Gérard Vinot, Isabelle Vivien, Laurent Zamo.*

organisation et gestion de données, fonctions

algorithmique et programmation

Dans ce manuel, les chapitres
sont constitués de plusieurs rubriques.

Activités Des activités de découverte et d'investigation, souvent issues de la vie quotidienne, permettent à l'élève d'appréhender les principales notions étudiées dans le chapitre.

Cours Dans cette partie, les définitions et propriétés à connaitre sont expliquées par des exemples clairs. Pour chaque notion, des exercices corrigés en fin de manuel permettent à l'élève de vérifier son savoir-faire : **n°...**.

Exercices Le nombre et la variété des exercices permettent à l'élève de travailler à son rythme, en vue d'acquérir les connaissances et compétences attendues en fin de cycle. Ils sont triés par notion et par difficulté :

- Exercices oraux
- Exercices d'entrainement
- Exercices d'approfondissement
- Exercices de synthèse

Les outils numériques (tableur, instruments de géométrie dynamique, logiciel Scratch) sont utilisés dans chaque chapitre.

Lexique Formulaire Dans le lexique, l'élève retrouve la définition du vocabulaire mathématique étudié. Le formulaire, lui, rassemble les formules mathématiques à connaitre.

Génération 5 Version papier : Armelle Ronco, Valérie Gazzola, Catherine Groleau, David Mignot.
Version numérique : Bernard Domenge, Sébastien Rey, Pascal Scheerlinck, Thierry Billardon.

Graphismes et illustrations Dominique Sénon, Fabrice Rousselot.

Manuel numérique

La totalité du manuel sur Internet !

www.iparcours.fr

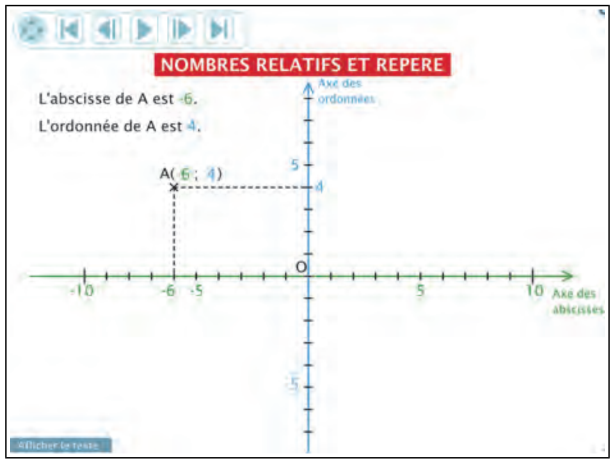
www.iparcours.fr

Allège ton cartable et retrouve en ligne tout ce dont tu as besoin : cours, exercices et problèmes, lexique et formulaire, etc.

Tu pourras aussi accéder à de **nombreux compléments numériques** pour travailler à ton rythme.

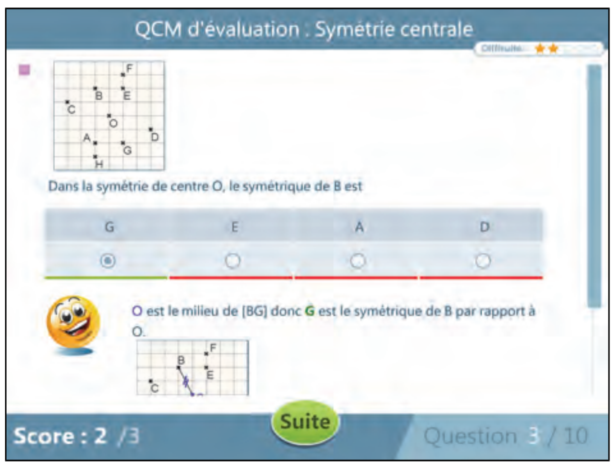
Aides animées sonorisées

Les principales notions sont reprises étape par étape.



Exercices interactifs

- Des **QCM** pour t'entrainer et t'auto-évaluer
- Des activités sur **tableur**
- Des activités en **géométrie dynamique**
- Une initiation à la **programmation**



Lexique et formulaire

- Tu vérifies le sens d'un terme mathématique.
- Tu t'assures de la justesse d'une formule mathématique.

Questions FLASH

Des questions orales pour vérifier que tu as bien compris les points essentiels du cours.

LE MANUEL NUMÉRIQUE du PROFESSEUR

L'intégralité des corrigés

(inscription : www.iparcours.fr)

- corrigés : animés ou fixes
- vidéos pour corriger les exercices TICE

La projection en classe

- affichage simultané de plusieurs compléments
- excellente lisibilité (mode vectoriel)

Le mode Édition

- outils pour expliquer, commenter
- pages personnelles pour préparer les séances

N1

Opérations sur les nombres décimaux

Activités

1 Des jetons en moins !

Cours : 2-B

Au cours d'une partie, Soumia gagne 25 jetons, puis en perd successivement 12, puis 7.

Pour déterminer le bilan de ses gains et pertes, elle écrit l'expression suivante : 25 – 12 – 7.

Soumia souhaite calculer le nombre de jetons restants.
Elle effectue alors le calcul : 25 – 5.

Explique pourquoi.
Sa démarche est-elle correcte, selon toi ?

2 Le juste prix

Cours : 2-D

Dans un magasin, Lisa achète 3 kg de pommes à 1,80 € le kilogramme et une barquette de tomates cerises à 2,30 €.

Pour calculer le montant de la dépense totale, elle saisit sur sa calculatrice l'expression suivante : $3 \times 1{,}80 + 2{,}30$.

Sa fille, Lucie, saisit l'expression : $2{,}30 + 1{,}80 \times 3$.

a Trouvent-elles le même résultat ?

b Fabien n'a pas sa calculatrice mais annonce une dépense totale de 12,30 €. Qu'en penses-tu ?

c D'après toi, comment fonctionne la calculatrice pour calculer ces deux expressions ?

3 L'atelier du peintre

Cours : 2-E

Timothée achète trois lots de fournitures comprenant chacun 1 pinceau à 1,50 € et 1 palette de peinture à 4,20 €.

a Pour calculer le cout total, il saisit l'expression :
$3 \times 1{,}50 + 4{,}20$. Qu'en penses-tu ?

b En ajoutant uniquement des parenthèses, peux-tu modifier l'expression précédente afin qu'elle représente le montant total des achats de Timothée ?

c Vérifie à l'aide de ta calculatrice.

d Propose une autre situation dont le montant total serait donné par l'expression :
$3 \times (1{,}5 + 4{,}2) + 5 \times (1{,}35 + 0{,}80)$.

1 Vocabulaire des opérations

→ 14

Définitions

- Le résultat de l'**addition** 17 + 4 est la **somme** des **termes** 17 et 4.
- Le résultat de la **soustraction** 17 – 4 est la **différence** des **termes** 17 et 4.
- Le résultat de la **multiplication** 17 × 4 est le **produit** des **facteurs** 17 et 4.
- Le résultat de la **division** 17 ÷ 4 est le **quotient** de 17 par 4.

Remarques :

- Le quotient de 12 par 4 est égal à 3. C'est un nombre entier.
- Le quotient de 17 par 4 est égal à 3,75. C'est un nombre décimal.
- Le quotient de 2 par 3 ne tombe pas juste. Ce n'est pas un nombre décimal.
  Dans ce cas, on peut écrire 2 ÷ 3 ≃ 0,666. 0,666 est une valeur approchée de ce quotient.

2 Priorités opératoires

A Additions et multiplications

→ 22

Propriété Dans un calcul ne comportant que des additions (ou que des multiplications), on peut changer l'ordre des termes (ou des facteurs).

Exemples :

A = 33 + 5 + 7 + 15
A = 33 + 7 + 5 + 15
A = 40 + 20
A = 60

B = 25 × 3 × 7 × 4
B = 3 × 7 × 25 × 4
B = 21 × 100
B = 2 100

B Additions et soustractions

→ 22

Propriété Dans un calcul ne comportant que des additions et des soustractions, on effectue les opérations l'une après l'autre en commençant par la gauche.

Exemples :

C = 34 – 5 + 7
C = 29 + 7
C = 36

D = 15,1 + 3 – 12 – 4,5
D = 18,1 – 12 – 4,5
D = 6,1 – 4,5 = 1,6

C Multiplications et divisions

→ 26

Propriété Dans un calcul ne comportant que des multiplications et des divisions, on effectue les opérations l'une après l'autre en commençant par la gauche.

Exemples :

E = 60 ÷ 5 × 6
E = 12 × 6
E = 72

F = 54 ÷ 9 ÷ 3
F = 6 ÷ 3
F = 2

D Toutes les opérations

→ 31

Propriété Dans une suite d'opérations, on effectue d'abord les multiplications et les divisions. On dit qu'elles sont prioritaires sur les additions et les soustractions.

Exemples :

$G = 32 - 2 \times 3$
$G = 32 - 6$
$G = 26$

$H = 3{,}5 \times 5 - 32 : 4 - 2{,}1$
$H = 17{,}5 - 8 - 2{,}1$
$H = 9{,}5 - 2{,}1$
$H = 7{,}4$

Remarque :
Si, à un moment donné, il ne reste plus que des additions et des soustractions ou des multiplications et des divisions, on applique les règles vues précédemment.

E Avec des parenthèses

→ 49

Propriété Dans une suite d'opérations avec des parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

Exemples :

$I = 5 \times (9 - 5)$
$I = 5 \times 4$
$I = 20$

$J = 8 - [(14 - 2) \times 0{,}5]$
$J = 8 - [12 \times 0{,}5]$
$J = 8 - 6$
$J = 2$

Remarque :
Si des parenthèses sont imbriquées (ou des crochets), on commence par les parenthèses les plus intérieures.

F Avec des traits de fraction

→ 57

Propriété Dans une expression, on peut remplacer un trait de fraction par une division et des parenthèses.

Exemples :

$K = \dfrac{13 + 5}{12 - 4}$
$K = (13 + 5) \div (12 - 4)$
$K = 18 \div 8$
$K = 2{,}25$

$L = \dfrac{12 - 5 \times 2}{12 - 5}$
$L = \dfrac{12 - 10}{7}$
$L = \dfrac{2}{7}$

Remarque :
Si le résultat de la division ne tombe pas juste, c'est-à-dire si le quotient n'est pas un nombre décimal, il est préférable de laisser le résultat sous la forme d'une fraction.

Voir aussi les Questions FLASH dans le manuel numérique !

À l'oral !

1 Construis quatre phrases à partir des mots et nombres ci-dessous.

quotient   différence

3   8   24   16

somme   produit

2 Calcule.

A = 15 − 9 − 2
C = 25 + 18 + 35 + 2
B = 7,5 − 2,5 + 1,5
D = 24 − 7 + 7 − 3

3 Calcule.

E = 50 ÷ 10 × 5
G = 5 × 25 × 2 × 4
F = 6 × 9 ÷ 2
H = 45 ÷ 5 ÷ 3

4 Calcule.

I = 17 + 2 × 5
K = 3 × 5+ 8
J = 10 − 10 × 0,5
L = 44 − 4 × 6

5 ***Méli-mélo***

a. Que vaut la somme de 7 et du produit de 2,5 et 4 ?

b. Que vaut le produit de 7 et de la somme de 2,5 et 4 ?

6 Donne un ordre de grandeur du résultat du calcul :

M = 99,95 + 9 987 × 0,011

7 Calcule.

N = 38 − (19 − 12)
Q = 90 ÷ (6 × 5)
P = 10,5 − (2,5 + 4,5)
R = 72 ÷ (16 ÷ 2)

8 Calcule.

S = 10 + (9 × 9)
U = 36 ÷ [(12 − 9) − 1]
T = (11 − 3) × (9 + 2)
V = [2,5 + (6 × 5)] − 4

9 Calcule.

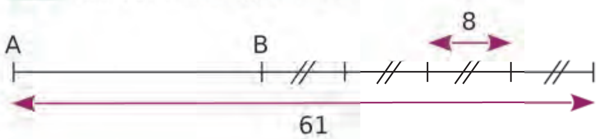
$W = \dfrac{40}{\dfrac{25}{5}}$
$Y = \dfrac{\dfrac{64}{8}}{4}$

$X = \dfrac{17 + 18}{5}$
$Z = \dfrac{12 \times 5}{24 - 4}$

10 ***Le compte est bon***

38	2	3	4	7

11 Calcule la longueur AB.



12 **Vrai ou Faux**

P.1. La somme de 1 et 9 est égale à la somme de 9 et 1.

P.2. Le quotient de 12 par 6 est inférieur à la différence de 12 et 6.

P.3. 2 × 5 + 9 = 2 × 9 + 5

P.4. Dans le calcul : (4 × 9) − (5 × 2) les parenthèses sont inutiles.

P.5. $\dfrac{20}{\dfrac{20}{4}} = \dfrac{\dfrac{20}{20}}{4}$

P.6. 9 − 9 × 0,1 = 0

Vocabulaire des opérations

13 QCM

a. Le produit de 4 et 11 est égal à...

R.1	R.2	R.3
15	44	7

b. 19 est...

R.1	R.2	R.3
le produit de 18 et 1	la somme de 38 et 2	la différence de 21 et 2

c. 5 – 1 = 4. Les nombres 5 et 1 sont...

R.1	R.2	R.3
les termes	les facteurs	les diviseurs

d. 5 est le quotient...

R.1	R.2	R.3
de 12 par 7	de 25 par 5	de 1 par 5

14 Relie les expressions égales.

la somme de 9 et 3 •	• 27
le produit de 9 par 3 •	• 3
le quotient de 9 par 3 •	• 12
la différence de 9 et 3 •	• 6

15 Donne un ordre de grandeur...

a. de la différence de 99,7 et 10,09 ;

b. du produit de 4 998 par 0,0999 ;

c. de la somme de 100,89 et 19 996 ;

d. du quotient de 50,01 par 1,97.

16 Recopie ce texte en remplaçant chaque égalité par le mot qui définit le nombre en gras dans l'opération.

Le $4 \times \mathbf{3} = 12$ m'a apporté le $4 \times 5 = \mathbf{20}$ que j'avais commandé. Il m'a parlé en ces $\mathbf{4} + \mathbf{5} = 9$: « Si vous n'avez pas la $4 + 1 = \mathbf{5}$, achetez-en un moins cher, vous ne verrez pas la $7 - 1 = \mathbf{6}$. »

17 Deux nombres ont pour somme 20 et pour différence 8. Quel est leur produit ?

18 Le produit de la somme de deux nombres par leur différence est égal à 21. Qui sont ces deux nombres ?

19 Pour chaque question, donne au moins deux solutions différentes.

a. Écris 90 sous la forme d'un produit de trois facteurs.

b. Écris 37 sous la forme d'une somme de quatre termes.

c. Écris 25 sous la forme d'une différence de deux termes.

d. Écris 10 sous la forme d'un quotient de deux nombres.

20 Pour chacun des petits problèmes ci-dessous, indique s'il faut calculer une somme, un quotient, un produit ou une différence pour trouver le résultat.

a. Une ampoule basse consommation consomme 24 W en 1 h. Combien consomme-t-elle en deux jours ?

b. Je suis trois fois plus vieux que mon petit-fils Malik. Et j'ai déjà 72 ans. Quel est l'âge de Malik ?

c. Sur les 20 Go d'espace libre sur mon disque dur, j'ai déposé un gros fichier de 572 Mo. Combien reste-t-il de mémoire disponible ?

21 ***Nombres croisés***

Horizontalement

I : La somme de 25 et 166. La différence entre 620 et 585.

II : La somme de 50 000 et de son double.

IV : Le produit des nombres entiers 5, 23 et 27.

V : La différence de 20 et 5. Le dixième de 6 120.

VI : La somme de 5 dizaines et de 21 centaines.

	1	2	3	4	5	6
I				■		
II					■	
III						
IV					■	
V			■			
VI	■					■

Verticalement

1 : Le triple de 4 377.

2 : Le quotient de 4 925 760 par 5.

3 : Le produit de 100 par 17.

4 : La moitié de la somme de 100 000, 1 000 et 130.

6 : Le produit de 1 001 par 52.

Calculs sans parenthèse

22 Calcule.

A = 43 + 11 + 7
B = 27 − 18 + 2
C = 11 + 18 − 2
D = 4 × 7 × 25
E = 30 ÷ 6 ÷ 2
F = 17 − 9 − 2

23 Calcule.

G = 3 × 8 + 2
H = 10 − 8 ÷ 2
I = 12 − 2 × 5
J = 7 + 3 × 5
K = 3 + 18 ÷ 3
L = 30 ÷ 2 × 5

24 Recopie chaque égalité en la complétant par le signe opératoire qui convient.

a. 3 + 7 ● 2 = 17
b. 2,5 + 7,5 ● 5 = 4
c. 7,8 − 2,4 ● 2 = 3
d. 11 ● 7 − 4 = 0
e. 4 ● 6 − 4 = 20
f. 18 ● 6 ÷ 3 = 1

25 Calcule en détaillant les étapes.

M = 3,5 + 9 ÷ 2
N = 2,2 + 7,8 × 5
P = 9,6 − 3,6 × 2
Q = 2,1 × 9 − 4
R = 9,2 − 4,4 ÷ 2
S = 6 × 1,8 + 1,2

26 Calcule en détaillant les étapes.

T = 13 − 9 + 2
U = 50 ÷ 10 ÷ 5
V = 43 − 22 − 12
W = 36 ÷ 2 × 3
Y = 25 − 7 − 2
Z = 21 ÷ 14 ÷ 2

27 **QCM**

a. Pour calculer 18 + 5 − 4 − 1, on commence par...

R.1	R.2	R.3
18 + 5	5 − 4	4 − 1

b. 8 × 4 + 2 =

R.1	R.2	R.3
8 + 4 × 2	2 + 8 × 4	8 × 2 + 4

c. 9 − 3 × 2 =

R.1	R.2	R.3
12	15	3

d. 25 ÷ 5 ÷ 5 =

R.1	R.2	R.3
5	1	25

28 Recopie chaque égalité en la complétant par les signes opératoires qui conviennent.

a. 18 ● 9 ● 2 = 36
b. 18 ● 9 ● 2 = 4
c. 18 ● 9 ● 2 = 25
d. 18 ● 9 ● 2 = 13,5
e. 18 ● 9 ● 2 = 0
f. 18 ● 9 ● 2 = 81
g. 18 ● 9 ● 2 = 164
h. 18 ● 9 ● 2 = 1

29 ***Sommes et produits***

a. Calcule astucieusement.

N = 27 + 19 + 3 + 11
P = 5 × 25 × 2 × 4
Q = 8,3 + 8 + 6 + 1,7
R = 7 × 0,5 × 3 × 20
S = 3,2 + 6,1 + 3,4 + 2,8 + 5,6
T = 12,5 × 2,5 × 8 × 2 × 4,4 × 4

b. Chacune de ces expressions comporte-t-elle des termes ou des facteurs ? Combien ?

30 Pour décrire le calcul 12 + 3 × 5, Julien écrit : « *Le produit de la somme de 12 et 3 par 5* ». Justine écrit : « *La somme de 12 par le produit de 3 par 5* ». Qui a raison ?

31 Calcule.

B = 12,5 × 8 − 4 × 20
C = 10 ÷ 4 + 6 × 2,2
D = 36 ÷ 6 + 4 ÷ 4
E = 55 ÷ 5 − 4 × 2,5

32 Calcule en détaillant les étapes.

F = 5,5 × 100 + 230 ÷ 10 − 57 × 4
G = 5,5 ÷ 100 + 230 × 10 − 57 × 4
H = 3 + 1,25 × 1 000 − 7 500 ÷ 10 + 97

33 Calcule en détaillant les étapes.

I = 12 + 8 − 4 + 16
J = 10 × 8 ÷ 4 × 5
K = 8 + 9 − 5,7 − 4,7
L = 3 − 2,7 + 2,3 + 4
M = 25 − 7 − 4 + 6
N = 20 × 12 ÷ 6 ÷ 2
P = 55 − 7 × 4 + 6
Q = 12 × 6 ÷ 4 − 1

34 Recopie ces égalités en trouvant les nombres cachés par les taches.

a. 3 × ● – 2 × 11 = 2
b. 60 ÷ ● – 3 × 2 = 4
c. ● ÷ 4 + 8 ÷ 2 = 5
d. 5 × ● + 10 ÷ ● = 7

35 Pour trouver la réponse de chaque problème, écris une expression puis calcule-la.

a. Chloé achète trois livres à 5,20 € et un CD à 19,80 €. Elle paye avec un billet de 50 €.
Quelle somme lui rend-on à la caisse ?

b. Pour récompenser les vainqueurs du cross du collège, le F.S.E. a acheté 8 coupes à 24 € l'unité et 16 médailles à 4,20 € l'unité.
Quelle a été la dépense totale du F.S.E. ?

36 Afin de récupérer les huiles usagées, les élus d'une grande ville ont décidé d'installer quatre conteneurs de 1 250 L pour les particuliers et six conteneurs de 1 700 L pour les entreprises industrielles.

a. Écris une expression qui permet de calculer la quantité d'huile récupérable par l'ensemble des conteneurs de la ville.

b. Calcule cette quantité d'huile récupérable.

37 Voici trois mesures d'un air bien connu.

a. Reproduis et complète ce tableau.

	♪	♩	♩.
unités de temps	0,5	1	1,5
nombre de notes			

b. Écris une expression qui permet de calculer le nombre total d'unités de temps de ces trois mesures, puis calcule ce nombre.

c. Combien d'unités de temps durent chacune des mesures ?

Calculs avec parenthèses

38 Calcule en détaillant les étapes.

A = (3 + 7) ÷ 2
B = 4 + (7 × 8)
C = (36 ÷ 6) + 5
D = 10 × (19 – 4)
E = (13 – 4) ÷ 3
F = (5 × 2,6) + 3,7

39 Calcule en détaillant les étapes.

G = (345 – 79) ÷ 100
H = 3,9 ÷ 6,5 ÷ 5
I = 0,01 × (29 – 4)
J = 4,02 + 6 × 0,8
K = (1,3 – 0,07) ÷ 3
L = 5,5 × 20,9 + 3,7

40 Indique si les expressions des exercices **38** et **39** sont une somme, une différence, un produit ou un quotient.

41 ***Ordres de grandeur***

a. Détermine un ordre de grandeur de chacune des expressions suivantes.

M = (4,22 – 3,15) × 95,2
N = 40 129,5 + 103,2 × 98,017
P = 103,7272 ÷ 9,86 × 489,7
Q = 8 109,8 – 3,204 × 324,48
R = 17,025 + 49,892 × 2 015,8
S = 9 036,9 ÷ (101,19 – 0,78)

b. Avec ta calculatrice, trouve la valeur exacte de chacune de ces expressions afin de vérifier tes réponses à la question précédente.

42 Calcule en détaillant les étapes.

T = 9 ÷ [(9 – 5) – 1]
U = 17 – [3 + (7 × 2)]
V = 4 × [(18 + 5) – 2]
W = [2 + (9 × 3)] – 8
X = [(16 – 1) ÷ 3] + 7
Y = [(8 + 6) × 2] ÷ 7

43 Recopie puis place des parenthèses, si nécessaire, pour que chaque égalité ci-dessous soit vraie.

a. 4 + 6 × 3 = 30
b. 11 – 7 – 4 = 8
c. 120 ÷ 6 + 3 = 23
d. 26 – 6 × 3 = 60
e. 40 ÷ 10 ÷ 2 = 8
f. 40 ÷ 7 – 5 = 20
g. 34 – 6 × 3 = 16
h. 120 ÷ 8 × 5 = 3
i. 18 ÷ 6 + 3 = 6
j. 5 + 17 – 7 = 15

44 **QCM**

a. Pour calculer $8 \times 2 \times (4 + 1)$ on commence par...

R.1	R.2	R.3
8×2	2×4	$4 + 1$

b. $5 + 3 \times 2 + 1 =$

R.1	R.2	R.3
$5 + (3 \times 2) + 1$	$5 + 3 \times (2 + 1)$	$(5 + 3) \times 2 + 1$

c. $5 \times (3 - 2) =$

R.1	R.2	R.3
11	9	5

d. $\dfrac{\frac{50}{10}}{2} =$

R.1	R.2	R.3
10	2,5	250

45 En corrigeant l'exercice de Corentin, le professeur a barré en rouge certaines égalités. Refais chaque calcul sur ton cahier puis décris les erreurs que Corentin a commises.

a. $7 + 8 - 4 + 6$

$\cancel{=} 15 - 10 = 5$

b. $[39 - (3 + 9)] \div 3$

$\cancel{=} 39 - 12 \div 3$

$= 39 - 4 = 35$

c. $5 + 3 \times 7 - 2$

$\cancel{=} 15 \times 5 = 75$

d. $(12 + 9 \div 3) \times 8 - 6$

$\cancel{=} (12 + 3) \times 2$

$= 15 \times 2 = 30$

46 Recopie puis place des parenthèses, si nécessaire, pour que chaque égalité soit vraie. Attention, ne mets pas de parenthèses inutiles !

a. $4 \times 3 - 5 - 2 = 5$

b. $8 - 3 \times 6 + 4 = 50$

c. $3 + 16 \times 8 \div 2 = 76$

d. $12 + 4 \times 7 \div 2 = 20$

e. $14 \times 4 + 7 \div 2 = 77$

47 Calcule astucieusement.

$A = (20 \times 5 + 11) \div (20 \times 5 + 11)$

$B = (14 \times 31 - 21 \times 17) \times (2 \times 12 - 24)$

48 Recopie chaque égalité en la complétant par les signes opératoires qui conviennent.

a. 23 – 6 ● 2 – 6 = 5

b. 4 ● 1 × 8 – 25 = 7

c. 9 ● (7 ● 5) × 4 = 1

d. 3 ● 5 – 2 ● 7 = 1

e. 9 ● 3 ● 5 – 5 = 10

f. 8 ● (3 ● 4 – 8) = 2

g. 17 – 7 ● 2 ● 2 = 5

h. 7 + 7 ● 5 × 2 = 77

49 Calcule en détaillant les étapes.

$C = 12 + (15 - 7) \times 3$

$D = 7 \times 7 - (18 - 9)$

$E = 30 - (14 \times 2) + 4$

$F = 25 - (7 - 4 + 6)$

$G = (3 - 2{,}7 + 2) \times 4$

$H = 12 \div (8 \div 2) + 4$

50 Calcule en détaillant les étapes.

$I = (18 - 4) \times 5 - 2$

$J = 7 + 2 \times (8 - 2)$

$K = 14 - 4 \div (10 - 5)$

$L = (31 - 13) \div 3 \times 2$

$M = 26 - (6 \times 5 - 6)$

$N = 10 + 5 \times (10 + 5)$

51 Mélanie et Aïssatou ont effectué le même calcul. Elles ont trouvé le même résultat et pensent avoir juste. Qu'en penses-tu ?

$P = (20 + 4 \div 4) \times 8 - 6$

<u>Calcul de Mélanie</u>

$P = (20 + 1) \times 8 - 6$

$P = 21 \times 2$

$P = 42$

<u>Calcul d'Aïssatou</u>

$P = (24 \div 4) \times 8 - 6$

$P = 6 \times 8 - 6$

$P = 48 - 6 = 42$

52 Calcule en détaillant les étapes.

$A = 6 \times [13 - (5 - 2)]$

$B = [(8 - 2) \times 8] \div 4 + 8$

$C = [(31 - 5) - (2 \times 7)] \div 6 \div 2$

$D = 3{,}4 + [9 \times (8 \div 2)] \div 6 \times 7 + 2{,}6$

53 Recopie puis place des parenthèses ou des crochets pour que chaque égalité soit vraie. Attention, ne mets pas de parenthèses ou de crochets inutiles !

a. $7 - 5 \times 7 \times 5 \div 5 = 14$

b. $100 \times 3 + 30 \div 3 = 1\,100$

c. $3 + 9 \times 8 \div 2 = 48$

d. $5 \times 4{,}2 - 4 \times 4 = 4$

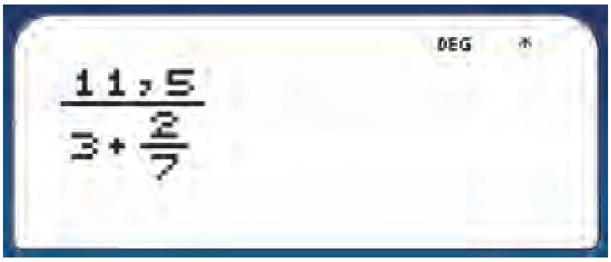
54 Calcule en détaillant les étapes.

$E = 21 + 8 \times 2 - [2 + (13 - 9) \times 3] - (10 - 6)$

$F = 66 \div 6 - (11 - 7) \times 3 \times [4 \times (4 - 2)] \div 12$

$G = [3 \times 7 - (18 - 9)] \times 2 + [(9 \times 3) + 1] - 8$

55 ***Avec la calculatrice !***



a. Saisis cette expression à l'aide de la touche « *fraction* » sur ta calculatrice. Quel résultat affiche t-elle ?

b. Saisis à nouveau cette expression mais sans utiliser la touche « *fraction* ». Comment fais-tu ? Vérifie le résultat obtenu.

c. Récris chacune de ces deux expressions sans utiliser le symbole du trait de fraction.

$$A = \frac{\frac{3}{8} + 4}{5} \text{ et } B = \frac{\frac{8}{7} - 1}{\frac{3}{4} - \frac{2}{3}}$$

56 Calcule, puis vérifie avec ta calculatrice.

$I = 12 - \frac{0{,}9 \times 30}{3}$ | $J = \frac{12 - 5 \times 2}{15 + 2{,}5 \times 2}$

$K = 8 \times 7 - 3 \times \frac{24 \div 3 + 8}{200 \times 0{,}02}$

57 Calcule en détaillant les étapes.

$A = 15 + \frac{10}{5}$ | $D = 9{,}2 - \frac{7{,}2}{9}$

$B = 12{,}2 - 2{,}2 \times 5$ | $E = 1 + 9 \times 3{,}4$

$C = \frac{9{,}9}{3} - 3{,}1$ | $F = \frac{0{,}9}{6} + 2{,}1$

58 Calcule en détaillant les étapes.

$G = \frac{36 + 9}{10}$ | $I = \frac{\frac{30}{10}}{2}$ | $K = \frac{24}{\frac{12}{4}}$

$H = \frac{\frac{30}{10}}{2}$ | $J = \frac{9 \times 4}{8 - 2}$ | $L = \frac{86 - 14}{8 \times 2}$

59 ***Nombres mystères***

a. « *J'ai choisi un nombre. Je l'ai divisé par 4 puis j'ai ajouté 13 au résultat. Je trouve 20.* »
Écris une expression qui permet de trouver ce nombre. Quel est-il ?

b. « *J'ai choisi un second nombre. J'y ai ajouté 4 puis j'ai divisé le résultat par 13. Je trouve 20.* »
Écris une expression qui permet de trouver ce second nombre. Quel est-il ?

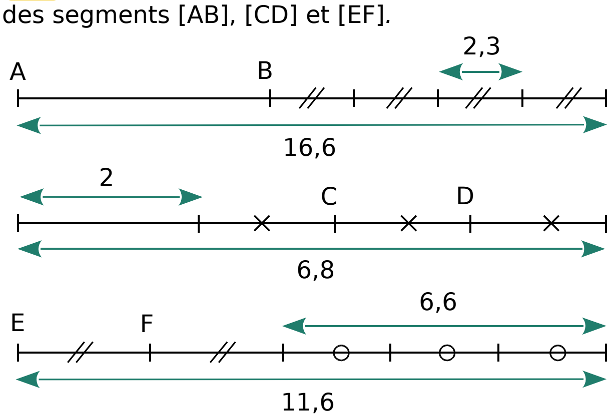
60 Le premier mai, Ludo a vendu du muguet. Avec les 739 brins qu'il avait cueillis, il a composé 30 gros bouquets de 12 brins, des petits bouquets de 5 brins et a offert les 4 derniers brins à sa mère. Écris une expression qui permet de calculer le nombre de petits bouquets que Ludo a mis en vente, puis calcule-la.

61 Écris une expression pour trouver la réponse de chaque problème puis calcule-la.

a. Daniel a gagné 4 630 € aux courses. Il décide de donner 400 € à l'occasion du Téléthon, de conserver la moitié du reste pour se payer un voyage, puis de distribuer la somme restante en parts égales à ses cinq petits-enfants. Quelle somme reçoit chacun de ses petits-enfants ?

b. Hassan a économisé 84,70 €. Il achète une raquette de tennis à 49,50 € et offre la moitié de la somme restante à son jeune frère. Quelle somme lui reste-t-il ?

62 On veut calculer les longueurs AB, CD et EF des segments [AB], [CD] et [EF].



a. Écris une expression permettant de calculer AB. Fais de même avec CD et EF.

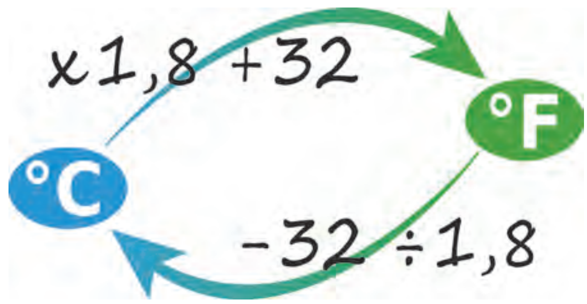
b. Effectue chacun de ces calculs.

63 Pour couler une dalle de béton, Noël a acheté vingt-deux sacs de 35 kg de ciment. Il a aussi rapporté cinq chargements de gravier et trois chargements de sable, de 600 kg chacun.

a. Écris une expression qui permet de calculer la masse totale de ces matériaux. Calcule-la.

b. Le compteur de Noël indique qu'il a utilisé 510 L d'eau au total. Sachant qu'il a fait tourner 38 fois la bétonnière, écris une expression qui permet de calculer la masse moyenne de béton pour chaque gâchée. (1 L d'eau pèse 1 kg.)

64 Aux États-Unis et dans quelques autres pays, on mesure les températures en degrés Fahrenheit (°F) plutôt qu'en degrés Celsius (°C). Pour connaitre une température en °C, il faut soustraire 32 à une température en °F puis diviser par 1,8.



a. Écris une expression qui permet de calculer la température en °C correspondant à 59 °F.

b. Écris une expression qui permet de calculer la température en °F correspondant à 10 °C.

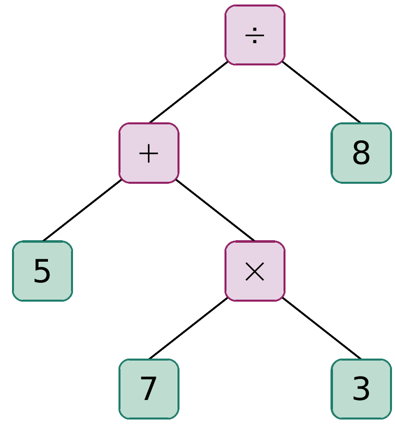
65 Rafaël a fait installer plusieurs systèmes écologiques dans sa maison.
À la fin de l'année, son système solaire, combiné avec du gaz, lui a permis d'économiser 642,52 € en eau chaude et chauffage. En un an, il a aussi utilisé 65 m^3 d'eau de pluie de sa citerne de récupération. Dans sa ville, un mètre cube d'eau de distribution coute 5,44 €.

a. Écris une expression qui permet de calculer l'économie réalisée chaque mois. Calcule-la.

b. Tous ces travaux lui ont couté 9 837,94 €. Au bout de combien de mois aura-t-il économisé cette somme si les prix de l'eau et du gaz ne changent pas ?

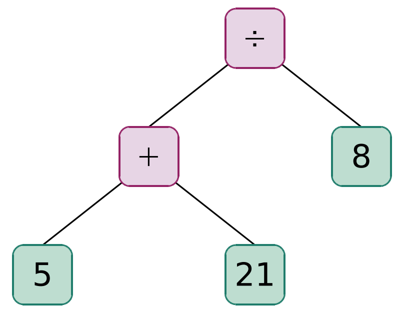
66 Pour calculer l'expression suivante : $(5 + 7 \times 3) \div 8$, la calculatrice commence par effectuer le produit, calcule dans la parenthèse, puis enfin calcule le quotient.

Pour faire ces calculs dans le bon ordre, elle utilise en interne l'arbre suivant.

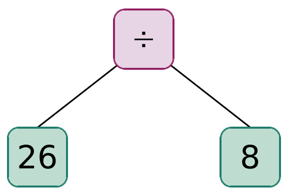


Elle effectue ensuite les calculs, en modifiant l'arbre progressivement comme ceci.

Étape 1 :



Étape 2 :



Étape 3 : 3,25

3,25 est le quotient de 26 par 8 (étapes 2 et 3).
26 est la somme de 5 et 21 (étapes 1 et 2).
Donc 3,25 est le quotient de la somme de 5 et 21 par 8.

a. Pour chacune des expressions suivantes, construis l'arbre initial et les arbres successifs obtenus lors du calcul de ces expressions.

$A = 28 - 9{,}5 \times 1{,}5$ et $B = 2{,}6 \times 2 - 28{,}7 \div 7$

b. Écris les phrases correspondant aux expressions A et B.

c. Écris la phrase correspondant à l'expression :

$$\left(5 + \frac{17}{2}\right) \div (8 \times 3 - 5{,}4)$$

67 Traduis chaque phrase par une expression puis calcule-la.

a. A est le produit de la différence de 12 et de 7 par 6.

b. B est la somme du quotient de 136 par 8 et de 3.

c. C est le double de la somme de 1 et de 6.

d. D est le quart du produit de 22 par 6.

e. E est la différence de 17 et de la somme de 4 et de 9.

f. F est le quotient de la somme de 25 et de 11 par la différence de 11 et de 5.

68 À l'inverse de l'exercice précédent, traduis chaque expression ci-dessous en une phrase.

$G = (8 + 10) \times 4$

$H = 10 \div 5 + 6$

$I = (7 + 9) \div (6 - 2)$

$J = 43 - 7 \times 6$

69 ***En mots***

Le calcul $(4 + 3) \times (11 - 5)$ se lit de la façon suivante :

« *Le produit de la somme de 4 et 3 par la différence de 11 et 5.* »

Construis cinq phrases différentes en utilisant les mots et les nombres de la phrase ci-dessus et traduis chacune d'elle par une expression.

70 ***Bonnes associations***

$$M = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

a. Calcule la valeur de M.

b. Après avoir observé attentivement l'expression ci-dessus, Amaëlle s'exclame : « C'est facile, M vaut 5×6, c'est-à-dire 30 ! ». Explique son raisonnement.

71 ***Autres bonnes associations***

$$N = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

a. Calcule la valeur de N.

b. Sans écrire le calcul, explique comment on peut trouver astucieusement la somme de tous les entiers compris entre 1 et 100 (en comptant aussi 1 et 100) et donne la valeur de cette somme. Tu peux t'inspirer de l'exercice précédent.

Carl Friedrich Gauss

72 ***Le compte est bon***

440	1	5	10	50

Pour trouver 440, chaque nombre ne peut être utilisé qu'une seule fois.

Voici la solution de Nadège : $(50 - 5 - 1) \times 10$.

De la même façon, propose une solution pour les comptes suivants.

a.

460	1	5	10	50

b.

2 500	1	5	10	50

c.

261	1	5	10	50

d.

51	2	5	7	10

e.

75	2	5	7	10

73 ***Fausses pièces***

Ci-dessus, quatre sacs contiennent de vraies pièces de 1 € pesant chacune 7,5 g et un sac contient des contrefaçons qui pèsent chacune 7,8 g.

a. Sur une balance de précision, on a posé 10 pièces du sac A, 20 du B, 30 du C, 40 du D et 50 du sac E. Dans le cas où les fausses pièces seraient dans le sac D, écris une expression qui permet de connaitre la masse totale des pièces posées sur la balance. Effectue ce calcul.

b. En ne faisant qu'**une seule pesée**, comment trouver le sac contenant les fausses pièces ? Explique en détail ta stratégie.

74 Parenthèses obligatoires !

Sur la planète Taclana, les signes opératoires ne sont pas les mêmes que sur Terre. On y trouve par exemple le signe ♥.

Sur Taclana, le calcul 5 ♥ 2 ♥ 3 n'a pas de sens car les Taclaniens n'ont pas de règle indiquant qu'on doit aller de gauche à droite ! Ils doivent donc utiliser des parenthèses et, dans ce calcul à trois nombres, il y a deux possibilités :

5 ♥ (2 ♥ 3) ou (5 ♥ 2) ♥ 3

a. Écris tous les parenthésages possibles pour le calcul suivant : 6 ♥ 4 ♥ 2 ♥ 5.

b. Fais de même avec : 3 ♥ 5 ♥ 6 ♥ 2 ♥ 7.

c. Selon toi, pour les grands calculs, est-il plus pratique de vivre sur Terre ou sur Taclana ?

75 TICE Tableur

- Choisir un nombre.
- Le multiplier par 2.
- Ajouter 1 au nombre obtenu.
- Multiplier par 5 le nombre obtenu.

a. Applique ce programme à 3.

b. Reproduis cette feuille de calcul dans un tableur. Si on écrit le nombre dans la case B1, quelles formules faut-il écrire en B2, B3 et B4 ?

	A	B	C
1	Nombre de départ		
2	Multiplier par 2		
3	Ajouter 1		
4	Multiplier par 5		
5	Résultat final		

c. Teste plusieurs nombres.
Que remarques-tu ?

76 Vrai ou Faux

P.1. La multiplication est toujours prioritaire sur les autres opérations.

P.2. Le double du produit de deux nombres est égal au produit du double de chacun des deux nombres.

P.3. Si je connais la somme de deux nombres entiers, je peux trouver leur produit.

P.4. À l'intérieur de parenthèses, je commence toujours par l'opération la plus à gauche.

P.5. Quand l'un des facteurs d'un produit est nul, le produit est nul.

P.6. $6 \times 9 - 2$ est un produit.

77 Différence de deux carrés

Pour confectionner des rideaux, Anne dispose d'un grand carré de tissu de 4 m de côté. Pour le rideau de la salle de bain, elle a besoin d'un morceau carré de 3 m de côté, comme le montre le schéma ci-contre.

Elle voudrait savoir quelle surface de tissu il lui restera une fois qu'elle aura réalisé le rideau de la salle de bain.

a. Elle remarque qu'il suffit de soustraire des aires pour trouver la surface de la chute de tissu. Quel est son calcul ?

b. Adrien remarque qu'en coupant la chute une seule fois et en recousant les deux morceaux, il peut en faire un grand rectangle. Calcule l'aire de ce rectangle.

c. En refléchissant aux méthodes d'Anne et d'Adrien, complète les égalités suivantes :

$$4 \times 4 - 3 \times 3 = (\ldots + \ldots) \times (\ldots - \ldots)$$

$$\ldots^2 - \ldots^2 = (\ldots + \ldots) \times (\ldots - \ldots)$$

78 Mot mystère

a. Recopie le tableau sur ton cahier.

Calcul n°	Expression	Résultat	Somme des chiffres	Lettre associée
①	$(7 - 5) \times (16 - 9)$			
②	$(3 \times 2 \times 30 + 14) \div 2$			
③	$(4 \times 2 \times 9) \div (17 - 3 \times 5)$			
④	$[11 \times (98 + 2) + 11] \times 5$			
⑤	$(97 + 4) \times 9 \times (6 - 1)$			
⑥	$(23 \times 5 - 1) \times (6 + 4) \div 4$			
⑦	$(40 \times 4 \times 2 + 4) \div (6 + 3)$			
⑧	$(101 \times 3 - 2) \times 9 \times 3$			

b. Calcule chacune des huit expressions qui sont écrites dans ce tableau (en notant le détail des calculs) puis reporte les résultats dans ton tableau.

c. Pour chaque résultat, calcule la somme de ses chiffres et reporte-la dans ton tableau.

d. Chaque somme obtenue est associée à une lettre de l'alphabet (A pour 1, B pour 2, C pour 3...). Écris les huit lettres obtenues dans le tableau.

e. Reconstitue un mot qui t'est familier, en remettant les lettres dans le bon ordre.

Algo

Pour calculer l'expression $7 \times 5 + 3 \times 4$, une machine, qui ne peut faire qu'un seul calcul à la fois, suit les instructions suivantes.

- Calculer 7×5.
- Stocker le résultat précédent dans a.
- Calculer 3×4.
- Stocker le résultat précédent dans b.
- Afficher la valeur de $a + b$.

a. Écris les expressions correspondant aux deux programmes suivants.

- Calculer $14 + 3$.
- Stocker le résultat précédent dans a.
- Calculer $23 - 5$.
- Stocker le résultat précédent dans b.
- Afficher la valeur de $a \times b$.

- Calculer 7×2.
- Stocker le résultat précédent dans a.
- Calculer $5 \div 2$.
- Stocker le résultat précédent dans b.
- Calculer $a + b$.
- Stocker le résultat précédent dans c.
- Afficher la valeur de $3 \times c$.

b. Écris les instructions correspondant aux expressions suivantes.

- $A = 175 - 8 \times 9$
- $B = (4 + 6 \times 3) \div 17$

Casse-tête

En utilisant quatre fois le chiffre 5, les opérations courantes et éventuellement des parenthèses, on peut trouver presque tous les nombres entiers **compris entre 0 et 12**.

Par exemple : $10 = (55 - 5) \div 5$

Quel nombre entier semble poser problème ?

Pour les autres nombres entiers, donne les expressions qui leur sont égales.

N2

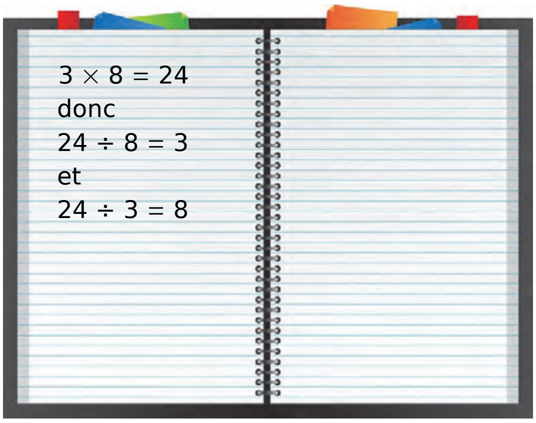
Fractions

Activités

1 Quotients

Cours : 1-A

On a retrouvé ces égalités dans le cahier de Lucie.



a Peux-tu expliquer ces calculs ?

On cherche à compléter l'égalité :

$\ldots \times 8 = 3$.

b Comment trouver rapidement le nombre manquant ? Peut-on l'écrire en utilisant une virgule ?

c Même question avec l'égalité :

$\ldots \times 7 = 3$.

2 Proportions

Cours : 1-B

a Voici trois recettes de confiture.

Confiture de fraises	« 450 g de sucre pour 750 g de fraises. »
Confiture d'abricots	« 500 g de sucre pour 1 kg de confiture. »
Confiture de cerises	« 800 g de sucre pour 2 400 g de cerises. »

Quelle est la confiture la plus sucrée ?

b Dans le bassin des poissons de rivière de l'aquarium, on peut voir :

Carpes	Esturgeons	Rotengles	Perches arc-en-ciel
7	4	6	?

On sait que la proportion d'esturgeons dans ce bassin est égale à $\frac{4}{19}$.

Combien ce bassin contient-il de perches arc-en-ciel ?

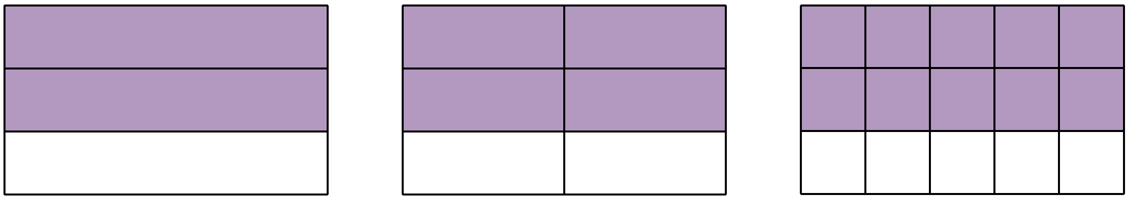
c **Avec des mots**

- Quelle est la proportion de voyelles dans chacun de ces mots :
  carpe, esturgeon, rotengle et perche arc-en-ciel ?
- Cherche des mots ayant la plus forte proportion de voyelles.
- Même question, mais en cherchant des mots de six lettres au minimum.

3 Fractions égales

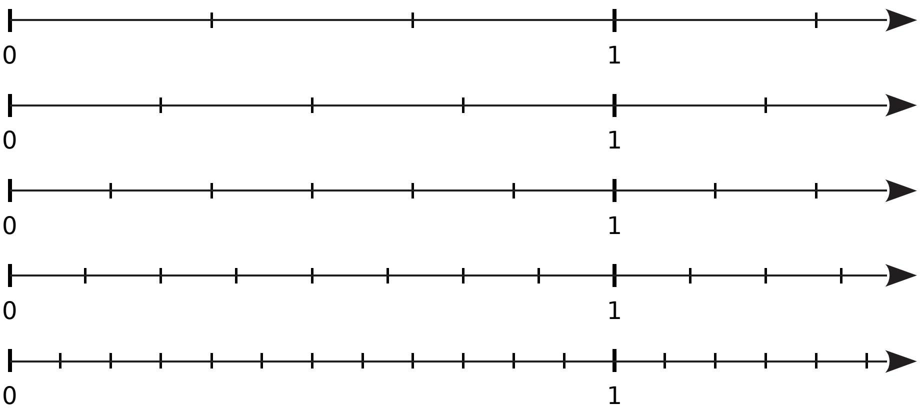
Cours : 2-A

a On a représenté ci-dessous trois fois le même rectangle avec la même surface coloriée. Chacun d'entre eux a été partagé en parts égales de différentes façons.



- En utilisant les trois rectangles, trouve trois fractions égales.
- En imaginant d'autres partages, trouve d'autres fractions égales aux précédentes.

b En utilisant les demi-droites graduées ci-dessous, établis des égalités de fractions.



c À l'aide de ce qui précède, détermine la condition pour que deux quotients soient égaux.

4 Proportions et pourcentages

Cours : 2-E

Voici les résultats obtenus par Trang lors d'une série de parties d'échecs.
On note G pour « Gagné » et P pour « Perdu ». On ne donne pas le résultat de la dernière partie.

G – P – G – P – G – G – G – P – G – P – G – P – G – P – G – G – G – P – P – ?

Le commentateur annonce que Trang a remporté 55 % de ses parties.

a Trang a-t-il gagné ou perdu la dernière partie ? ?

b Quel est le pourcentage de parties perdues par Trang ?

c Trang fait une dernière partie qu'il remporte. Quel est alors le pourcentage de parties gagnées par Trang ?

1 Écritures fractionnaires

A Quotient

→ 16

Définitions a et b désignent deux nombres et $b \neq 0$.

Le **quotient** de a par b est le nombre qui, multiplié par b, donne a.

Il est noté : $\frac{a}{b}$.

Il vérifie l'égalité : $\frac{a}{b} \times b = a$.

Dans le quotient $\frac{a}{b}$, a est appelé le **numérateur** et b le **dénominateur**.

Exemple 1 :

Le quotient de 3 par 4 est noté $\frac{3}{4}$. Ce nombre vérifie l'égalité $\frac{3}{4} \times 4 = 3$.

C'est le résultat de la division $3 \div 4$. En effet, on vérifie que $0{,}75 \times 4 = 3$. On a donc $\frac{3}{4} = 0{,}75$.

Le quotient de 3 par 4 est donc un nombre décimal.

Exemple 2 :

Le quotient de 1 par 3 est noté $\frac{1}{3}$. C'est le nombre qui, multiplié par 3, donne 1 : $\frac{1}{3} \times 3 = 1$.

Le résultat de la division $1 \div 3$ ne tombe jamais juste.

Le quotient de 1 par 3 n'est donc pas un nombre décimal. On ne peut écrire que $\frac{1}{3} \approx 0{,}333$.

Remarque :

Tout nombre décimal possède une infinité d'écritures fractionnaires.

Par exemple : $3{,}05 = \frac{3{,}05}{1} = \frac{6{,}1}{2}$ mais un quotient n'est pas nécessairement un nombre décimal.

B Proportions

→ 26

Exemple 1 :

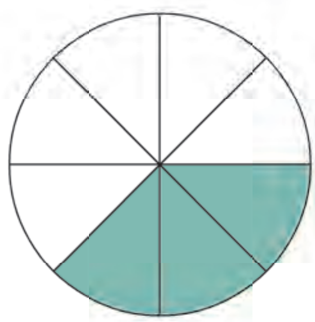
Dans une classe de 28 élèves, il y a 21 filles.

La proportion de filles dans cette classe est $\frac{21}{28}$.

La proportion de garçons dans cette classe est égale à $\frac{7}{28}$.

Exemple 2 :

Le disque ci-contre est divisé en 8 parts égales, chaque part représente $\frac{1}{8}$ du disque.



La proportion du disque coloriée en vert est donc $\frac{3}{8}$.

La proportion du disque non coloriée est $\frac{5}{8}$.

2 Égalité de quotients, fractions

A Quotients égaux

→ 36

Propriété Si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur d'un quotient par un même nombre non nul, alors on obtient une nouvelle écriture fractionnaire de ce quotient.

$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$ où a et b sont deux nombres tels que $b \neq 0$ et $k \neq 0$

Exemples :

$\frac{0{,}2}{1{,}2} = \frac{0{,}2 \times 5}{1{,}2 \times 5} = \frac{1}{6}$ et $\frac{24}{18} = \frac{24 \div 6}{18 \div 6} = \frac{4}{3}$

B Simplifier une fraction

→ 49

Définition 1 Lorsque a et b sont deux nombres entiers, avec b non nul, le quotient $\frac{a}{b}$ est appelé **fraction**.

Exemple :

On sait que $0{,}75 = \frac{3}{4} = \frac{1{,}5}{2}$.

Ce sont trois écritures d'un même nombre mais seule l'écriture $\frac{3}{4}$ est une fraction.

Définition 2 **Simplifier** une fraction, c'est chercher une fraction qui lui est égale mais avec un dénominateur plus petit.

Exemple :

La fraction $\frac{25}{15}$ peut être simplifiée car 25 et 15 sont tous les deux divisibles par 5.

$\frac{25}{15} = \frac{5 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{3}$. La fraction $\frac{5}{3}$ ne peut pas être simplifiée davantage.

Remarque : Pour simplifier une fraction, on peut utiliser les critères de divisibilité.

- Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.
- Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

C Division de deux nombres décimaux

Propriété Tout quotient de décimaux peut s'écrire sous la forme d'un nombre en écriture fractionnaire dont le dénominateur est un nombre entier.

Exemple :

Pour effectuer la division $9 \div 0{,}4$, on détermine un nombre égal, en écriture fractionnaire, dont le dénominateur est un nombre entier.

$9 \div 0{,}4 = \frac{9}{0{,}4} = \frac{9 \times 10}{0{,}4 \times 10} = \frac{90}{4} = 22{,}5$

D Fraction décimale

Définition Les **fractions décimales** sont les fractions qui ont pour dénominateur 1, 10, 100, 1 000, etc.

Exemple :

$\frac{475}{100}$ est une **fraction décimale**.

Propriété Tout **nombre décimal** peut s'écrire sous la forme d'une **fraction décimale**.

Exemple :

$4{,}75 = \frac{4{,}75}{1} = \frac{4{,}75 \times 100}{1 \times 100} = \frac{475}{100}$

Remarque :

Il est parfois possible de simplifier la fraction décimale obtenue : $4{,}75 = \frac{475}{100} = \frac{25 \times 19}{25 \times 4} = \frac{19}{4}$.

E Proportion et pourcentage

Définition Quand une proportion est écrite sous la forme d'un quotient qui a pour dénominateur 100, on obtient ce que l'on appelle la **proportion en pourcentage**.

Exemple :

Une ville de 50 000 habitants est traversée par un canal.
18 250 habitants ont leur logement sur la rive droite du canal.
La proportion d'habitants ayant leur logement sur la rive droite est égale à $\frac{18\,250}{50\,000}$.

On peut écrire ce quotient avec 100 au dénominateur :

$\frac{18\,250}{50\,000} = \frac{18{,}25 \times 1\,000}{50 \times 1\,000} = \frac{18{,}25}{50} = \frac{18{,}25 \times 2}{50 \times 2} = \frac{36{,}5}{100}$

La proportion est donc égale à $\frac{36{,}5}{100}$.

On dit que le pourcentage d'habitants ayant leur logement sur la rive droite est de **36,5 %**.

3 Comparaison de fractions

→ 57

Définition Si deux fractions ont le même dénominateur, la plus petite est celle qui a le plus petit numérateur.

Exemple :

Rangeons dans l'**ordre croissant** les fractions suivantes : $\frac{5}{7}, \frac{9}{7}, \frac{8}{7}, \frac{4}{7}$.

Ces fractions ont toutes 7 pour dénominateur ; elles seront donc rangées dans l'ordre croissant de leur numérateur.

Comme $4 < 5 < 8 < 9$, on en déduit que $\frac{4}{7} < \frac{5}{7} < \frac{8}{7} < \frac{9}{7}$.

Voir aussi les Questions FLASH dans le manuel numérique !

À l'oral !

1 Complète chaque phrase ci-dessous.

a. Le nombre qui, multiplié par 3, donne 5 est $\frac{...}{...}$.

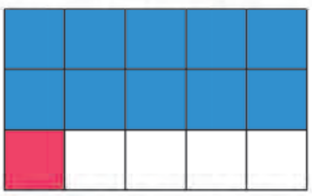
b. Le nombre qui, multiplié par ..., donne ... est $\frac{8}{1,5}$.

c. .... donne ... est $\frac{3,7}{1,3}$.

2 Complète chaque égalité.

a. $... \times \frac{7}{11} = 7$ **b.** $6,1 \times \frac{...}{...} = 3,9$

3 On considère ce rectangle.



a. Quelle proportion de l'aire du rectangle est coloriée en bleu ?

b. Quelle proportion de l'aire du rectangle est coloriée en rose ?

c. Quelle proportion de l'aire du rectangle n'est pas coloriée ?

4 Dans un troupeau de brebis et de chèvres, il y a trois fois plus de brebis que de chèvres. Quelle est la proportion de brebis ? Quelle est celle de chèvres ?

5 Complète.

a. $\frac{2}{7} = \frac{...}{42}$ **b.** $\frac{3}{8} = \frac{9}{...}$ **c.** $\frac{3}{10} = \frac{...}{100}$

d. $\frac{2}{4} = \frac{16}{...}$ **e.** $\frac{0,9}{0,7} = \frac{...}{6,3}$ **f.** $\frac{7}{1,5} = \frac{...}{3}$

6 Les nombres ci-dessous sont-ils divisibles par 2 ? Par 3 ? Par 5 ? Par 9 ?

a. 78 **b.** 96 543 **c.** 12 625

d. 650 **e.** 180 **f.** 73

7 Simplifie le plus possible.

a. $\frac{18}{8}$ **b.** $\frac{8}{64}$ **c.** $\frac{25}{95}$

d. $\frac{49}{7}$ **e.** $\frac{21}{49}$ **f.** $\frac{300}{21}$

8 Exprime chaque nombre sous forme d'une fraction de dénominateur 45.

a. $\frac{5}{9} = \frac{...}{45}$ **b.** $\frac{11}{5}$ **c.** 3

d. $\frac{5}{3}$ **e.** $\frac{2}{5}$ **f.** $\frac{1}{9}$

9 Exprime $\frac{8}{4,07}$ sous forme d'une fraction.

10 Exprime chaque quotient sous forme d'une écriture fractionnaire avec un dénominateur entier.

a. $\frac{7}{2,85}$ **b.** $\frac{18,1}{0,209}$ **c.** $\frac{0,08}{0,7}$

11 Compare.

a. $\frac{3}{5} ... \frac{9}{5}$ **b.** $\frac{4}{3,8} ... \frac{1,7}{3,8}$ **c.** $\frac{5}{6,9} ... \frac{5}{6,17}$

d. $\frac{3}{10} ... \frac{29}{100}$ **e.** $\frac{5}{14} ... \frac{3}{7}$ **f.** $\frac{12}{7} ... 2$

12 Lors d'une élection, le candidat A a obtenu $\frac{1}{4}$ des voix tandis que le candidat B a obtenu 23 % des voix. Qui a obtenu le plus de voix ? Propose plusieurs méthodes.

13 **Vrai ou Faux**

P.1. $\frac{1}{2} = \frac{11}{12}$

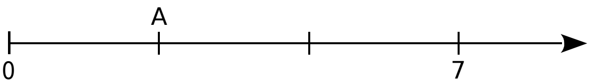
P.2. 3 555 est divisible par 3 et 5.

P.3. $\frac{1}{2} < \frac{7}{18}$

P.4. $\frac{3}{4} = 45\ \%$

Fraction quotient

14 *Demi-droite graduée*



a. Quelle est l'abscisse du point A ?

b. Reproduis cette demi-droite graduée puis place le point B d'abscisse $\frac{7}{6}$.

15 On considère le quotient $22 \div 5$.

a. Donne son écriture fractionnaire. Quel est son numérateur ? Quel est son dénominateur ?

b. Donne une écriture décimale de ce quotient.

16 Donne une écriture décimale de chaque quotient.

a. $\frac{1}{2}$ **b.** $\frac{1}{4}$ **c.** $\frac{1}{5}$ **d.** $\frac{9}{2}$ **e.** $\frac{9}{4}$ **f.** $\frac{9}{5}$

17 À l'aide de la calculatrice, recopie puis complète par = ou ≠.

a. $\frac{1}{3}$ ... 0,33 **b.** $\frac{15}{8}$ ... 1,875 **c.** $\frac{7}{4}$ ... 1,75

d. $\frac{19}{7}$ ... 2,714 **e.** $\frac{3}{11}$ ... 0,27 **f.** $\frac{24}{5}$ ... 4,8

18 **TICE Tableur**

On veut déterminer les 10 premières décimales du quotient $\frac{9}{14}$ sans poser de division.

a. Compare ce quotient à 1. Justifie.

b. Complète la phrase : « $\frac{9}{14}$ est le nombre qui, multiplié par ... , donne ... . »

c. Dans une feuille de calcul, recopie ce tableau ainsi que la formule dans la cellule B1. Étire ensuite cette formule vers le bas.

	A	B
1	0,1	=A1*14
2	0,2	
3	0,3	
4	0,4	
5	0,5	
6	0,6	
7	0,7	
8	0,8	
9	0,9	

d. Déduis-en un encadrement de ce quotient au dixième.

e. Modifie les nombres de la première colonne pour déterminer un encadrement de ce quotient au centième.

f. Continue jusqu'à ce que tu obtiennes les dix premières décimales de ce quotient.

19 Parmi les quotients suivants, quels sont ceux qui ne sont pas des nombres décimaux ? Donnes-en alors une valeur approchée, au centième près par défaut.

a. $\frac{3}{2}$ **b.** $\frac{5}{3}$ **c.** $\frac{7}{4}$ **d.** $\frac{9}{5}$ **e.** $\frac{11}{6}$

f. $\frac{13}{7}$ **g.** $\frac{15}{8}$ **h.** $\frac{17}{9}$ **i.** $\frac{19}{10}$ **j.** $\frac{21}{11}$

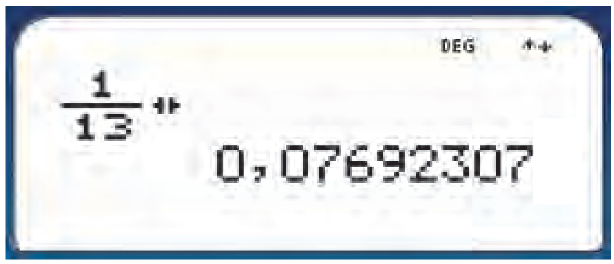
20 Donne une valeur approchée au millième de chaque quotient.

a. $\frac{18}{37}$ **b.** $\frac{37}{18}$ **c.** $\frac{45}{99}$ **d.** $\frac{99}{23}$ **e.** $\frac{57}{63}$ **f.** $\frac{63}{57}$

21 Parmi les quotients suivants, quels sont ceux qui sont égaux à 2,4 ?

a. $\frac{12}{5}$ **b.** $\frac{22}{9}$ **c.** $\frac{17}{7}$ **d.** $\frac{48}{20}$ **e.** $\frac{84}{35}$ **f.** $\frac{26}{11}$

22 Pour le résultat de $\frac{1}{13}$, la calculatrice affiche :



a. Que remarques-tu ? Sans poser d'opération, détermine les dix décimales suivantes de ce quotient.

b. Écris le résultat qu'affiche la calculatrice pour

$\frac{2}{13}; \frac{3}{13}; \frac{4}{13}; \frac{5}{13}; \frac{6}{13}; \frac{7}{13}; \frac{8}{13}; \frac{9}{13}; \frac{10}{13}; \frac{11}{13}$ et $\frac{12}{13}$.

c. Pour chaque quotient, détermine la période de sa partie décimale, puis classe ces 12 quotients en deux familles, en expliquant ton choix.

23 Écris le résultat qu'affiche la calculatrice pour $\frac{1}{11}; \frac{2}{11}; \frac{3}{11}; \frac{4}{11}; \frac{5}{11}; \frac{6}{11}; \frac{7}{11}; \frac{8}{11}; \frac{9}{11}$ et $\frac{10}{11}$.

a. Pour chaque quotient, détermine la période de sa partie décimale.

b. Comment classer ces quotients en différentes familles ? Indique combien tu en trouves.

24 Détermine la période de la partie décimale de chaque quotient.

a. $\frac{5}{7}$ **b.** $\frac{5}{9}$ **c.** $\frac{15}{11}$ **d.** $\frac{5}{14}$ **e.** $\frac{5}{21}$ **f.** $\frac{5}{27}$

Proportions

25 **QCM**

a. Dans un panier, il y a 12 pommes et 17 poires. Quelle est la proportion de poires ?

R.1	R.2	R.3
$\frac{17}{29}$	$\frac{17}{12}$	$\frac{12}{17}$

b. Dans une urne qui contient 27 boules blanches et noires, il y a 5 boules noires. La proportion de boules blanches dans l'urne est...

R.1	R.2	R.3
$\frac{5}{27}$	$\frac{22}{27}$	$\frac{5}{22}$

c. $\frac{11}{16}$ des élèves d'une classe font de l'espagnol, alors le nombre d'élèves dans la classe est...

R.1	R.2	R.3
27	16	on ne sait pas

26 Donne la proportion des pastilles de chaque couleur.

27 Actuellement 1,5 milliard d'êtres humains n'ont pas accès à l'eau potable, et 2,6 milliards ne disposent pas d'un réseau d'assainissement des eaux usées (toilettes, égouts...).

Si l'on considère que la planète compte 7,4 milliards d'individus, donne la proportion d'êtres humains (sous la forme d'une fraction la plus simple possible)...

a. qui n'ont pas accès à l'eau potable ;

b. qui ne disposent pas d'un réseau d'assainissement.

28 ***Dans un jeu de 52 cartes***

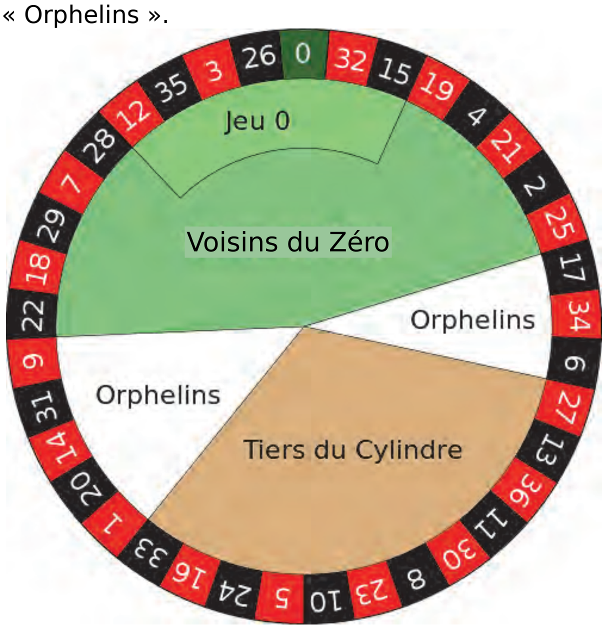
a. Quelle est la proportion des as ?

b. Quelle est la proportion des piques ?

c. Quelle est la proportion des cœurs parmi les cartes rouges ?

d. Quelle est la proportion des rois parmi les figures ?

29 Au casino, les numéros du cylindre de la roulette sont divisés en trois catégories : les « Voisins du Zéro », le « Tiers du Cylindre » et les « Orphelins ».



a. Quelle est la proportion des numéros de chaque catégorie ?

b. Quelle est la proportion des numéros de la catégorie « Jeu 0 » parmi les numéros de la catégorie « Voisins du Zéro » ?

30 Voici la composition nutritionnelle de 100 g de crème dessert à la vanille.

protéines	3,64 g
glucides	?
lipides	4 g
eau	71,2 g
autre	1,86 g

Quelle est la proportion en pourcentage...

a. des protéines ?

b. des lipides ?

c. des glucides ?

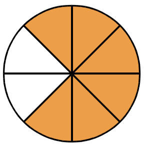
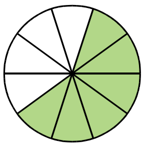
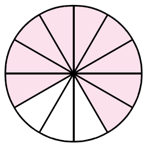
31 *Tetris* met le joueur au défi de réaliser des lignes complètes en déplaçant des pièces de formes différentes, composées de 4 carreaux.

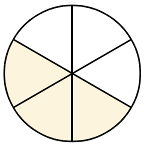
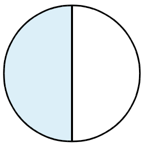
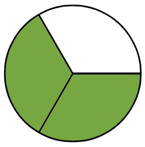
a. Quelle est la proportion de chaque tétramino ?

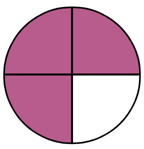
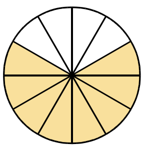
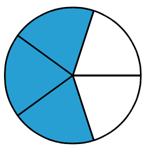
b. On ajoute un tétramino jaune. Redonne alors la proportion de chaque tétramino mais, cette fois-ci, en pourcentage.

Fractions égales

32 Quelles sont les figures dont les portions coloriées sont égales ? Écris alors les égalités de fractions correspondantes.

a.  **d.**  **g.** 

b.  **e.**  **h.** 

c.  **f.**  **i.** 

33 Dans chaque cas ci-dessous, indique, en justifiant, si les fractions données sont égales.

a. $\frac{2}{3}$ et $\frac{10}{15}$ **c.** $\frac{28}{35}$ et $\frac{4}{5}$ **e.** $\frac{12}{11}$ et $\frac{110}{120}$

b. $\frac{3}{2}$ et $\frac{33}{23}$ **d.** $\frac{3}{7}$ et $\frac{24}{63}$ **f.** $\frac{5}{9}$ et $\frac{30}{54}$

34 Recopie et complète.

a. $\frac{4}{5} = \frac{4 \times \ldots}{5 \times \ldots} = \frac{\ldots}{15}$ **c.** $\frac{1}{2} = \frac{1 \times \ldots}{\ldots \times \ldots} = \frac{7}{\ldots}$

b. $\frac{5}{6} = \frac{\ldots \times \ldots}{6 \times \ldots} = \frac{\ldots}{36}$ **d.** $\frac{3}{5} = \frac{\ldots \times \ldots}{5 \times \ldots} = \frac{\ldots}{20}$

35 Recopie et complète comme dans l'exemple.

$$\frac{3 \overset{\times 2}{}}{5_{\times 2}} = \frac{6}{10}$$

a. $\frac{7}{3} = \frac{\ldots}{6}$ **c.** $\frac{7}{5} = \frac{21}{\ldots}$ **e.** $\frac{11}{8} = \frac{\ldots}{64}$

b. $\frac{1}{4} = \frac{20}{\ldots}$ **d.** $\frac{10}{9} = \frac{50}{\ldots}$ **f.** $\frac{3}{4} = \frac{\ldots}{100}$

36 Écris chaque fraction sous la forme d'une fraction de dénominateur 100.

a. $\frac{1}{10}$ **b.** $\frac{7}{50}$ **c.** $\frac{9}{20}$ **d.** $\frac{18}{5}$ **e.** $\frac{41}{25}$ **f.** $\frac{5}{4}$

37 Écris quatre fractions égales à ...

a. $\frac{2}{7}$ **b.** $\frac{8}{5}$ **c.** $\frac{10}{11}$ **d.** $\frac{4}{25}$

38 Recopie et complète.

a. $\frac{10}{6} = \frac{\ldots}{3} = \frac{25}{\ldots}$ **d.** $\frac{45}{60} = \frac{3}{\ldots} = \frac{\ldots}{28}$

b. $\frac{12}{15} = \frac{\ldots}{5} = \frac{8}{\ldots}$ **e.** $\frac{26}{65} = \frac{\ldots}{5} = \frac{18}{\ldots}$

c. $\frac{27}{18} = \frac{\ldots}{2} = \frac{15}{\ldots}$ **f.** $\frac{49}{42} = \frac{7}{\ldots} = \frac{\ldots}{72}$

39 Recopie ce tableau puis colorie d'une même couleur les cases dont les nombres sont égaux.

$\frac{7}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{21}{49}$	$\frac{1{,}2}{0{,}5}$
$\frac{3}{7}$	$\frac{33}{100}$	$\frac{14}{8}$	$\frac{15}{10}$
$\frac{12}{5}$	$\frac{28}{16}$	1,5	0,33
$\frac{9}{49}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{18}{12}$	$\frac{45}{105}$

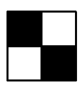
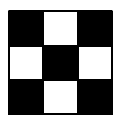
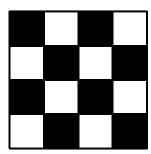
40 Dans chaque liste de fractions se cache un intrus. Trouve-le en justifiant.

a. $\frac{80}{100}$ $\frac{16}{20}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{34}{40}$ $\frac{8}{10}$

b. $\frac{12}{16}$ $\frac{15}{25}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{75}{100}$ $\frac{21}{28}$

c. $\frac{91}{115}$ $\frac{65}{75}$ $\frac{130}{150}$ $\frac{13}{15}$ $\frac{26}{30}$

41 On considère les damiers suivants.

a. Reproduis ces damiers puis poursuis la série avec des carrés de côté 5, 6 et 7 carreaux.

b. Pour chacun des six damiers, exprime la fraction des carreaux noirs par rapport au nombre total de carreaux.

c. Pour quels damiers ces fractions sont-elles égales ?

d. En considérant les damiers 7, 8 et 9, trouve d'autres fractions égales.

Simplification de fractions

42 Dans la liste de fractions ci-dessous, quelles sont les fractions qui peuvent être simplifiées ? Pourquoi ?

a. $\frac{45}{105}$ **b.** $\frac{140}{90}$ **c.** $\frac{97}{3}$ **d.** $\frac{123}{45}$ **e.** $\frac{25}{46}$

43 Recopie ce tableau. Pour chaque fraction, coche le (ou les) nombre(s) par le(s)quel(s) elle est simplifiable.

		2	3	4	5	9
a.	$\frac{18}{16}$					
b.	$\frac{5}{10}$					
c.	$\frac{30}{45}$					
d.	$\frac{12}{24}$					
e.	$\frac{27}{36}$					
f.	$\frac{70}{20}$					

44 Simplifie chaque fraction par 2.

a. $\frac{4}{10}$ **b.** $\frac{8}{14}$ **c.** $\frac{2}{20}$ **d.** $\frac{66}{50}$ **e.** $\frac{400}{198}$

45 Simplifie chaque fraction par 3.

a. $\frac{3}{9}$ **b.** $\frac{15}{12}$ **c.** $\frac{6}{33}$ **d.** $\frac{18}{24}$ **e.** $\frac{21}{15}$

46 Simplifie chaque fraction par 7.

a. $\frac{7}{21}$ **b.** $\frac{28}{70}$ **c.** $\frac{35}{49}$ **d.** $\frac{63}{42}$ **e.** $\frac{84}{77}$

47 Voici les diviseurs de trois nombres.

	Liste des diviseurs
42	1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 7 ; 14 ; 21 ; 42.
56	1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 14 ; 28 ; 56.
60	1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15; 20 ; 30 ; 60.

Aide-toi de cette liste pour simplifier au maximum chaque fraction.

a. $\frac{42}{56}$ **b.** $\frac{56}{60}$ **c.** $\frac{60}{42}$

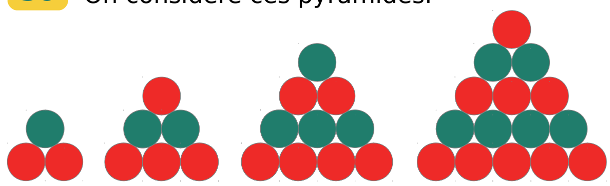
48 Simplifie chaque fraction si possible.

a. $\frac{48}{36}$ **b.** $\frac{11}{77}$ **c.** $\frac{125}{25}$ **d.** $\frac{13}{7}$ **e.** $\frac{20}{160}$

49 Simplifie chaque fraction si possible.

a. $\frac{15}{60}$ **b.** $\frac{13}{26}$ **c.** $\frac{51}{68}$ **d.** $\frac{252}{189}$ **e.** $\frac{256}{384}$

50 On considère ces pyramides.



a. Exprime la proportion de boules vertes pour chaque pyramide puis simplifie chaque fraction.

b. Construis les quatre pyramides qui prolongent cette série puis reprends la question **a** pour chacune d'elles.

c. Dans quels cas les proportions de boules vertes sont-elles égales ?

51 Écris chaque nombre sous la forme d'une fraction décimale puis simplifie-la.

a. 1,2 **b.** 0,5 **c.** 2,25 **d.** 0,02 **e.** 1,125

52 Écris chaque nombre sous la forme d'une fraction puis simplifie-la.

a. $\frac{1,2}{2}$ **b.** $\frac{1,5}{30}$ **c.** $\frac{7,68}{1,4}$ **d.** $\frac{0,96}{0,84}$ **e.** $\frac{28}{3,5}$

53 Simplifie chaque fraction.

a. $\frac{2 \times 3 \times 4 \times 5}{3 \times 4 \times 5 \times 7}$ **c.** $\frac{18 \times 5 \times 6}{3 \times 2 \times 2 \times 3}$

b. $\frac{11 \times 15 \times 17 \times 7}{17 \times 11 \times 8 \times 15}$ **d.** $\frac{18 \times 15}{30 \times 2}$

54 ***Message codé***

A	C	I	E	Q	R	S	T	U
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{10}{11}$

a. Trouve le mot mystère en simplifiant chaque fraction et en la remplaçant par la lettre correspondante.

$\frac{405}{450}$ $\frac{840}{1\,050}$ $\frac{360}{432}$ $\frac{420}{480}$ $\frac{1\,056}{1\,188}$

b. À ton tour de coder le mot : QUART.

Comparaison de fractions

55 ***Comparer des fractions à des entiers***

a. Recopie les fractions suivantes puis entoure en vert celles qui sont inférieures à 1 et en rouge celles qui sont supérieures à 1.

$\frac{7}{8}$; $\frac{9}{4}$; $\frac{12}{5}$; $\frac{634}{628}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{18}{8}$; $\frac{182}{196}$; $\frac{4}{23}$

b. Recopie puis entoure les fractions inférieures à 2 en expliquant ta démarche.

$\frac{64}{21}$; $\frac{35}{18}$; $\frac{41}{18}$; $\frac{12}{25}$; $\frac{14}{30}$; $\frac{169}{83}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{12}{25}$

56 Recopie et complète les pointillés par les symboles $<$ ou $>$.

a. $\frac{1}{3}$ … 3
b. $\frac{7}{13}$ … $\frac{13}{7}$
c. 0 … $\frac{1}{1\,000}$
d. 4 … $\frac{9}{10}$
e. $\frac{12}{15}$ … $\frac{36}{30}$
f. $\frac{999}{1\,000}$ … $\frac{3}{2}$

57 Recopie et complète les pointillés par les symboles $<$ ou $>$.

a. $\frac{4}{5}$ … $\frac{7}{5}$
b. $\frac{2}{13}$ … $\frac{1}{13}$
c. $\frac{19}{23}$ … $\frac{31}{23}$
d. $\frac{7{,}1}{6}$ … $\frac{7}{6}$
e. 0 … $\frac{0{,}15}{0{,}001}$
f. $\frac{1{,}3}{3}$ … $\frac{1{,}15}{3}$

58 Au cirque Pandor, il y a douze animaux dont cinq sont des fauves. Le cirque Zopoutou possède vingt-quatre animaux dont cinq fauves.

a. Exprime ces proportions sous forme de fractions.

b. Quel cirque a la plus grande proportion de fauves ?

59 Recopie et complète les pointillés par les symboles $<$ ou $>$.

a. $\frac{1}{2}$ … $\frac{1}{4}$
b. $\frac{7}{5}$ … $\frac{7}{6}$
c. $\frac{41}{51}$ … $\frac{41}{49}$
d. $\frac{62}{41}$ … $\frac{62}{35}$
e. $\frac{12}{6}$ … $\frac{12}{18}$
f. 5 … $\frac{5}{2}$

60 **QCM**

a. Quelle fraction est inférieure à $\frac{15}{13}$?

R.1	R.2	R.3
$\frac{17}{13}$	$\frac{17}{19}$	$\frac{15}{11}$

b. Quelle inégalité est vraie ?

R.1	R.2	R.3
$\frac{11}{27} < \frac{4}{9}$	$\frac{3}{8} < \frac{13}{40}$	$5 > \frac{11}{2}$

c. Quelle proportion est supérieure à 90 % ?

R.1	R.2	R.3
$\frac{17}{20}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7{,}5}{8}$

61 Recopie et complète les pointillés par les symboles $<$ ou $>$.

a. $\frac{2}{3}$ … $\frac{1}{9}$
b. $\frac{1}{2}$ … $\frac{1}{4}$
c. $\frac{3}{4}$ … $\frac{7}{8}$
d. $\frac{12}{15}$ … $\frac{4}{3}$
e. $\frac{7}{18}$ … $\frac{3}{9}$
f. $\frac{19}{10}$ … $\frac{10}{5}$

62 Recopie et complète les pointillés par les symboles $<$, $>$ ou $=$.

a. $\frac{4}{7}$ … $\frac{7}{14}$
b. $\frac{7}{8}$ … $\frac{16}{15}$
c. $\frac{13}{4}$ … $\frac{27}{8}$
d. $\frac{12}{15}$ … $\frac{12}{14}$
e. $\frac{9}{18}$ … $\frac{3}{6}$
f. $\frac{24}{10}$ … $\frac{10}{5}$
g. $\frac{7}{84}$ … $\frac{1}{12}$
h. $\frac{6}{5}$ … $\frac{6}{4}$
i. $\frac{7}{4}$ … 2

63 Dans les parkings, la loi exige que, sur 50 places, au moins une soit réservée aux personnes en situation de handicap. Un parking de 600 places contient 10 places réservées.

Le gérant de ce parking respecte-t-il la loi ?

64 ***Comparer***

a. Compare $\frac{7}{5}$ et $\frac{22}{15}$.

b. Compare $\frac{13}{9}$ et $\frac{4}{3}$.

c. Avec une calculatrice, donne une valeur approchée de chacune des fractions puis compare tes réponses précédentes.

65 ***En comparant 2 à 2***

a. Compare $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{9}$.

b. Compare $\frac{1}{4}$ et $\frac{5}{12}$.

c. Compare $\frac{5}{9}$ et $\frac{5}{12}$.

d. En utilisant les trois questions précédentes, compare $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{4}$.

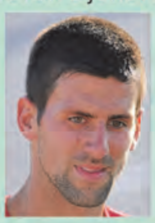
66 Dans chaque cas, réponds à la question en comparant deux fractions.

a. Mon frère a déjà fait 60 parties sur le jeu "Robostrike". Il a gagné 33 fois. Pour ma part, je joue depuis plus longtemps. J'ai 300 parties à mon actif dont 153 victoires. Peut-on dire que je gagne plus souvent que mon frère ?

b. J'ai eu deux notes en maths : trois sur cinq et onze sur vingt. Quelle est la meilleure de ces deux notes ?

c. Parmi les sportifs de la classe, 3 filles sont dans une équipe de basket-ball et 7 filles dans une équipe de rugby. Dans quelle équipe la proportion de filles est-elle la plus importante ?

67 Voici les statistiques de la finale hommes 2015 de tennis de Roland-Garros entre Novak Djokovic et Stan Wawrinka.

Novak Djokovic	Statistiques	Stan Wawrinka
		
52/83	1^{ers} services gagnants	64/84
24/45	2^{nds} services gagnants	21/42
14/24	Points let gagnants	23/33
2/10	Points break gagnants	4/15

Compare les proportions...

a. des points break gagnants ;

b. des 2^{nds} services gagnants.

c. Convertis les proportions des 1^{ers} services gagnants en pourcentage afin de les comparer.

d. Même question avec les points let gagnants.

68 Range les écritures fractionnaires suivantes dans l'ordre croissant.

$\frac{2}{3}$; $\frac{5}{0{,}3}$; $\frac{1}{30}$; $\frac{77}{30}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{7{,}5}{0{,}3}$; $\frac{5}{3}$

69 ***Avec un axe***

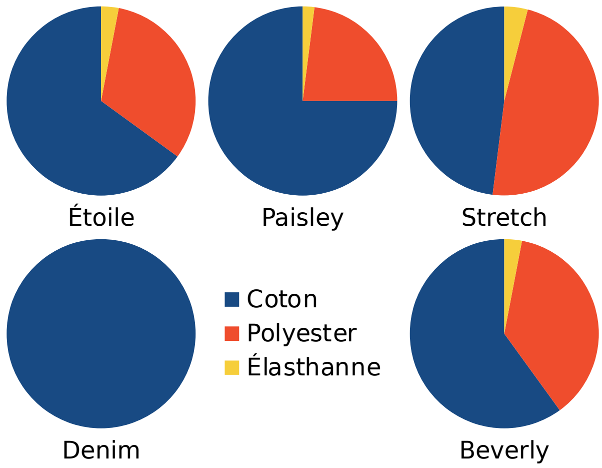
a. Range ces fractions dans l'ordre décroissant.

$\frac{2}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{13}{6}$; $\frac{5}{3}$

b. Trace un axe gradué d'unité six carreaux puis places-y les fractions précédentes.

c. Vérifie ton classement de la question **a**.

70 Au magasin de tissu, on trouve différentes toiles de jean. En voici les compositions :



a. Quel modèle est composé de 75 % de coton ?

b. Quel modèle est composé de moins de 50 % de coton ?

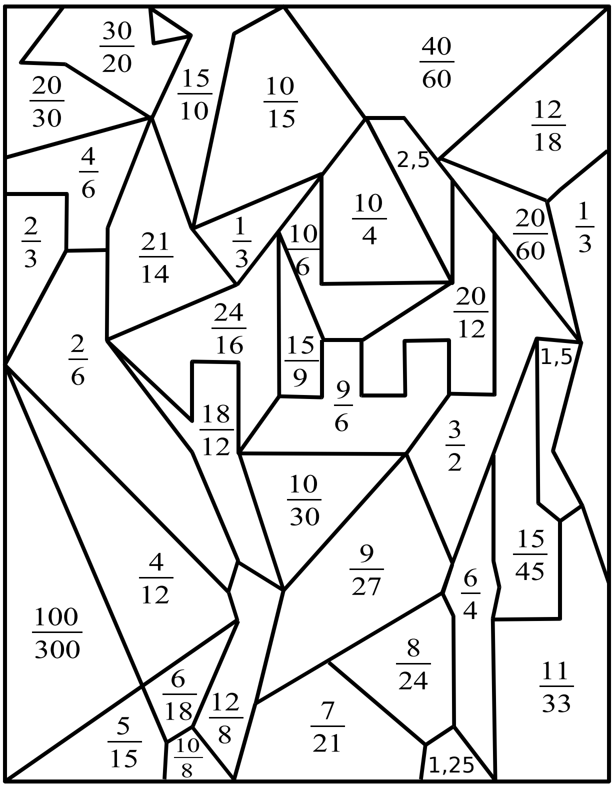
c. Quel est le pourcentage de coton du modèle Denim ?

d. Classe ces toiles de jeans dans l'ordre croissant de leur pourcentage en coton.

e. Classe ces toiles de jean dans l'ordre croissant de leur pourcentage en polyester.

f. Que remarques-tu ?

71 Décalque le dessin suivant.



Colorie les zones dont les nombres sont égaux aux fractions ci-dessous, selon le code couleur indiqué.

- $\frac{5}{3}$ en rouge
- $\frac{5}{2}$ en vert
- $\frac{3}{2}$ en marron
- $\frac{5}{4}$ en noir
- $\frac{1}{3}$ en jaune
- $\frac{2}{3}$ en bleu

72 ***Farandole de fractions***

On considère les fractions suivantes :

$\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; ...

a. Complète cette suite logique par les trois fractions suivantes.

b. Ces fractions sont-elles plus petites ou plus grandes que 1 ? Justifie.

c. À l'aide de ta calculatrice, indique si ces fractions sont rangées dans l'ordre croissant ou décroissant.

On considère maintenant les fractions :

$\frac{3}{2}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{6}{5}$; ...

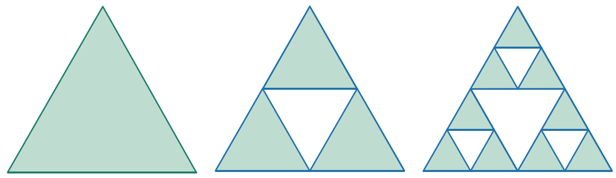
d. Réponds aux questions **a**, **b** et **c** pour cette nouvelle suite.

e. En écrivant les fractions de ces deux suites sous forme décimale, que remarques-tu ? (On arrondira au centième quand c'est nécessaire.)

73 ***Triangle de Sierpinski***

Étapes de construction :

- Étape 1 : On construit un triangle équilatéral qu'on prend pour unité d'aire.
- Étape 2 : On trace les trois segments joignant les milieux respectifs des côtés du triangle et on enlève le petit triangle central. Il reste trois petits triangles, qui se touchent par leurs sommets, dont les longueurs des côtés sont la moitié de celles du triangle de départ.
- Étape 3 : On répète la deuxième étape avec chacun des petits triangles obtenus.
- Étapes suivantes : On répète le processus.



Étape 1 Étape 2 Étape 3

a. Construis sur ton cahier les triangles obtenus aux étapes 3 et 4 (on prendra 8 cm de côté pour le triangle équilatéral de départ).

b. Quelle fraction d'aire représente la partie coloriée, obtenue aux étapes 1, 2 et 3 ?

c. Même question pour l'étape 4. Réponds de deux façons différentes : en regardant le schéma puis en faisant un calcul.

d. Sans construire le triangle, indique quelle fraction d'aire représente la partie hachurée à l'étape 5.

e. Et pour l'étape 8 ?

74 Voici les jetons d'un jeu de Scrabble®.

A	A	A	A	A	A	A	A	A	B	B	C	C	D	D	D	E
E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	F	F	G
G	H	H	I	I	I	I	I	I	I	I	J	K	L	L	L	L
L	M	M	M	N	N	N	N	N	N	O	O	O	O	O	O	P
P	Q	R	R	R	R	R	R	S	S	S	S	S	S	T	T	T
T	T	T	U	U	U	U	U	U	V	V	W	X	Y	Z		

a. Quelle fraction des jetons est marquée de la lettre P ? Simplifie, si possible, cette fraction.

b. Même question pour les lettres D, E puis A.

c. Quelle fraction des jetons est marquée d'une consonne ? Simplifie, si possible, cette fraction.

d. Quelle fraction des voyelles est marquée de la lettre E ? Même question pour la lettre A.

e. Y a-t-il plus ou moins de la moitié des lettres ayant un nombre d'exemplaires inférieur ou égal à 5 ? Quelle fraction exactement ?

75 Les élèves de cinquième d'un collège se répartissent comme suit.

	Externes	Demi-pensionnaires	Total
Filles	56	28	
Garçons	42	30	
Total			

a. Recopie puis complète ce tableau.

b. Quelle est la proportion de filles ?

c. Quelle est celle de garçons ?

d. Compare la proportion de filles parmi les externes et parmi les demi-pensionnaires.

e. Compare la proportion de demi-pensionnaires parmi les filles et parmi les garçons.

76 Voici les taux de réussite de candidats de cinq auto-écoles aux épreuves du code de la route et de la conduite, pour l'année 2015.

Auto-école	Code	Conduite
Auto permis	29/35	26/36
Objectif conduite	145/184	147/207
Permis go	88/110	70/109
Point route	11/15	7/10
Conduite plus	67/82	59/78

a. Compare le taux de réussite au code et à la conduite de l'auto-école « Point route ».

b. Compare alors le taux de réussite au code et à la conduite pour les autres auto-écoles. Que remarques-tu ?

c. Classe ces auto-écoles dans l'ordre croissant de leur taux de réussite au code.

d. Classe ces auto-écoles dans l'ordre décroissant de leur taux de réussite à la conduite.

77 **TICE Tableur**

Ce tableau donne la population et la superficie des pays limitrophes de la France.

a. Recopie-le dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D
1		Population	Superficie en km²	Densité
2	Allemagne	80854408	357021	
3	Belgique	11323973	30528	
4	Espagne	48146134	504782	
5	France	66663766	547030	
6	Italie	61855120	301230	
7	Luxembourg	570252	2586	
8	Royaume-Uni	64088222	244820	
9	Suisse	8121830	41290	

b. Programme les cellules D2 à D8 pour qu'elles calculent la densité de chaque pays.

À l'aide de la fonction « *Trier* » du tableur, classe ces pays dans l'ordre croissant...

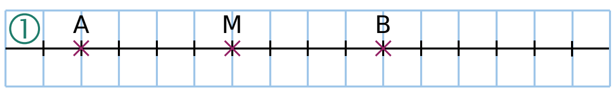
c. de leur population ;

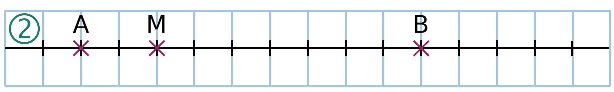
d. de leur superficie en km^2 ;

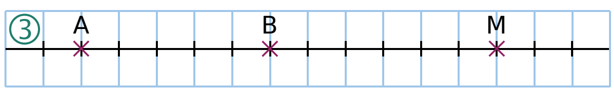
e. de leur densité.

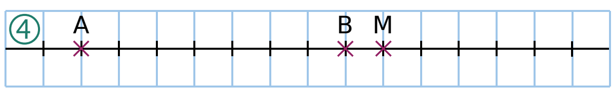
f. Léa dit que le pays le plus peuplé est l'Allemagne alors que Jules dit que c'est la Belgique. Qui a raison ? Explique pourquoi.

78 On considère les figures suivantes.









a. Dans chaque cas, exprime sous la forme d'une fraction les rapports : $\frac{AM}{AB}$; $\frac{MA}{MB}$ et $\frac{BA}{BM}$.

b. Dans chaque cas, place les points A, B et M tels que M appartienne au segment [AB] et...

- $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{7}$
- $\frac{MA}{MB} = \frac{4}{3}$
- $\frac{BA}{BM} = \frac{9}{8}$

Découverte

a. Trouve les 50 premières décimales de π.

b. Donne la proportion de chaque chiffre, en pourcentage, sur les 25 premières décimales.

c. Même question avec les 25 suivantes.

d. Que remarques-tu ?

Curiosité

Voici un nombre non décimal comportant une partie décimale infinie qui se répète :
$a = 1{,}569569569569...$
On dit que la période de la partie décimale est 569 et que la période a pour longueur 3.
On note a de la façon suivante : $a = 1{,}569\overline{569}$.

a. Précise les périodes des nombres suivants.

$b = 0{,}14\overline{14}$ $\quad c = \dfrac{1}{3}$ $\quad d = \dfrac{9}{7}$ $\quad e = 14{,}2896574\overline{2896574}$

b. La partie décimale du nombre a est périodique et sa période a pour longueur 3.
Multiplions le nombre a par 1 000, on obtient alors le nombre a' suivant :
$a' = 1\,000 \times a = 1\,569{,}569\overline{569}$
Le professeur demande de calculer la différence entre a et a'.
Muriel annonce $999 \times a$ et Alain annonce 1 568.
Qui a raison ?
Pourquoi peut-on en déduire que $a = \dfrac{1\,568}{999}$?

c. Fais le même travail avec les nombres b et e.

À l'étranger

Pour mesurer les liquides aux États-Unis, on utilise le gallon (gal).

There are 2 cups in a pint.
There are 2 pints in a quart.
There are 4 quarts in a gallon.
How many cups are in a gallon?

Complète les égalités :

1 quart = $\dfrac{...}{...}$ gal $\quad$ 1 pint = $\dfrac{...}{...}$ gal

1 cup = $\dfrac{...}{...}$ gal $\quad$ 1 cup = $\dfrac{...}{...}$ pint

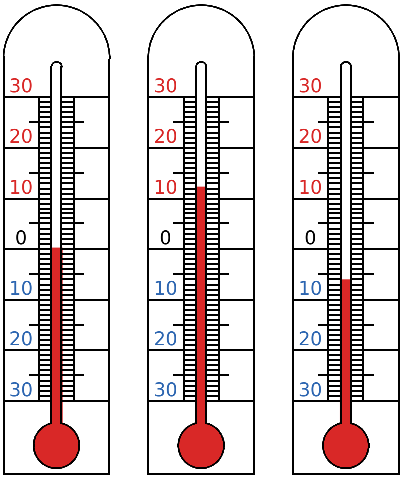
N3

Nombres relatifs

Activités

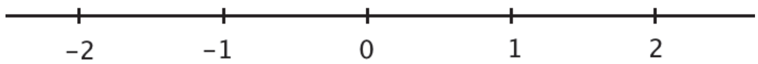
1 Je compare des températures

Cours : 2 - 4



a Ces trois températures ont été relevées le même jour dans les villes de Naples (N), Paris (P) et Moscou (M).
À ton avis, quelle était la température dans chaque ville ?

b On schématise le thermomètre à l'aide d'une droite graduée horizontale, comme ci-dessous.



Reproduis cette droite puis places-y les points N, P et M correspondant aux températures de ces trois villes.

c Ajoutes-y les points L, G et B correspondant aux températures de Lisbonne (9°C), Genève (– 2°C) et Bruxelles (– 8°C) relevées ce même jour.

d Dans quelle ville la température fut la plus élevée ce jour-là ? La plus basse ?

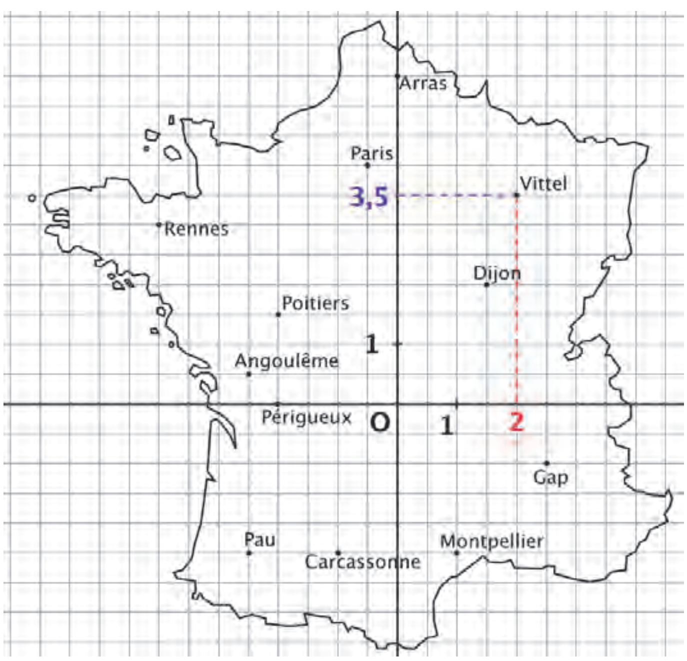
e Classe ces six villes dans l'ordre croissant de leur température.

f En utilisant cette droite graduée, recopie puis complète en comparant les nombres.

12 ... – 6 ; – 8 ... – 6 ; 0 ... – 6 ; – 6 ... 12 ; 12 ... 18 ; 9 ... – 8.

2 Je me repère en France

Cours : 3



Lisa a un système particulier pour repérer les villes. Par exemple, elle repère la ville de Vittel à l'aide des nombres suivants : + 2 et + 3,5.

a Avec le système de Lisa, repère toutes les villes indiquées sur la carte.

b Le professeur d'histoire-géo dit à Lisa qu'il n'est pas nécessaire d'utiliser les couleurs car il suffit de décider d'un ordre. Il repère la ville de Vittel à l'aide de la notation (2 ; 3,5).
Explique cette notation.

c On dit que les **coordonnées** de Vittel sont (2 ; 3,5).
Écris les coordonnées des autres villes.

d Marc doit se rendre au lieu de coordonnées (3 ; – 0,5).
Près de quelle ville se trouvera-t-il ?

e Lisa est partie en vacances près d'une ville indiquée sur la carte. Ses coordonnées sont de signes contraires et la somme des **distances à zéro** de ses coordonnées est supérieure à 5. De quelle ville s'agit-il ?

1 Nombres relatifs

→ 12

Définitions

- Les nombres **supérieurs ou égaux à 0** sont appelés les nombres **positifs**.
- Les nombres **inférieurs ou égaux à 0** sont appelés les nombres **négatifs**.
- 0 est considéré à la fois comme un nombre positif et un nombre négatif.
- Les nombres positifs et les nombres négatifs forment l'ensemble des **nombres relatifs**.

Exemples :

- + 3,2 est un nombre positif. Il peut aussi s'écrire 3,2.
- – 5 est un nombre négatif. C'est un nombre entier relatif.
- D'autres exemples de nombres positifs : + 12 ; 0,5 ; $\frac{5}{6}$; π.
- D'autres exemples de nombres négatifs : – 2,7 ; $-\frac{1}{3}$; – 0,01.

2 Repérage sur une droite

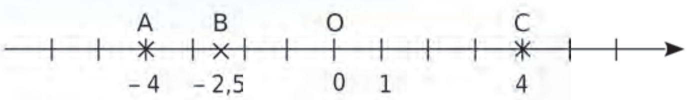
→ 23

Définition 1 Une **droite graduée** est une droite sur laquelle on fixe :

- un point O appelé **origine** de la droite graduée ;
- une **unité**.

Définition 2 Tout point d'une droite graduée peut être repéré par un nombre relatif appelé son **abscisse**.

Exemple :



- L'abscisse de l'origine O est le nombre 0.
- Les points A, B et C ont pour abscisses respectives – 4 ; – 2,5 et 4.
  On note A(– 4) ; B(– 2,5) et C(4).

Définition 3 La **distance à zéro** d'un nombre relatif est la distance OM où M a pour abscisse ce nombre relatif.

Exemples :

- La distance à zéro du nombre – 2,5 est la distance OB car B a pour abscisse – 2,5. Elle vaut donc 2,5.
- La distance à zéro du nombre + 4 est la distance OC. Elle est donc égale à 4.

Définition 4 Deux nombres relatifs qui ont des signes contraires et qui ont la même distance à zéro sont dits **opposés**.

Exemple :
Les nombres – 3,1 et + 3,1 sont opposés.

Remarque :
Deux points d'abscisses **opposées** sont **symétriques** par rapport à l'origine.

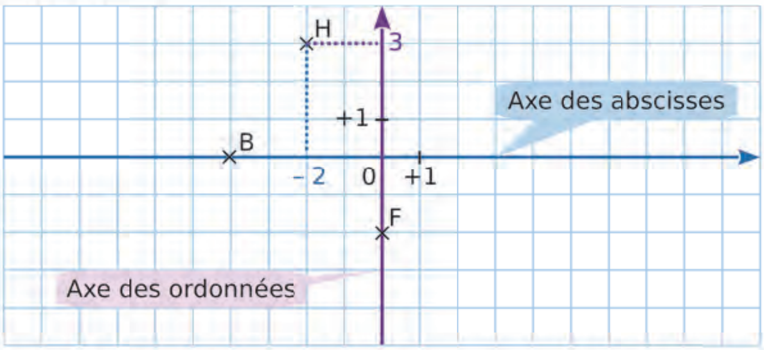
3 Repérage dans le plan

→ 36

Définition Un **repère orthogonal** du plan est constitué de deux axes gradués perpendiculaires de même origine O. L'axe horizontal est appelé **axe des abscisses** et l'axe vertical est appelé **axe des ordonnées**.

Propriété Dans un repère orthogonal du plan, tout point peut être repéré par un couple de deux nombres relatifs qui forment les **coordonnées** du point. Le premier nombre s'appelle l'**abscisse** et le second s'appelle l'**ordonnée** du point.

Exemple :



Le point H est repéré grâce aux nombres relatifs – 2 et 3.
– 2 est sur l'**axe des abscisses** et 3 est sur l'**axe des ordonnées**.
On dit que H a pour abscisse **– 2** et pour ordonnée **3**.
Le point H a donc pour coordonnées – 2 et 3 et on note H (– 2 ; 3).

Remarques :

- O a pour coordonnées (0 ; 0).
- Tout point placé sur l'axe des abscisses a une ordonnée nulle, comme le point B(– 4 ; 0).
- Tout point placé sur l'axe des ordonnées a une abscisse nulle, comme le point F(0 ; – 2).

4 Comparaison de relatifs

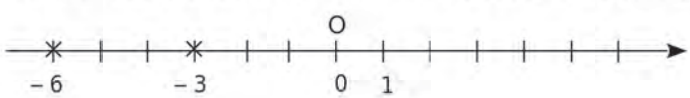
→ 58

Propriétés

- Deux nombres relatifs positifs sont rangés dans l'ordre de leur distance à zéro.
- Un nombre relatif négatif est inférieur à un nombre relatif positif.
- Deux nombres relatifs négatifs sont rangés dans l'ordre inverse de leur distance à zéro.

Exemples :

- Les nombres 5,4 et 5,17 sont deux nombres positifs.
  5,4 a la plus grande distance à zéro, donc 5,4 > 5,17.
- – 3,4 est négatif. 0,6 est positif. Donc 0,6 > – 3,4.
- Les nombres – 3 et – 6 sont deux nombres négatifs.
  – 6 a la plus grande distance à zéro ; c'est donc le plus petit des deux nombres : – 6 < – 3.



Voir aussi les Questions FLASH dans le manuel numérique !

À l'oral !

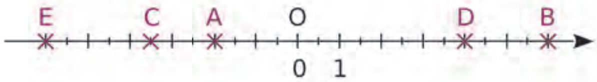
1 Parmi les nombres ci-dessous, quels sont ceux qui sont...

a. des nombres positifs ?

b. des nombres négatifs ?

$-2{,}7$; $+12$; $\frac{1}{3}$; -55 ; 0 ; $7{,}707$; $-\frac{1}{2}$; $-0{,}08$

2 Donne l'abscisse des points A, B, C, D et E ci-dessous.



3 En reprenant l'axe ci-dessus, complète les phrases suivantes avec des points consécutifs.

a. H(2,4) se situe entre les points...

b. I(– 4,1) se situe entre...

c. $J\left(-\frac{5}{3}\right)$ se situe entre...

d. K(– 2,4) se situe entre...

e. L(5,2) se situe entre...

4 Parmi tous les points cités dans les deux exercices précédents, lesquels ont des abscisses opposées ?

5 Donne l'opposé de l'abscisse des points I, J et D. Quelle est l'abscisse du milieu de [AD] ?

6 *« $-6 < -2$ car E est placé avant A dans le sens de l'axe. »*
Propose trois autres phrases de ce genre en utilisant les points de l'axe gradué.

7 Voici les températures relevées dans une ville à différentes dates.
Classe ces dates dans l'ordre décroissant des températures relevées.

Le 7 Juin : 23°C

Le 5 Janvier : – 0,9°C

Le 9 Aout : 31,7°C

Le 5 Février : – 7,7°C

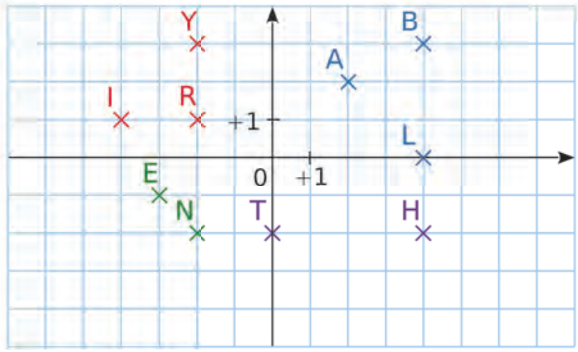
Le 11 Mars : 11,5°C

8 Compare les nombres dans chaque cas.

a. – 8 ... 6,2 **b.** 4,1 ... – 24 **c.** – 5 ... – 9

d. + 3,5 ... 7 **e.** 0,8 ... – 0,3 **f.** – 10 ... – 0,1

9 Donne les coordonnées de tous les points ci-dessous.



10 Reprends le repère ci-dessus.

a. Qu'ont en commun les points de chaque couleur ?

b. Quels points ont une coordonnée nulle ? Pourquoi ?

c. Donne les coordonnées des symétriques des points verts par rapport à l'axe des abscisses.

d. Donne les coordonnées des symétriques des points rouges par rapport à l'axe des ordonnées.

11 **Vrai ou Faux**

P.1. $-\frac{1}{3}$ est un nombre négatif.

P.2. L'opposé de – 1,17 est un nombre positif.

P.3. Sur un axe gradué, on considère le point A(– 1,5). Le point B(– 2,5) est placé entre les points A et O (l'origine de l'axe).

P.4. $-5 > 0{,}8$

P.5. Les nombres – 7 ; 0 et – 3 sont classés dans l'ordre croissant.

P.6. Dans un repère, on considère le point G(– 4 ; – 5). L'abscisse de G est supérieure à l'ordonnée de G.

P.7. Dans un repère, le point H(– 5 000 ; 0) est placé sur l'axe des ordonnées.

Vocabulaire

12 Voici des nombres relatifs.

− 7,8	+ 13	0	− 7,3	18,43	$-\frac{27}{5}$
+ 2 005	0,0001	− 0,07	+ 1 979		

Classe-les en deux catégories :

a. les nombres négatifs ;

b. les nombres positifs.

13 Recopie et complète le tableau suivant.

Nombre	5,2		0	− 27	
Opposé du nombre		− 2,1			

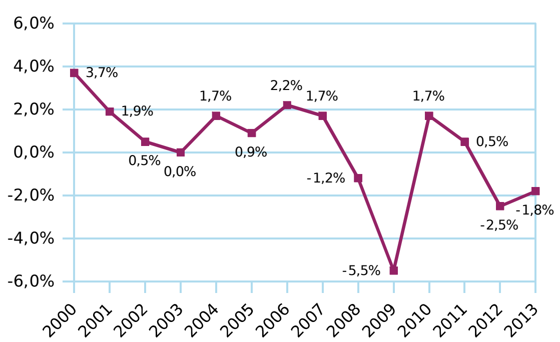
14 Voici le panneau de commande d'un ascenseur d'un hôtel.

a. Zolan souhaite rejoindre sa voiture, au 2ᵉ sous-sol. Sur quel bouton doit-il appuyer ?

b. Freesper décide d'aller à la piscine, au dernier étage. Sur quel bouton doit-il appuyer ?

c. Chama va faire les boutiques avec Ruby. Elle souhaite donc rejoindre le niveau 0. Sur quel bouton doit-elle appuyer ?

15 Ce graphique illustre l'évolution, en pourcentage du PIB (produit intérieur brut), de l'Italie entre les années 2000 et 2013.



a. En quelles années y a-t-il eu baisse du PIB, en pourcentage ?

b. Comment repères-tu ces nombres sur le graphique ?

16 QCM

a. Quelle grandeur peut avoir une mesure négative ?

R.1	R.2	R.3
une durée	une température	une distance

b. L'opposé de − 5 est...

R.1	R.2	R.3
5	$\frac{1}{5}$	+ 0,5

c. Dans quel cas a-t-on un solde débiteur ?

R.1	R.2	R.3
0 €	126 €	− 20 €

17 Associe un ou plusieurs nombres négatifs à chaque phrase.

a. L'ascenseur s'est rendu au 3ᵉ sous-sol.

b. Dans le gouffre de Krubera-Voronya, en Géorgie, des spéléologues ont repoussé la profondeur maximale jamais atteinte par l'Homme sous terre : 2 196 m.

c. Hier, la température était de 12 degrés en dessous de zéro. Aujourd'hui, elle a encore baissé de 3 degrés pour atteindre les 15° en dessous de zéro !

18 ***Civilisation romaine***

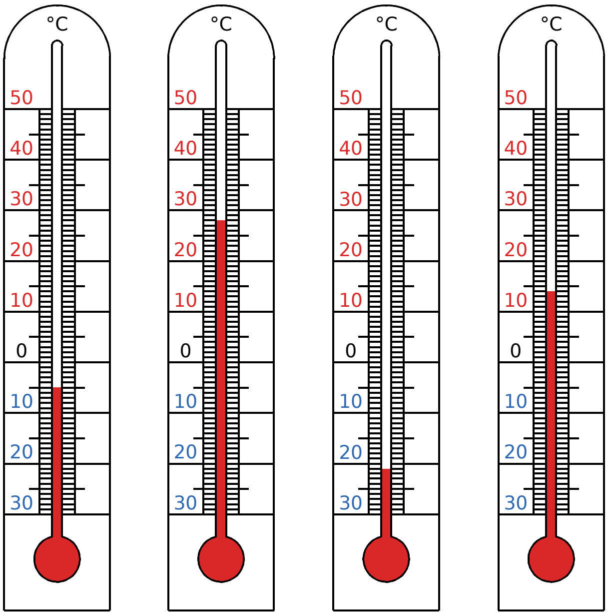
a. Associe chaque évènement à sa date.

Conquête de la Gaule •	• − 753
Assassinat de Jules César •	• 313
Chute de l'Empire romain d'Occident •	• − 509
Fondation de Rome •	• − 52
Édit de Milan •	• − 27
Début de l'Empire •	• − 44
Début de la République •	• 476

b. Quels évènements ont eu lieu avant la naissance de Jésus-Christ ?

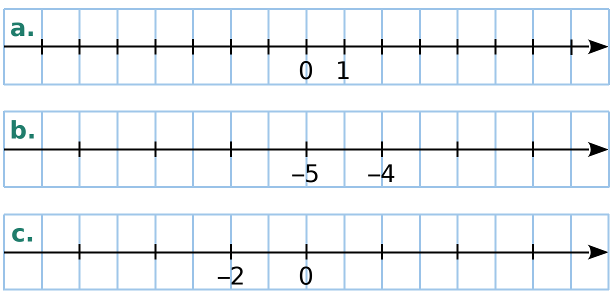
Repérage sur une droite

19 Indique la température, en degrés Celsius, de chaque thermomètre.

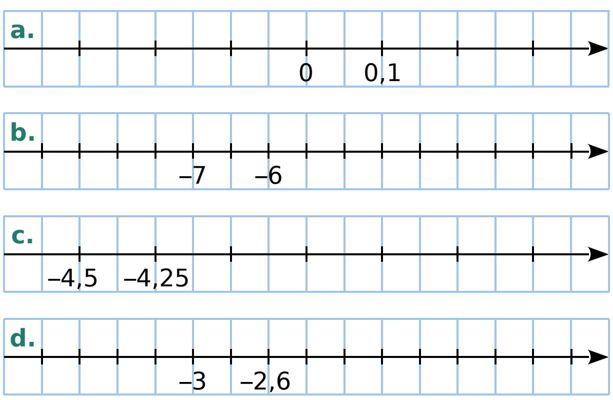


a. **b.** **c.** **d.**

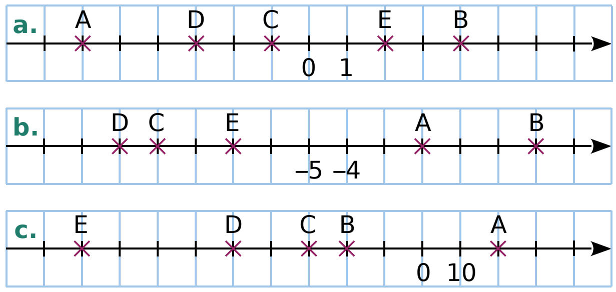
20 Reproduis chacune des droites graduées ci-dessous en respectant le quadrillage, puis complète la graduation.



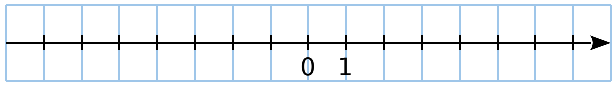
21 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.



22 Dans chaque cas, donne l'abscisse des points A, B, C, D et E.

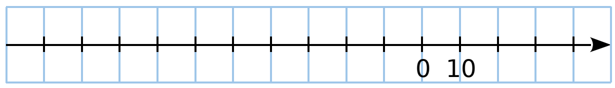


23 Reproduis cette droite graduée en respectant le quadrillage, puis places-y les points A, B, C, D et E suivants.



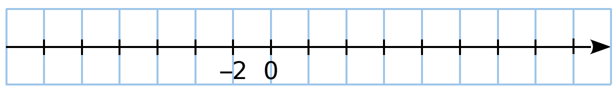
A(– 2) ; B(5) ; C(– 4) ; D(3) ; E(– 7)

24 Même énoncé qu'à l'exercice précédent avec les points F, G, H, J et K.



F(– 10) ; G(+ 30) ; H(– 60) ; J(– 90) ; K(– 40)

25 Même énoncé qu'à l'exercice précédent avec les points L, M, N, P et Q.



L(– 4) ; M(+ 4) ; N(– 12) ; P(– 8) ; Q(+ 8)

26 Trace une droite graduée en prenant le carreau comme unité.

a. Place sur cette droite les points suivants.

A(– 5) ; B(+ 4) ; C(+ 2) ; D(– 6) ; E(– 1)

b. Place le milieu F du segment [BC]. Donne son abscisse.

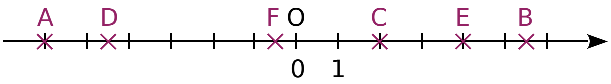
c. Place le milieu G du segment [AE]. Donne son abscisse.

d. Place le milieu H du segment [FG]. Donne son abscisse.

27 **TICE Géométrie Dynamique**

Reprends l'exercice précédent en plaçant les points à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

28 QCM



a. L'abscisse du point D est...

R.1	R.2	R.3
– 5,5	– 4,5	1,5

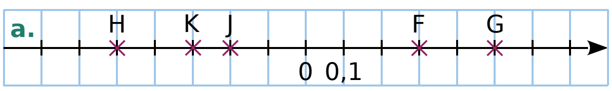
b. Le point d'abscisse – 2,7 est entre...

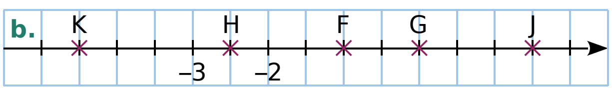
R.1	R.2	R.3
D et F	C et E	O et E

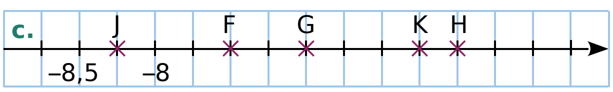
c. L'opposé de l'abscisse de F est...

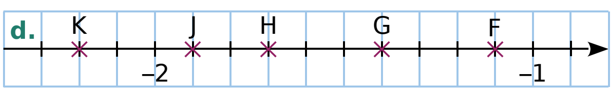
R.1	R.2	R.3
1	0,5	– 1

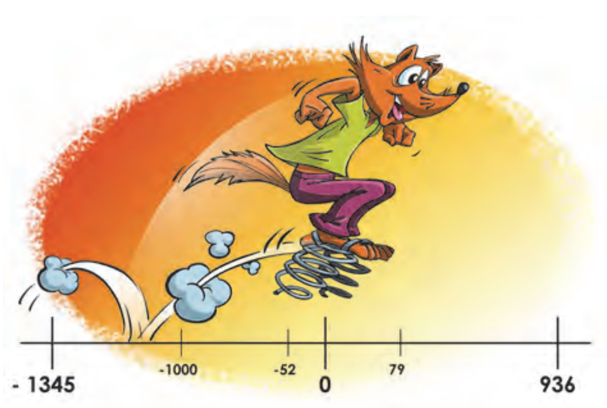
29 Dans chaque cas, donne l'abscisse des points F, G, H, J et K.



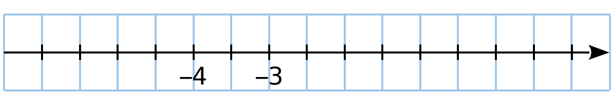






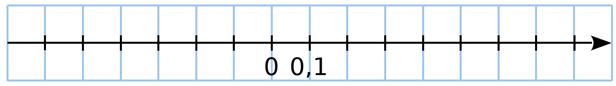


30 Reproduis cette droite graduée en respectant le quadrillage puis places-y les points A, B, C, D et E suivants.



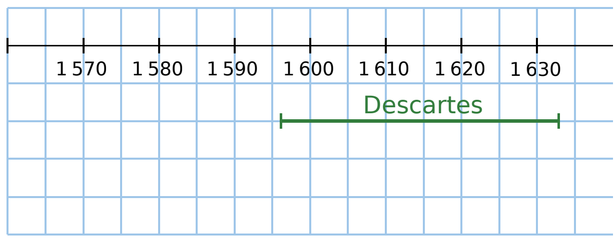
A(0) ; B(– 1) ; C(0,5) ; D(– 5) ; E(– 3,5)

31 Même énoncé qu'à l'exercice précédent avec les points F, G, H, J et K.



F(0,2) ; G(– 0,1) ; H(– 0,6) ; J(0,6) ; K(– 0,4)

32 On a représenté ci-dessous la période pendant laquelle Descartes a vécu.
(né en 1596 – mort en 1633)



a. Reproduis ce schéma puis, en dessous, trace un segment représentant la période pendant laquelle chacune des personnalités suivantes a vécu, en respectant les couleurs.

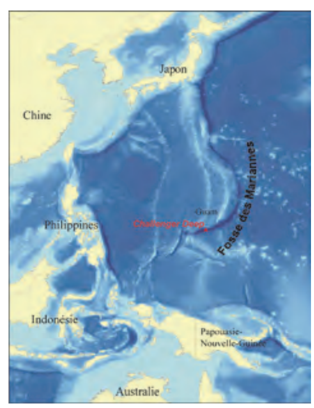
- Galilée : né en 1564 / mort en 1642
- Pascal : né en 1623 / mort en 1662
- Newton : né en 1642 / mort en 1727

b. Pendant quelle période Galilée et Pascal ont-ils vécu en même temps ?

c. Même question en ajoutant Descartes.

d. Deux de ces quatre personnes n'ont pas vécu pendant une période commune. Lesquelles ?

33 Le site le plus profond de la croûte terrestre, appelé « Challenger Deep », se trouve dans l'Océan Pacifique au niveau de la fosse des Mariannes.



a. Quelle est l'origine de ce nom ?

b. Trace un axe gradué vertical sur lequel 1 cm correspond à 500 m, puis place précisément les profondeurs remarquables suivantes.

– 318 m :	Record de plongée avec bouteilles
– 1 005 m :	Limite de la lumière du Soleil
– 2 500 m :	Profondeur maximum atteinte par les baleines
– 3 900 m :	Profondeur où repose le Titanic
– 4 267 m :	Profondeur moyenne des océans
– 10 994 m :	Challenger Deep

34 ***Points symétriques***

a. En choisissant correctement l'unité sur une droite graduée d'origine O, place les points R, S, T, U et V d'abscisses respectives :

– 0,1	0,65	– 0,9	0,9	– 0,3

b. Place le point M ayant pour abscisse l'opposé de l'abscisse du point V.

c. Que peux-tu dire du point O pour [VM] ?

d. Place le point N symétrique du point U par rapport au point S. Lis l'abscisse du point N.

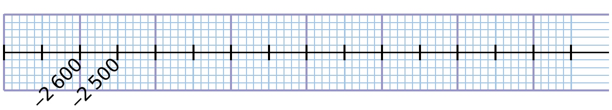
e. Plus généralement, que peux-tu dire de deux points d'abscisses opposées ?

35 ***Les 7 merveilles antiques***

a. Associe chacune des 7 merveilles du monde à sa date approximative de construction.

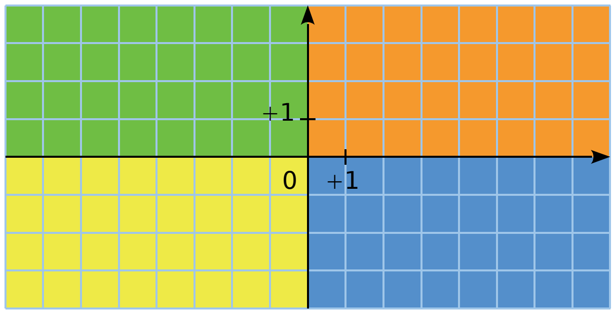
La pyramide de Khéops •	• – 440
Les jardins suspendus de Babylone •	• – 280
Le temple d'Artémis •	• – 350
La statue de Zeus à Olympie •	• – 290
Le mausolée d'Halicarnasse •	• – 550
Le colosse de Rhodes •	• – 600
Le phare d'Alexandrie •	• – 2 700

b. Place ces dates sur une droite graduée sur laquelle 1 cm représente 200 ans.



Repérage dans le plan

36 Les axes d'un repère partagent le plan en quatre zones.

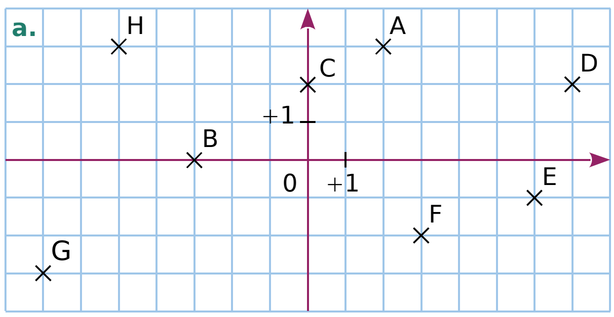


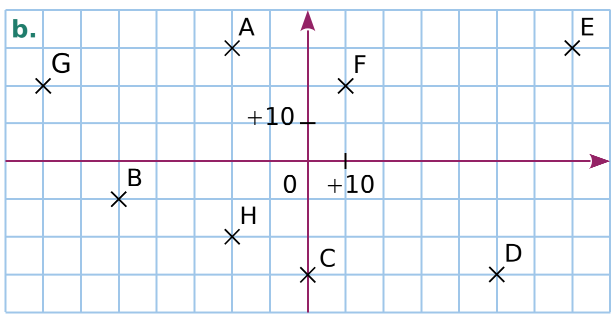
a. Indique dans quelle zone se trouve chacun de ces points.

A(+ 5 ; + 2) B(– 2 ; + 4) C(– 4 ; – 4)
D(– 7 ; + 3) E(+ 2 ; – 2) F(+ 1 ; + 3)
G(+ 6 ; – 1) H(– 5 ; – 2) I(– 3 ; + 1)

b. Donne le signe des coordonnées (abscisse et ordonnée) d'un point de chaque zone.

37 Donne les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G et H ci-dessous.

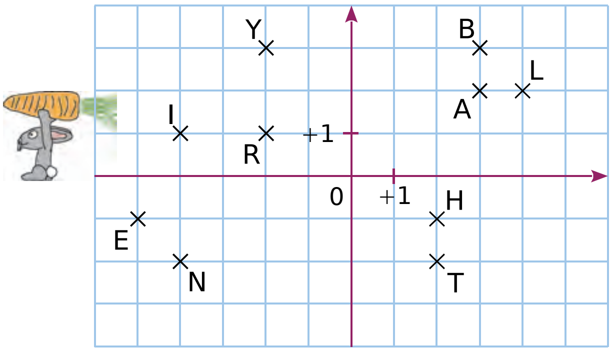




38 Trace un repère d'unité 1 cm pour chaque axe, puis place les points suivants.

P(+ 2 ; + 5)	T(– 5 ; – 2)	W(– 3 ; – 5)
R(+ 2 ; – 6)	U(0 ; – 4)	X(+ 2 ; + 6)
S(– 7 ; + 4)	V(+ 6 ; 0)	Z(+ 1 ; – 5)

39 ***Lapin et carotte***



Sur la grille ci-dessus, Monsieur Lapin aimerait dessiner l'itinéraire le conduisant à la carotte.

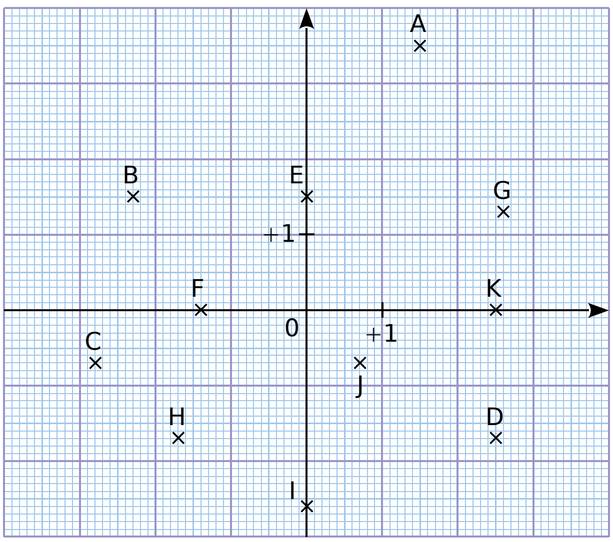
Pour ce faire, il doit :

- partir du point L ;
- passer par tous les points de la figure une seule fois, et de telle sorte que deux points consécutifs aient une des deux coordonnées commune (abscisse ou ordonnée).

a. Reproduis la figure et dessine le parcours.

b. En écrivant dans l'ordre de passage chacune des lettres rencontrées, quel mot trouves-tu ?

40 Lis puis écris les coordonnées des points A à K ci-dessous.



41 Sur une feuille de papier millimétré, trace un repère d'unité 1 cm pour chaque axe, puis place les points suivants.

A(+ 1,3 ; – 2,4)
B(– 0,7 ; – 1,5)
C(2,3 ; 1,1)
D(– 3,5 ; + 4,9)
E(– 2,8 ; 0,3)
F(+ 4,7 ; 0)
G(– 4,6 ; – 3,3)
H(+ 4,2 ; – 5,8)
K(0 ; – 2,6)
L(– 2,7 ; – 1,4)

42 Sur une feuille de papier millimétré, trace un repère d'unité 10 cm pour chaque axe.

a. Place les points suivants dans ce repère.

A(0 ; 0,4)
B(– 0,25 ; 0,28)
C(– 0,16 ; 0,28)
D(– 0,37 ; 0,16)
E(– 0,25 ; 0,16)
F(– 0,45 ; 0)
G(– 0,05 ; 0)
H(– 0,05 ; – 0,18)

b. Place les points K, L, M, N, P, Q, R et S symétriques respectifs des points H, G, F, E, D, C, B et A par rapport à l'axe des ordonnées.

c. Relie les points dans l'ordre alphabétique.
Si tes tracés sont justes, tu devrais reconnaitre un arbre célèbre. Quel est le nom de cet arbre ?

43 ***Histoire de parallélogrammes***

a. Trace un repère d'unité 1 cm pour chaque axe, puis place les points suivants.
A(– 3 ; 2) ; B(2 ; – 1) et C(– 2 ; – 3)

b. Place le point D tel que ABCD soit un parallélogramme. Quelles sont ses coordonnées ?

c. Place le point E tel que ACBE soit un parallélogramme. Quelles sont ses coordonnées ?

d. Place le point F tel que BACF soit un parallélogramme. Quelles sont ses coordonnées ?

44 **TICE Géométrie Dynamique**

Dans un logiciel de géométrie dynamique, affiche les axes et la grille.

a. Place les points A(4 ; – 1) et B(– 6 ; 4).

b. Trace la droite (AB).

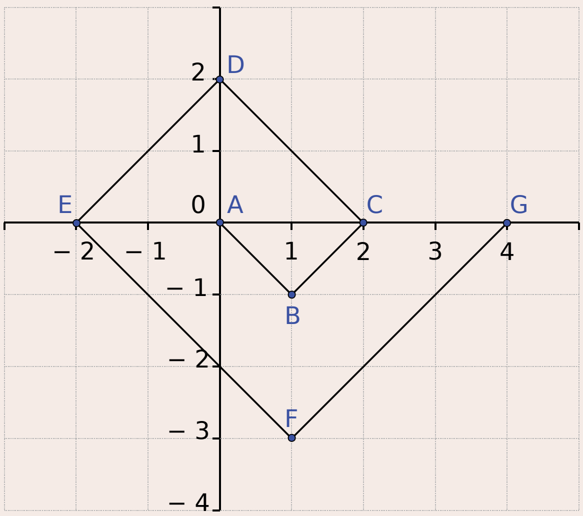
c. Place les points C à I dont l'abscisse est donnée dans le tableau ci-dessous et qui appartiennent à la droite (AB).

Points	C	D	E	F	G	H	I
Abscisse	– 4	– 2	0	2	6	8	10
Ordonnée							

d. Recopie et complète alors le tableau.

45 **TICE Géométrie Dynamique**

Dans un logiciel de géométrie dynamique, affiche les axes et la grille.



a. Reproduis cette figure à l'aide du logiciel.

b. Poursuis cette spirale jusqu'au point M en suivant la même logique.

c. Quelles sont les coordonnées des points H, I, J, K, L et M ?

46 ***Masque de Batman à dessiner***

Dans un repère, place les points suivants.

a. Pour le contour de la tête de Batman :

A(– 1,6 ; – 4) G(– 1,7 ; 5,5) M(2,6 ; 7,3)
B(– 1,5 ; – 2,7) H(– 1 ; 6,8) N(2,6 ; 4,9)
C(– 2,3 ; – 2,5) I(– 1 ; 4,5) O(3 ; 1)
D(– 2,5 ; 1) J(0,3 ; 4,8) P(4,3 ; – 2,7)
E(– 2,6 ; 2,6) K(1,5 ; 4,7) Q(3,1 ; – 3,2)
F(– 2 ; 3,8) L(1,8 ; 6) R(1,3 ; – 4)

Trace le polygone ABCDEFGHIJKLMNOPQR.

b. Pour l'ouverture du masque :

S(1,8 ; – 1,4) U(– 2 ; –2,3) W(– 1,3 ; 0,2)
T(0 ; – 2,5) V(– 2,2 ; 0,8) X(1,6 ; 1,5)

Trace le polygone STUVWX.

c. Pour les yeux : A_1(0 ; 1) B_1(1 ; 1,8) C_1(1,2 ; 2,5) D_1(– 0,7 ; 1,3) et E_1(– 1,4 ; 1,3) F_1(– 1,7 ; 1) G_1(– 2,1 ; 1,2) H_1(– 2,2 ; 2)

Trace les polygones $A_1B_1C_1D_1$ et $E_1F_1G_1H_1$.

d. Colorie la figure obtenue.

Ordre et comparaison

47 **QCM**

a. – 6 > ...

R.1	R.2	R.3
– 7	0	– 5

b. L'opposé de 3,1 est inférieur à...

R.1	R.2	R.3
0	– 6	– 4,1

c. Complète la liste de nombres décroissants : 0 ; – 6,6 ; ...

R.1	R.2	R.3
6	– 6	– 6,66

48 Poursuis chaque série de nombres.

a. – 36 ; – 35 ; – 34 ; ... ; ... ; ... ; ...

b. 8 ; 6 ; 4 ; ... ; ... ; ... ; ...

c. – 50 ; – 40 ; – 30 ; ... ; ... ; ... ; ...

49 Recopie puis complète par le nombre entier relatif qui suit ou celui qui précède.

a. ... < – 14
b. ... < 0
c. ... < – 302
d. – 23 < ...
e. – 31 < ...
f. 408 < ...
g. ... < – 100
h. ... < + 235
i. ... < – 37

50 Compare les nombres suivants.

a. – 1 et + 3
b. + 4 et + 6
c. – 6 et – 2
d. – 2 et – 4
e. – 0 et + 8
f. + 3 et – 4
g. + 4 et – 14
h. – 12 et – 18
i. – 4 et 0
j. – 212 et + 212

51 ***Dans l'ordre***

a. Range ces nombres dans l'ordre croissant.

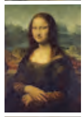
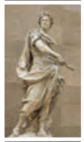
+ 12 – 2 + 1 + 13 – 31 – 11 – 5

b. Range ces nombres dans l'ordre décroissant.

+ 3 005 – 3 500 + 2 000 + 2 002
– 3 050 – 2 002 + 5 300

52 *Histoire*




a. Recherche les dates de ces évènements :

- la naissance de Louis XIV ;
- la mort de Toutankhamon ;
- l'éruption du Vésuve qui ensevelit Pompéi sous les cendres ;
- la défaite d'Alésia ;
- la mort de Léonard de Vinci ;
- la naissance de Jules César ;
- le début de la guerre de 100 ans ;
- la naissance de Jules Ferry ;
- ta date de naissance.

b. Classe ces évènements dans l'ordre chronologique.

53 Poursuis les séries de nombres suivantes.

a. – 0,6 ; – 0,5 ; – 0,4 ; ... ; ... ; ... ; ...

b. 3,5 ; 2,5 ; 1,5 ; ... ; ... ; ... ; ...

c. – 9,7 ; – 9,8 ; – 9,9 ; ... ; ... ; ... ; ...

54 Recopie puis complète par le nombre entier relatif qui suit ou qui précède.

a. + 3,2 < ...

b. – 0,1 < ...

c. – 17,71 < ...

d. – 214,5 < ...

e. ... < + 5,71

f. ... < – 302,5

g. ... < + 125,9

h. ... < – 92,3

55 Compare les nombres suivants.

a. – 2,4 et – 2,3

b. + 3,6 et – 6,3

c. 0 et + 3,9

d. – 5,6 et – 5,68

e. + 32,57 et + 32,507

f. – 125,64 et – 125,064

g. – 23,7 et + 23,69

h. – 99,091 et – 99,109

56 Intercale un nombre relatif entre chacun des deux nombres de l'exercice précédent.

57 *Nombres relatifs et droite graduée*

a. Trace une droite graduée en centimètres.

b. Sur cette droite graduée, place ces points :

A(+ 3) ; B(– 1) ; C(– 3,5) ; D(+ 5,5) ; E(– 5,3).

c. En observant la droite graduée, range dans l'ordre croissant les nombres :

+ 3 ; – 1 ; – 3,5 ; + 5,5 et – 5,3.

58 Range dans l'ordre croissant.

a. + 3,5 | – 20,39 | – 12,03 | + 5,6 | – 123,45

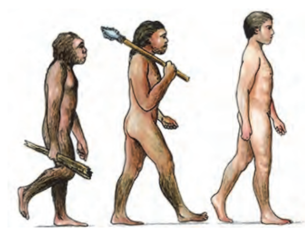
b. – 7,001 | – 7,1 | – 7,71 | – 7,01 | – 7,2 | – 7,7

59 Range dans l'ordre décroissant.

a. – 100,3 | – 99,3 | – 100,03 | – 99,13 | – 9,3

b. – 20,1 | + 2,01 | + 2,21 | – 2,1 | – 22,1 | + 2,1

60 Classe les évènements suivants dans l'ordre croissant de leur date d'apparition.



Homo Erectus	– 1 600 000 ans
Homo Sapiens	– 200 000 ans
Homo Habilis	– 2 500 000 ans
Australopithèques	– 5 000 000 ans
Premiers bifaces	– 1 800 000 ans
Premières sépultures	– 80 000 ans
Agriculture	– 7 500 ans
Maitrise du feu	– 500 000 ans

61 Le tableau ci-dessous donne les températures maximales et minimales moyennes, en degrés Celsius, de quelques villes du Canada sur la période climatique de 1981-2010.

	Janvier		Juillet		Année	
Villes	max	min	max	min	max	min
Calgary	– 0,9	– 13,2	23,2	9,8	10,8	– 1,9
Montréal	– 5,3	– 14	26,3	16,1	11,5	2
Ottawa	– 5,8	– 14,8	26,5	15,5	11,3	1,4
Québec	– 7,9	– 17,7	25	13,5	9,2	– 0,8
Toronto	– 1,5	– 9,4	27,1	15,8	13	3,3

a. Range ces villes dans l'ordre croissant de leur température maximale moyenne en Janvier.

b. Range ces villes dans l'ordre décroissant de leur température minimale moyenne en Juillet.

c. Range ces villes dans l'ordre croissant de leur température maximale moyenne à l'année.

d. Range ces villes dans l'ordre décroissant de leur température minimale moyenne à l'année.

62 Vrai ou Faux

P.1. L'opposé de l'opposé de l'opposé d'un nombre est ce nombre lui-même.

P.2. Si a est inférieur à b, alors l'opposé de a est inférieur à l'opposé de b.

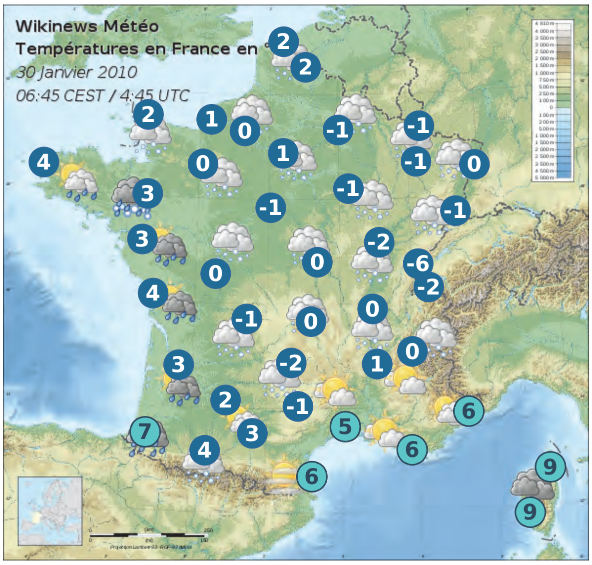
P.3. 0 est le plus petit des nombres positifs et le plus grand des nombres négatifs.

P.4. Entre deux nombres négatifs, on peut toujours intercaler un nombre négatif.

P.5. Deux points symétriques par rapport à l'axe des ordonnées ont la même abscisse.

P.6. Si une coordonnée d'un point est nulle, alors ce point est placé sur l'un des axes du repère.

63 *Carte météo*



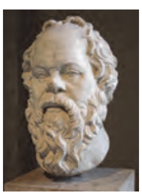
Cite trois villes dont...

a. la température est nulle ;

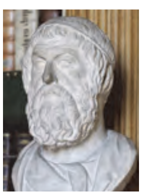
b. la température est strictement positive ;

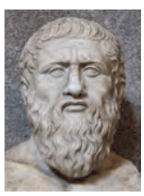
c. la température est strictement négative.

64 On considère ces philosophes grecs.


Socrate


Aristote


Sophocle


Platon

a. Socrate et Aristote auraient-ils pu se rencontrer ? Justifie.

b. Durant quelle période Socrate et Sophocle auraient-ils pu se rencontrer ?

c. Un philosophe aurait-il pu rencontrer tous les autres ? Si oui, lequel ? Justifie.

65 Recherche trois substances dont...

a. le point de fusion est positif ;

b. le point de fusion est négatif.

c. Classe les six substances ainsi trouvées dans l'ordre croissant de leur point de fusion.

66 *Dans un repère*

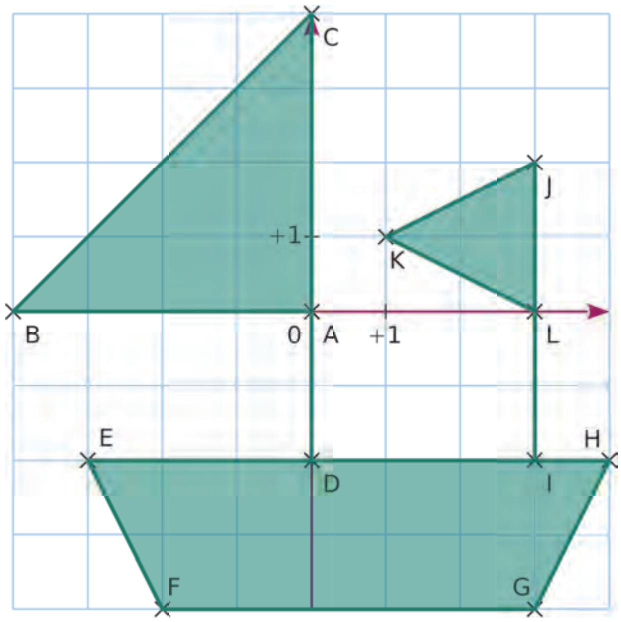
a. Place les points A(− 1 ; − 2) et B(3 ; 2).

b. Construis le(s) carré(s) de côté [AB]. Donne alors les coordonnées des autres sommets du (des) carré(s).

c. Construis le(s) carré(s) de diagonale [AB]. Donne alors les coordonnées des autres sommets du (des) carré(s).

67 *Morphing*

a. On considère cette figure.
Donne les coordonnées des points A à L.



Pour chaque transformation ci-dessous, indique les nouvelles coordonnées de chaque point, puis construis la figure dans un nouveau repère.

b. On intervertit l'abscisse et l'ordonnée des points A à L. On obtient les points A_1 à L_1.

c. On double l'abscisse des points A à L.
On obtient les points A_2 à L_2.

d. On double l'ordonnée des points A à L.
On obtient les points A_3 à L_3.

e. On double l'abscisse et l'ordonnée des points A à L. On obtient les points A_4 à L_4.

68 TICE Géométrie Dynamique

Reprends les deux exercices précédents.

Jeu de mots

a. Sur une feuille de papier millimétré, place les points suivants dans un repère.

N(1,7 ; – 1,4)	G(6,3 ; 6)
A(– 0,8 ; 0)	R(– 3,8 ; 2,1)
T(– 5,2 ; – 2,6)	E(7,5 ; – 3,5)
É(– 7,7 ; 4)	

b. Range ces points dans l'ordre croissant de leur abscisse. On obtient un mot.

c. Range ces points dans l'ordre décroissant de leur ordonnée. On obtient un autre mot.

d. Trouve une autre anagramme de ces mots et relie les points dans l'ordre correspondant sur ton dessin.

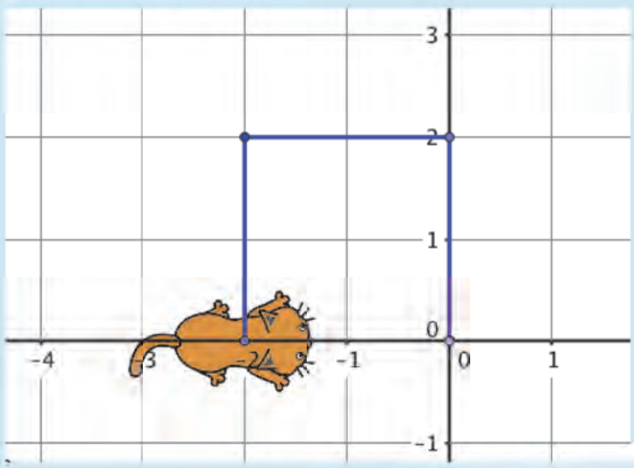
Algo

Dans le langage SCRATCH, on peut déplacer un chat à l'aide des instructions suivantes :

avancer de 50	tourner ↻ de 90 degrés	tourner ↺ de 90 degrés
Le chat avance de 50 pas.	Le chat tourne sur lui-même, sur la droite, de 90°.	Le chat tourne sur lui-même, sur la gauche, de 90°.

Au départ, le chat est placé à l'origine du repère et orienté sur l'axe des ordonnées vers les nombres positifs. Voici un exemple de programme, et le déplacement correspondant dans un repère, où 50 pas correspondent à 2 unités du repère.

```
avancer de 50
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 50
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 50
tourner ↺ de 90 degrés
```



Quand le chat avance, il laisse une trace.

a. Dans un repère analogue, dessine la trace correspondant au programme ci-contre.

b. Précise les coordonnées des points sur lesquels le chat change de direction. Quelles sont les coordonnées du point d'arrivée ?

c. On souhaite que le chat passe par tous les points dont l'abscisse est égale à l'ordonnée et dont l'abscisse est comprise entre 0 et – 5. Dessine un chemin possible et écris le programme correspondant.

```
avancer de 100
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de 50
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de 150
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 100
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de 100
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de 300
```

N4

Opérations sur les nombres relatifs

Activités

1 À la fête foraine

Cours : 1

À la fête foraine, Lisa a choisi un jeu comportant deux manches à l'issue desquelles elle peut gagner ou perdre de l'argent. Un gain de 3 € est noté + 3, tandis qu'une perte de 7 € est notée – 7.

a Donne le bilan de chacune des parties suivantes.

Partie 1 : Lisa a gagné 3 € puis a gagné 5 €.
Partie 2 : Lisa a gagné 5 € puis a perdu 8 €.
Partie 3 : Lisa a perdu 6 € puis a gagné 11 €.
Partie 4 : Lisa a perdu 6 € puis a perdu 7 €.

b Recopie et complète le tableau ci-dessous.

Partie n°	1re manche	2nde manche	Bilan de la partie
1	+ 3	+ 5	
2	+ 5	– 8	
3	– 6	+ 11	
4	– 6	– 7	
5	– 7	+ 4	
6	+ 9	+ 1	
7	+ 8	– 6	
8	+ 5	– 5	

c Lucie a interprété la première ligne à l'aide de l'égalité suivante : (+ 3) + (+ 5) = + 8.
Interprète de la même manière les parties suivantes.

d Selon toi, quelles règles permettent d'additionner deux nombres relatifs ?

2 Des soustractions

Cours : 2

On sait que 9 + 6 = 15 donc on en déduit que 15 – 9 = 6 et 15 – 6 = 9.
On sait aussi que 15 – 9 = 6 donc on en déduit que 6 + 9 = 15 et que 15 – 6 = 9.

a Recopie et complète.

- On sait que 21 + 7 = ... donc on en déduit que ... et ... .
- On sait que 18 – 6 = ... donc on en déduit que ... et ... .

b En t'inspirant de la question précédente, recopie et complète le tableau suivant.

(+ 12) + (+ 9) = (+ 21)	(+ 21) – (+ 9) = (+ 12)	(+ 21) – (+ 12) = ...
(+ 15) + (– 17) = ...	... – (– 17) = ...	... – (+ 15) = ...
(– 14) + (– 5) = ...	... – (– 5) = ...	... – (– 14) = ...
(+ 8) + (– 10) = ...	(– 2) – (– 10) = (+ 8)	...
... + (+ 12) = ...	(+ 9) – (+ 12) = ...	...

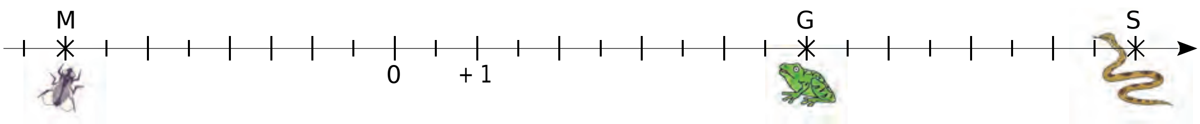
c Après avoir regardé les calculs des deux dernières colonnes, Klara affirme que finalement, pour soustraire deux nombres relatifs, il suffit d'effectuer une addition mais en changeant l'un des nombres. Qu'a-t-elle remarqué ?

3 La bonne distance

Cours : 3

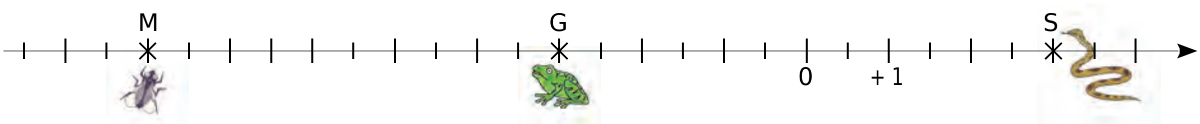
Une grenouille se promène sur un axe gradué, au bout duquel se trouve son mets préféré : une mouche bien grasse. À l'autre bout, guette (ô frayeur extrême !), un serpent luisant aux crochets dégoulinants de venin. Par-ci par-là, de belles feuilles vertes masquent soit la mouche, soit le serpent !

La grenouille (point G), le serpent (point S) et la mouche (point M) cherchent en permanence à connaitre la distance qui les sépare les uns des autres...



a Comment calculer les distances GS et GM en utilisant les abscisses des points G, M et S ?

b Même question dans la configuration suivante.



c Déduis-en comment calculer la distance entre deux points situés sur une droite graduée, quand on connait leur abscisse.

1 Additions

→ 17

Propriété 1 Pour additionner deux nombres relatifs de **même signe**, on additionne leur distance à zéro et on garde le signe commun.

Exemples :

A = (– 2) + (– 3) = (– 5) = – 5

B = (+ 1,7) + (+ 12) = (+ 13,7) = 13,7

Remarque :
La somme de deux nombres négatifs est négative.

Propriété 2 Pour additionner deux nombres relatifs de **signes contraires**, on soustrait leur distance à zéro et le signe du résultat est le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro.

Exemples :

C = (– 9) + (+ 12)
(+ 12) a la plus grande distance à zéro donc la somme est positive.
C = (– 9) + (+ 12) = + (12 – 9) = + 3

D = (+ 5,7) + (– 9)
(– 9) a la plus grande distance à zéro donc la somme est négative.
D = (+ 5,7) + (– 9) = – (9 – 5,7) = – 3,3

Propriété 3 La somme de deux nombres opposés est égale à 0.

Exemple :
E = (– 3,1) + (+ 3,1) = 0

Propriété 4 Pour calculer la somme de plusieurs nombres relatifs, on peut commencer par regrouper, d'un côté, les nombres positifs et calculer leur somme, et de l'autre, les nombres négatifs et calculer leur somme.

Exemple :
F = (– 13) + (+ 5) + (– 1) + (+ 7) + (– 4)
F = (+ 5) + (+ 7) + (– 4) + (– 13) + (– 1)
F = (+ 12) + (– 18) = – 6

Remarque :
On peut aussi commencer par regrouper des termes opposés s'il y en a.

2 Soustractions

→ 35 39

Propriété Soustraire un nombre relatif revient à additionner son opposé.

Exemples :

G = (– 3) – (+ 8) = (– 3) + (– 8) = – 11
Soustraire (+ 8) revient à ajouter (– 8).

H = (– 4,5) – (– 5,5) = (– 4,5) + (+ 5,5) = 1
Soustraire (– 5,5) revient à ajouter (+ 5,5).

Remarque :
La différence de deux nombres égaux est égale à 0.
Par exemple : (– 5) – (– 5) = 0.

3 Distance entre deux points

79

Propriété Pour calculer la distance entre deux points, sur une droite graduée, on effectue la différence entre la plus grande abscisse et la plus petite abscisse.

Exemple :

- G a pour abscisse $+\,4$ et H a pour abscisse $-\,7$.
  Comme $+\,4 > -\,7$, alors $GH = (+\,4) - (-\,7) = (+\,4) + (+\,7) = +\,11$.
  La distance GH est donc $+\,11$.
- P a pour abscisse $-\,10$ et H a pour abscisse $-\,7$.
  Comme $-\,7 > -\,10$, alors $PH = (-\,7) - (-\,10) = (-\,7) + (+\,10) = +\,3$.
  La distance PH est donc $+\,3$.

Remarque :
Comme il exprime une distance, le résultat obtenu est, naturellement, toujours positif.

4 Somme algébrique

47 56 63

Propriété 1 Dans une suite d'additions et de soustractions de nombres relatifs, on commence par remplacer chaque soustraction par l'addition du nombre opposé.

Propriété 2 Dans une suite d'additions de nombres relatifs, on peut supprimer les signes d'addition et les parenthèses autour de chaque nombre, et le signe d'un nombre positif écrit en début de calcul.

Exemples :

$I = (-\,9) + (+\,3{,}1) + (-\,5)$
$I = -\,9 \quad +\,3{,}1 \quad -\,5$

$J = (+\,8{,}7) - (+\,5) - (-\,13)$
$J = (+\,8{,}7) + (-\,5) + (+\,13)$
$J = 8{,}7 \quad -\,5 \quad +\,13$

Propriété 3 Pour calculer une somme algébrique simplifiée, on peut commencer par regrouper, d'un côté, les nombres positifs et calculer leur somme, et de l'autre, les nombres négatifs et calculer leur somme.

Exemple :

$K = 8{,}5 - 5 + 13 - 9 + 3{,}1 - 6$
$K = 8{,}5 + 13 + 3{,}1 - 5 - 9 - 6$
$K = 24{,}6 - 30$
$K = -\,5{,}4$

Exercices

À l'oral !

Voir aussi les Questions FLASH dans le manuel numérique !

1 Calcule.

A = (+ 12) + (+ 4) C = (– 6) + (– 17)

B = (– 3) + (+ 10) D = (+ 8,1) + (– 8,1)

2 Complète les pointillés pour que les égalités soient vraies.

(+ 5) + ... = (– 9) (– 4) + ... = (– 2)

3 Calcule la somme des termes (– 4), (– 2) et (– 1).

4 Calcule.

E = (+ 2) – (+ 7) G = (– 13) – (– 2)

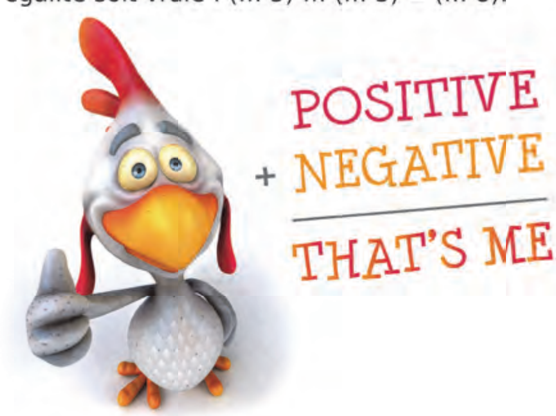
F = (– 9) – (+ 3) H = (+ 8) – (– 7)

5 Complète les pointillés pour que les égalités soient vraies.

(– 1) – ... = (– 5) (+ 4) – ... = (+ 9)

6 Calcule la différence de (+ 4) et (– 7).

7 En remplaçant les pointillés par le signe + ou –, donne toutes les possibilités pour que l'égalité soit vraie : (... 5) ... (... 3) = (... 8).



8 Calcule.

I = (+ 7) + (+ 23) + (– 15) + (– 6)

J = (+ 7) + (– 15) + (+ 9) + (+ 1) + (– 3)

K = (– 3,5) + (+ 5,5) + (– 4) + (+ 3) + (– 0,5)

9 Calcule.

L = (+ 6) – (– 16) + (– 4)

M = (+ 1) + (– 1) – (+ 2)

N = (– 7,5) – (– 3,5) – (+ 3,5) + (+ 7,5)

10 Calcule la distance sur une droite graduée entre les deux points donnés.

a. A et B d'abscisses respectives 3 et 17.

b. C et D d'abscisses respectives – 9 et 12.

c. E(– 12,5) et F(– 18,5).

11 Quel est l'écart...

a. entre les températures 12°C et – 25°C ?

b. entre les dates – 1 500 et – 1 700 ?

c. entre un point d'altitude 100 m et un autre de profondeur – 50 m ?

12 Calcule.

P = 9 – 19 R = – 11 + 3

Q = – 13 – 3 S = – 2,5 – 2,5

13 Calcule.

T = – 15 – 19 – 3 V = – 19 + 4 – 35 + 2

U = – 7,5 – 2,5 + 1,5 W = 5 – 7 + 7 – 23 – 8

14 ***Programme de calcul***

- Choisir un nombre ;
- Lui retrancher – 5 ;
- Ajouter (– 10) au résultat.

Applique ce programme à 0 puis à – 5 et 5.

15 **Vrai ou Faux**

P.1. (+ 7) + (– 5) = (+ 5) + (– 7)

P.2. Le résultat de (– 9) – (– 10) est négatif.

P.3. Soient A(– 1,5) et B(+ 1,5) sur un axe gradué. La distance AB est 3.

P.4. – 9 – 1 = – 8

P.5. L'opposé de 3 – 5 est 2.

Addition

16 Sans les calculer, donne le signe de chaque somme.

(–3)+(–1) (–3)+(+1) (+4)+(+7)

(–4)+(+0) (–2)+(–2) (–1)+(+9)

17 Effectue les additions suivantes.

a. (+ 2) + (+ 7)
b. (– 4) + (+ 5)
c. (– 8) + (– 14)
d. (+ 9) + (– 9)
e. (– 20) + (– 12)
f. (+ 40) + (– 60)
g. (– 36) + (+ 18)
h. (– 25) + (+ 0)

18 Effectue les additions suivantes.

a. (+ 12) + (+ 9)
b. (– 6) + (+ 3)
c. (– 4) + (– 1)
d. (+ 4) + (– 19)
e. (– 3) + (– 11)
f. (+ 4) + (– 4)
g. (– 5) + (+ 15)
h. (– 53) + (+ 0)

19 Effectue les additions suivantes.

a. (+ 35) + (+ 45)
b. (– 25) + (+ 15)
c. (– 40) + (– 19)
d. (+ 24) + (– 36)
e. (– 100) + (– 45)
f. (+ 35) + (– 65)
g. (– 25) + (+ 75)
h. (– 450) + (+ 750)

20 Relie chaque calcul à son résultat.

(– 12) + (– 4)	•	•	+ 4
(+ 12) + (– 4)	•	•	– 20
(– 12) + (– 8)	•	•	– 16
(– 8) + (+ 12)	•	•	+ 12
(+ 8) + (+ 4)	•	•	+ 8

21 ***Vocabulaire***

a. Que vaut la somme de – 13 et de + 21 ?

b. Que vaut la somme de – 32 et de – 55 ?

c. Que vaut la somme de l'opposé de 5 et de – 5 ?

d. Que vaut l'opposé de la somme de 5 et de – 5 ?

22 Relie les expressions égales.

(– 8) + (– 16)	•	•	(– 11) + (+ 33)
(+ 24) + (– 4)	•	•	(+ 30) + (– 47)
(– 14) + (– 3)	•	•	(+ 19) + (+ 1)
(– 7) + (+ 7)	•	•	(– 11) + (– 13)
(+ 14) + (+ 8)	•	•	(+ 63) + (– 63)

23 Peux-tu trouver...

a. deux nombres de signes contraires dont la somme vaut – 13 ?

b. deux nombres égaux dont la somme vaut – 13 ?

c. deux nombres négatifs dont la somme vaut – 13 ?

d. deux nombres positifs dont la somme vaut – 13 ?

e. trois nombres relatifs dont la somme vaut – 13 ?

24 Effectue les additions suivantes.

a. (– 2,3) + (– 4,7)
b. (+ 6,8) + (– 9,9)
c. (– 3,5) + (+ 1,8)
d. (– 2,5) + (– 0,4)
e. (– 7,8) + (– 2,1)
f. (+ 13,4) + (– 20,7)
g. (– 10,85) + (+ 6,25)
h. (+ 17) + (+ 5,4)

25 Jean et Saïd tiennent chacun un stand lors d'une brocante.

Jean dépense 7,50 € pour acheter un jeu exposé sur un stand voisin. Puis il récolte 68,10 € en vendant quelques articles.

Saïd vend pour 70,40 € mais dépense 9 € pour acheter des rollers.

Lequel des deux repart avec le plus d'argent ?

26 On considère les nombres relatifs suivants.

− 7	+ 9	− 8	+ 6	− 3

On additionne trois de ces nombres.

a. Peut-on obtenir − 9 ?

b. Peut-on obtenir 0 ?

c. Quel est le plus petit nombre que l'on peut obtenir ?

d. Quel est le plus grand nombre que l'on peut obtenir ?

27 Un professeur donne à ses élèves un questionnaire à choix multiples (QCM) comportant huit questions, notées comme suit.

Réponse fausse (F)	Réponse juste (J)	Absence de réponse (A)
− 3 points	+ 4 points	− 1 point

a. Calcule la note de Wenda dont les résultats aux questions sont : F ; J ; A ; F ; F ; J ; J ; A.

b. Quelle note la plus basse un élève peut-il obtenir ? Et la plus haute ?

c. Émeline a obtenu la note + 4. Propose une série de résultats possibles aux huit questions.

28 QCM

a. (− 9) + (− 3) =

R.1	R.2	R.3
(− 6)	6	(− 12)

b. (+ 3) + … = (− 3). Le nombre manquant est…

R.1	R.2	R.3
(− 6)	0	6

c. (− 4) est le résultat de…

R.1	R.2	R.3
(− 9) + (− 5)	(− 2) + (+ 2)	(− 3) + (− 1)

d. (− 1) + (+ 3) + (− 5) + (+ 8) + (− 2) =

R.1	R.2	R.3
(− 9) + (+ 10)	(− 8) + (+ 11)	(− 2) + (+ 1)

29 Recopie et complète les égalités suivantes.

a. (+ 2) + (…) = (+ 7)

b. (…) + (+ 15) = 11

c. (− 5) + (…) = (− 7)

d. (+ 8) + (…) = (+ 2)

e. (…) + (+ 1) = 0

f. (…) + (− 15) = 11

g. (+ 3) + (…) = (− 9)

h. (…) + (− 3) = (− 6)

30 ***Dites 33 !***

a. Que doit-on ajouter à 33 pour obtenir − 33 ?

b. Que doit-on ajouter à − 33 pour obtenir 33 ?

c. Que doit-on ajouter à − 33 pour obtenir − 33 ?

31 ***Pyramides***

Recopie puis complète les pyramides suivantes. Le nombre contenu dans une case doit être la somme des nombres contenus dans les deux cases situées en dessous de lui.

a.

− 14			
	+ 2		
	− 7		+ 3

b.

− 1,7			
− 4,5			
	+ 2,1		
			+ 1,2

32 Effectue les additions suivantes.

a. (+ 12) + (− 3) + (− 8)

b. (− 5) + (− 12) + (+ 7) + (− 20)

c. (− 14) + (− 9) + (+ 25) + (− 3)

d. (+ 3) + (− 7) + (− 8) + (+ 2)

33 Effectue les additions suivantes.

a. (− 2,3) + (− 12,7) + (+ 24,7) + (− 1,01)

b. (− 0,9) + (− 7,4) + (− 9,1) + (− 2,6)

c. (+ 7,8) + (+ 2,35) + (− 9,55) + (+ 4)

34 Recopie et complète le tableau suivant.

a	b	c	$a + b$	$a + c$	$a + b + c$
(+ 5)	(+ 3)	(− 7)			
(− 6)	(− 6)	(+ 4)			
(− 2)	(− 2)	(− 2)			
(− 3)	(− 5)			(+ 9)	
(+ 4)		(− 7)	0		
(+ 1)				(− 2)	(− 5)

Soustraction

35 Relie les expressions égales.

(– 18) – (– 26)	•	•	(+ 18) + (– 26)
(+ 18) – (– 26)	•	•	(– 18) + (+ 26)
(– 18) – (+ 26)	•	•	(+ 18) + (+ 26)
(+ 18) – (+ 26)	•	•	(– 18) + (– 26)

36 Relie les expressions égales.

(– 42) – (– 17)	•	•	(+ 42) – (+ 17)
(+ 42) + (+ 17)	•	•	(– 42) + (+ 17)
(+ 42) + (– 17)	•	•	(+ 42) – (– 17)
(– 42) – (+ 17)	•	•	(– 42) + (– 17)

37 Recopie et complète afin de transformer les soustractions suivantes en additions, puis termine le calcul.

a. (+ 2) – (+ 7) = (+ 2) + (...) = ...

b. (– 4) – (+ 5) = (– 4) + (...) = ...

c. (– 8) – (– 14) = (...) + (...) = ...

d. (+ 9) – (– 9) = (...) + (...) = ...

38 Transforme les soustractions suivantes en additions puis effectue-les.

a. (+ 4) – (+ 15)

b. (– 12) – (+ 5)

c. (– 10) – (– 7)

d. (+ 24) – (+ 18)

e. (+ 14) – (– 4)

f. (+ 6) – (+ 6)

g. (– 20) – (+ 7)

h. (+ 11) – (– 17)

39 Effectue les soustractions suivantes.

a. (+ 2) – (+ 5)

b. (– 6) – (+ 2)

c. (– 11) – (– 8)

d. (+ 21) – (– 3)

e. (+ 7) – (+ 2)

f. (– 13)– (+ 17)

g. (– 23) – (+ 40)

h. (– 35) – (– 35)

40 Effectue les soustractions suivantes.

a. (– 2,6) – (+ 7,8)

b. (+ 6,4) – (+ 23,4)

c. (+ 4,5) – (– 12,8)

d. (– 2,7) – (– 9,9)

e. (– 12,8) – (+ 9,5)

f. (+ 6,7) – (+ 2,4)

g. (+ 8,1) – (– 13,6)

h. (– 12,7) – (– 9,8)

41 **QCM**

a. (– 1) – (– 3) =

R.1	R.2	R.3
(– 1) + (– 3)	(+ 1) + (+ 3)	(– 1) + (+ 3)

b. (+ 3) – (+ 7) =

R.1	R.2	R.3
(– 4)	(– 10)	(+ 4)

c. (– 1) est la...

R.1	R.2	R.3
différence de (+ 3) et (– 4)	différence de (+ 1) et (– 1)	différence de (– 5) et (– 4)

d. (– 1) – (– 7) + (– 5) + (+ 1) – (+ 2) =

R.1	R.2	R.3
0	(– 10)	4

42 ***Zoom sur la citrouille***

Le tableau suivant donne l'évolution mensuelle moyenne du prix de la citrouille, sur la période de mars à août 2015.

Mois	Prix (€/kg)	Évolution par rapport au mois précédent (€)
Mars	1,38	+ 0,32
Avril	1,47	
Mai	1,00	
Juin	0,97	
Juillet		– 0,08
Août	1,00	

(*Source : franceagrimer*)

a. Quel était le prix moyen du kg de citrouille en février 2015 ?

b. Reproduis et complète le tableau.

43 Transforme les soustractions en additions puis effectue les calculs.

a. (+ 4) – (– 2) + (– 8) – (+ 7)

b. (– 3) – (– 5) – (– 4) + (+ 9)

c. (– 27) – (– 35) – (– 20) + (+ 17)

d. (+ 3,1) + (– 3,5) – (+ 7,8) – (+ 1,6)

e. (– 16,1) – (+ 4,2) + (+ 7,5) – (+ 2,6)

44 Recopie et complète le tableau suivant.

a	b	$a - b$	$b - a$
(+ 8)	(+ 7)		
(+ 4)	(– 6)		
(– 3)	(– 5)		
(+ 4)			(+ 9)
(+ 1)			(– 2)
(– 8)		(– 8)	

45 ***Quel nombre...***

a. Quel nombre faut-il soustraire à 12 pour obtenir 5 ?

b. Quel nombre faut-il soustraire à – 12 pour obtenir 5 ?

c. Quel nombre faut-il soustraire à – 12 pour obtenir – 5 ?

d. Quel nombre faut-il soustraire à 12 pour obtenir – 5 ?

46 Complète chaque suite de nombres en donnant quatre termes supplémentaires.

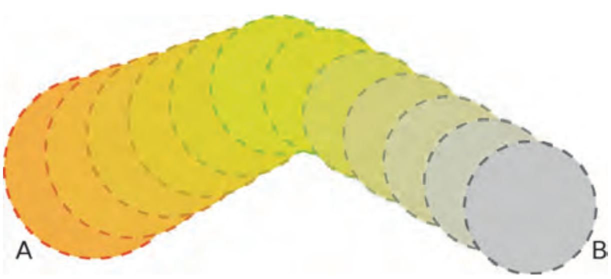
Donne alors une règle permettant d'expliquer, pour chaque suite, comment on passe d'un terme au suivant.

a. – 34 ; – 33 ; – 32 ;

b. + 33 ; + 23 ; + 13 ;

c. + 200 ; – 200 ; – 600 ;

d. – 2,7 ; – 2,4 ; – 2,1 ;



Sommes algébriques

47 Calcule les sommes en regroupant les nombres positifs puis les nombres négatifs.

A = (+ 17) + (– 5) + (+ 4) + (+ 5) + (– 3)

B = (– 12) + (– 4) + (+ 7) + (+ 8) + (– 6)

C = (+ 1,2) + (+ 4,2) + (+ 7,1) + (– 6,7)

48 Calcule les sommes en regroupant les nombres positifs puis les nombres négatifs.

D = (– 4) + (– 11) + (+ 9) + (+ 2) + (– 13)

E = (+ 8) + (– 6) + (+ 8) + (+ 10) + (– 9)

F = (– 30) + (+ 50) + (– 40) + (+ 70) + (– 10)

G = (+ 125) + (+ 75) + (+ 25) + (– 250)

49 Transforme les soustractions en additions puis calcule les sommes en regroupant les nombres positifs puis les nombres négatifs.

H = (+ 12) – (– 6) + (– 2) + (+ 7) – (+ 8)

I = (– 20) – (+ 14) + (+ 40) + (– 12) – (– 10)

J = (– 7,1) – (– 3,2) – (+ 1,5) + (+ 8,4)

50 Calcule astucieusement les expressions.

a. (+ 14) + (– 45) + (– 14) + (+ 15)

b. (– 1,4) + (– 1,2) + (+ 1,6) – (+ 1,6)

c. (+ 1,35) + (– 2,7) – (– 0,65) + (– 1,3)

d. (– 5,7) – (– 0,7) + (+ 1,3) – (– 1) – (+ 1,3)

51 Calcule astucieusement les expressions.

a. (+ 56) + (– 9) + (– 1) + (+ 44)

b. (– 12) + (– 122) + (+ 12) + (+ 100) + (+ 22)

c. (+ 5) – (– 25) – (– 25) – (– 5)

d. (– 0,8) – (– 3,7) + (+ 6,3) – (– 10) – (+ 9,2)

52 ***Souriez !***

Koïna a 130 € sur son compte bancaire.

Si elle achetait l'appareil photo dont elle rêve, son compte afficherait alors comme solde débiteur : – 49 €.

Quel est le prix de cet appareil photo ?

53 Recopie et complète le tableau.

	Écriture avec parenthèses	Écriture simplifiée
a.	(−9)−(+13)+(−15)	
b.	(−10)+(+7)−(−3)−(−3)	
c.	(+5)−(−2)+(+3)−(+2)	
d.		−6−8+5−3
e.		15−13−8−7
f.		−3−5−9+1

54 Relie chaque expression à son écriture simplifiée.

(− 8) + (− 16) •	• 8 − 16
(+ 8) + (− 16) •	• 8 + 16
(− 8) − (− 16) •	• − 8 + 16
(− 8) − (+ 16) •	• − 8 − 16
(+ 8) + (+ 16) •	

55 Donne une écriture simplifiée de chaque expression puis calcule-la.

a. (− 5) + (− 3)
b. (− 4) − (+ 6)
c. (+ 9) − (− 3)
d. (+ 4) + (+ 7)
e. (− 0,5) − (+ 4,5)
f. (+ 1,7) − (− 3,4)
g. (− 2,6) + (− 4)
h. (+ 17) − (− 5) + (+ 4) − (+ 5) − (− 3)

56 Effectue les calculs suivants.

a. 3 − 8
b. − 2 − 2
c. − 31 + 31
d. 0 − 38
e. 55 − 100
f. 28 − 33
g. − 7 − 14
h. − 50 + 25

57 Effectue les calculs suivants.

a. 5 − 14
b. 8 − 13
c. − 6 − 6
d. − 13 + 9
e. 53 − 18
f. − 28 − 12

58 Effectue les calculs suivants.

a. − 17 + 17
b. 0 − 89
c. − 18 − 15
d. − 12 + 11
e. − 38 − 45
f. − 65 + 37

59 Effectue les calculs suivants.

a. 60 − 78
b. − 53 − 53
c. − 64 + 43
d. 35 − 84
e. 38 − 73
f. − 34 − 56
g. − 62 + 92
h. 37 − 73

60 Effectue les calculs suivants.

a. 0,5 − 1,5
b. 1,8 − 1,3
c. − 0,6 + 0,6
d. − 1,3 + 2
e. − 5,3 − 0,7
f. − 2,8 − 4
g. − 5,7 + 4,4
h. 3,2 − 8,9
i. − 0,25 − 1,75
j. − 4 + 0,6

61 Effectue les calculs suivants.

A = 24 − 36 + 18
B = − 13 − 28 + 35
C = − 8 − 4 + 12
D = 18 − 8 + 4 − 14
E = − 23 + 44 − 21
F = 14 − 23 + 56 − 33

62 Effectue les calculs suivants.

G = 1,3 + 0,12 + 39
H = − 3,8 − 0,4 + 4,2
I = − 1,3 + 4,4 − 21
J = − 0,8 − 4,4 − 0,1

63 Calcule.

K = 5 + 13 − 4 + 3 − 6
L = − 7 + 5 − 4 − 8 + 13
M = − 8 + 5 − 4 + 3 + 4
N = − 17 + 24 − 18 − 18 + 19
P = 12 − 17 − 13 + 9 + 7

64 Calcule.

R = − 7 + 14 − 5 − 7 + 9
S = 2 + 10 − 9 + 6 − 3
T = − 5 + 15 − 11 − 4 + 14
U = − 18 + 1 − 5 + 13 + 5
V = 8 − 21 + 16 + 19 − 10

65 Calcule.

A = – 50 + 35 – 15 – 45 + 55

B = – 40 + 20 – 50 + 30 + 60

C = – 75 + 125 – 250 – 75 + 150

D = 1 200 + 2 400 – 2 900 + 1 600 – 1 700

66 Calcule en regroupant les termes de même signe.

E = 3,5 – 4,2 + 6,5 – 3,5 + 5

F = 0,5 – 0,2 + 0,5 – 0,4 + 0,3

G = 25,2 + 12 – 4,8 + 24 – 3,4

H = 5,25 + 1,5 – 6,75 + 14,25 – 4,25

67 Calcule les expressions suivantes.

I = 13 + 15 + 7 – 15

J = – 8 + 4 + 18 – 2 + 12 + 6

K = 4,3 – 7,4 + 4 – 2,25 + 6,7 + 3,4 – 2,75

L = – 2,5 + 4,8 – 3,6 + 0,2 + 2,5

68 Calcule les expressions suivantes.

M = (– 3 + 9) – (4 – 11) – (– 5 – 6)

N = – 3 + 12 – (13 – 8) – (3 + 8)

P = – 3 – [4 – (3 – 9)]

69 Calcule les expressions suivantes.

R = (– 13 – 1) + (6 + 9) – (– 9 + 2)

S = 9 – (2 – 11) – 7 + 9 – (– 2 + 14)

T = [3 – (3 – 7)] – [9 – (2 – 5)]

70 Calcule les expressions suivantes.

U = (– 20 + 12) + (5 – 19) – (– 4 – 1)

V = – (6 – 7) + (5 + 7) – 22 + 6

W = – 1 + [15 + (13 – 19)]

71 Recopie et complète le tableau suivant.

a	b	c	$a + b - c$	$a - (b + c)$
10	– 3	8		
– 6	– 5	2		
3	– 8	– 2		
7	– 2	– 5		

72 ***Relevé de compte***

			Solde au 01/10	**+ 290,80**
Dates	Libellé		Débit	Crédit
03/10	*Électricité*		*– 130,65*	
05/10	*Loyer*		*– 550*	
08/10	*Carburant*		*– 78*	
11/10	*Remboursement*			*25,10*
15/10	*Chèque n°00113*		*– 127*	
21/10	*Dépôt de chèques*			*200*
22/10	*Alimentation*		*– 114,25*	
26/10	*Salaire*			*1 490*
29/10	*Frais bancaires*		*– 8,40*	
			Solde au 31/10	**...**

a. Écris une somme algébrique qui donnera le solde de fin de mois.

b. Calcule ce nouveau solde à l'aide de la calculatrice.

73 ***Sommes alternées***

Calcule astucieusement les sommes suivantes.

a. X = – 1 + 2 – 3 + 4 – 5 + 6

b. Y = – 1 + 2 – 3 + 4 – ... – 99 + 100

c. Z = – 10 + 20 – 30 + 40 – 50 + 60

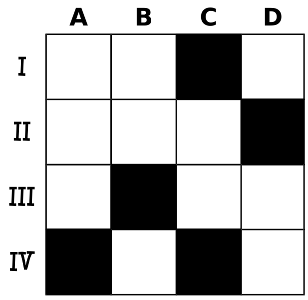
74 ***Programme de calcul***

- Choisir un nombre ;
- Lui retrancher 5 ;
- Si le résultat est inférieur à – 3 : lui ajouter 12 ; sinon, lui ajouter – 9.

a. Applique ce programme à 6 puis à – 3.

b. On a obtenu 15 comme résultat. Quel était le nombre choisi au départ ?

75 ***Nombres croisés***



Horizontalement

I : L'opposé de 8 ◆ Positif et négatif à la fois.

II : −13 + 215 − 7 − 6.

III : L'opposé de − 5 ◆ − (− 6− 6).

IV : − 0,5 + 1,5 ◆ L'opposé de l'opposé de 6.

Verticalement

A : L'entier relatif compris entre − 15,6 et − 14,9.

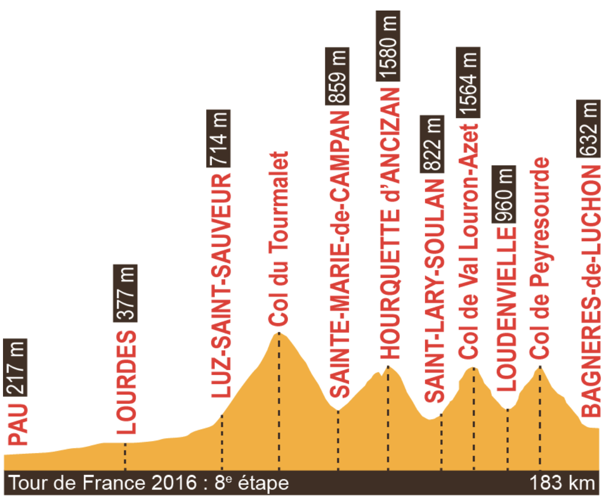
B : (− 3 + 7) − (4 − 88) ◆ (− 4) − (− 5).

C : 52 + 34 − (35 − 41) − (8 − 7).

D : (− 3) − (− 3) ◆ Deux dizaines et six unités.

76 Le dénivelé est la différence entre l'altitude d'un point A et celle d'un point B.

Voici le profil de la 8e étape du Tour de France 2016 qui relie Pau à Bagnères-de-Luchon.



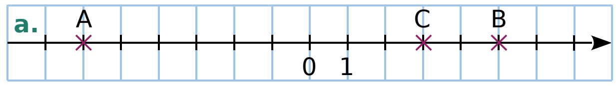
a. Quel est le dénivelé entre le point de départ et le point d'arrivée de cette étape ?

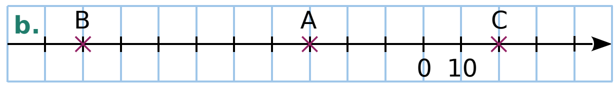
b. Sachant que le dénivelé entre le col du Tourmalet et Luz-Saint-Sauveur est de + 1 501 m, calcule l'altitude du col du Tourmalet.

c. Sachant que le dénivelé entre le col de Peyresourde et Bagnères-de-Luchon est de − 937 m, calcule l'altitude du col de Peyresourde.

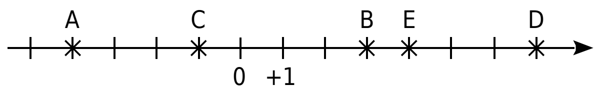
Distance sur une droite graduée

77 Dans chaque cas ci-dessous, donne les distances AB, AC et BC.





78 ***Distance et droite graduée***



a. Recopie et complète les calculs suivants.

AB = $x_B - x_A$	EC = $x... - x...$
AB = (...) − (...)	EC = (...) − (...)
AB = ... unités	EC = ... unités

b. En prenant exemple sur la question **a.**, calcule les distances ED, EB et AC.

c. Vérifie tes résultats à l'aide de la droite graduée.

79 ***Axe gradué en centimètres***

a. Sur une droite graduée en centimètres, place les points A(+ 2,5), B(− 4) et C(− 2,5).

b. Calcule les distances AC et BC.

c. Place un point D à 4 cm de A.
Combien y a-t-il de possibilité(s) ?
Donne la (ou les) abscisse(s) possible(s).

80 Dans chaque cas ci-dessous, trace une droite graduée en choisissant avec soin l'unité, puis calcule les longueurs demandées en écrivant l'opération adéquate.

a. A(− 10), B(5) et C(− 4). Calcule AB, AC et BC.

b. D(0,8), E(− 1,2) et F (1,9). Calcule DE et EF.

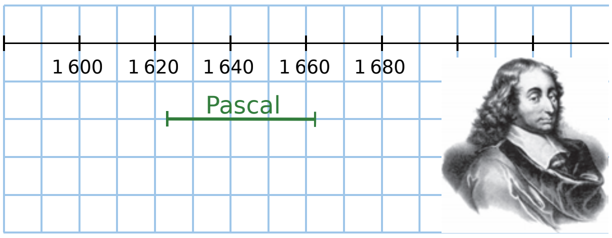
c. G(− 2 500), H(− 3 000) et K(− 2 800). Calcule GH et HK.

81 Sur un axe gradué, on donne les points A(+ 7) et B(− 9).

a. Quelle peut être l'abscisse de C, sachant que AC = 11 ?

b. Quelle peut être l'abscisse de D, sachant que BD = 4 et que D est entre A et B ?

82 On a représenté ci-dessous la période pendant laquelle le mathématicien français Blaise Pascal a vécu. (Né en 1623, mort en 1662.)



a. À quel âge Pascal est-il mort ?

b. Pierre de Fermat, mathématicien français contemporain de Pascal, est mort trois ans après lui, à presque 64 ans. En quelle année est-il né ?

83 Réponds aux questions suivantes en t'aidant éventuellement d'une droite graduée.

a. Que vaut la différence entre + 11 et – 4 ?

b. Que vaut la différence entre – 9 et – 9 ?

c. Que vaut la différence entre – 1 et – 5 ?

d. Que vaut la différence entre 0 et – 7 ?

84 ***Différences***

a. Que vaut la différence entre – 30 et + 100 ?

b. Que vaut la différence entre – 90 et – 65 ?

c. Que vaut la différence entre – 30 et – 25 ?

d. Que vaut la différence entre 0 et – 80 ?

85 ***Peux-tu trouver...***

a. deux nombres de signes contraires dont la différence vaut 30 ?

b. deux nombres positifs dont la différence vaut 30 ?

c. deux nombres négatifs dont la différence vaut 30 ?

d. deux nombres égaux dont la différence vaut 30 ?

86 Pour chaque cas ci-dessous, calcule la distance entre les deux points donnés.

a. A et B d'abscisses respectives 8 et 14.

b. C et D d'abscisses respectives – 3 et 7.

c. E et F d'abscisses respectives – 140 et 260.

d. G et H d'abscisses respectives – 5,4 et – 12,6.

e. K et L d'abscisses respectives – 8,7 et – 3,3.

f. M et N d'abscisses respectives 2,3 et – 2,15.

87 ***Distances et milieux***

Sur un axe gradué, on donne les points A(+ 37), B(– 67), C(– 15), D(+ 3) et E(+ 44).

a. Calcule les distances AB, AC, AD, AE, BD, DE et BC.

b. Quel est le milieu du segment [AB] ? Justifie ta réponse par un calcul.

c. A est-il le milieu de [DE] ? Pourquoi ?

88 ***Histoire de dates***

a. Marcus est né en l'an – 23 et est mort en l'an 38. Combien de temps a-t-il vécu ?

b. Tullius est né en l'an – 35 et est mort à l'âge de 57 ans. En quelle année est-il mort ?

c. L'Empire de Césarius a été créé en – 330 et s'est terminé en 213. Combien de temps a-t-il duré ?

d. Antonionus est mort en l'an – 158 à l'âge de 63 ans. En quelle année est-il né ?

89 **QCM**

a. Sur un axe gradué, l'abscisse de A est 345 et celle de B est – 100. Alors AB =

R.1	R.2	R.3
445	245	100

b. Soit C(– 8). Dans quel cas a-t-on DC = 5 ?

R.1	R.2	R.3
D(– 13)	D(+ 5)	D(+ 3)

c. Quinus est né en – 69 et il est mort en – 23. À quel âge est-il mort ?

R.1	R.2	R.3
23 ans	46 ans	92 ans

90 Ces données ont été recueillies un jour d'hiver. Range ces villes dans l'ordre croissant de leur amplitude thermique (écart entre la température maximale et la minimale).

Villes	Maximale (°C)	Minimale (°C)
Lille	– 7	– 11
Amiens	– 3	– 8
Rouen	3	– 8
Paris	0	– 10
Lyon	7	– 7
Orléans	3	– 9

91 Braderie de Lille

Marie se demande quelle était la température lors de la braderie l'an dernier. Peux-tu l'aider, sachant que :

- l'écart avec Nancy était le même que celui avec Paris ;
- la température de Paris était la moitié de celle de Nîmes où il faisait 8°C ;
- la température de Nancy était l'opposée de celle de Nîmes.

92 Nombre mystère

En partant d'un nombre, j'ai ajouté 4, puis ajouté (– 5), puis ajouté 3, puis retranché 5, et enfin retranché (– 6). Le résultat obtenu est 0.
Quel était mon nombre de départ ?

93 Vrai ou Faux

P.1. La distance entre deux points d'abscisse négative est positive.

P.2. La distance à zéro de la différence de deux nombres opposés est le double de celle de chaque nombre.

P.3. Si je soustrais deux nombres négatifs, le résultat est forcément négatif.

P.4. Dans une addition de nombres relatifs, tout terme est inférieur à la somme obtenue.

94 Kelvin ou Celsius ?

Pour mesurer la température, il existe plusieurs unités. Celle que nous utilisons en France est le degré Celsius (°C). Cette unité est faite de façon à ce que la température à laquelle l'eau se transforme en glace soit 0°C et celle à laquelle l'eau se transforme en vapeur soit 100°C. Dans cette échelle, il existe des températures négatives.

Il existe une autre unité, le Kelvin (K), dans laquelle les températures négatives n'existent pas. Pour passer de l'une à l'autre, on utilise la formule :

$$T_{\text{Kelvin}} = T_{\text{degrés Celsius}} + 273{,}15$$

Ainsi, 10°C correspondent à 283,15 K.

a. Convertis en Kelvin les températures suivantes : 24°C ; – 3°C et – 22,7°C.

b. Convertis en degrés Celsius les températures suivantes : 127,7 K ; 276,83 K ; 204 K et 500 K.

c. Quelle est, en Kelvin, la plus petite température possible ? À quelle température correspond-elle en degrés Celsius ?
Cette température est appelée le zéro absolu.

95 Erreur ?

Voici une liste de nombres.

2	– 5	3	– 4,5	10,5	– 1	7	13

Hugo a additionné six de ces nombres et affirme avoir trouvé 21. Inès affirme que c'est impossible.

Comment peut-elle en être aussi certaine ?

96 Combien d'erreurs ?

Dans un QCM de 25 questions, une réponse juste rapporte 3 points, une réponse fausse fait perdre 2 points, l'absence de réponse rapporte 0 point. Émilie a obtenu 16 points et se rappelle qu'elle a répondu à la majorité des questions. Combien de fois Émilie s'est-elle trompée (il y a peut-être plusieurs réponses possibles) ?

97

Recopie et complète ce carré magique afin qu'il contienne tous les entiers de – 12 à 12 et que les sommes des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale soient toutes nulles.

		0	8	
			– 11	2
– 9	– 1	12		3
– 3		– 12		9
– 2	11	– 6	7	

98

Recopie et remplace les ◊ par le signe – ou + de sorte que les égalités soient vraies.

a. ◊ 7 ◊ 3 = – 4

b. ◊ 13 ◊ 8 = – 21

c. ◊ 3,7 ◊ 8,4 = 4,7

d. ◊ 45 ◊ 72 = – 27

e. ◊ 2 ◊ 7 ◊ 13 = – 8

f. ◊ 8 ◊ 5 ◊ 12 ◊ 2 = 13

99 Température en fonction de l'altitude

Plus l'altitude augmente, plus la température diminue. On estime que la température baisse de 3,3°C à chaque fois que l'altitude augmente de 500 mètres.

On considère une température moyenne au niveau de la mer de 15°C.

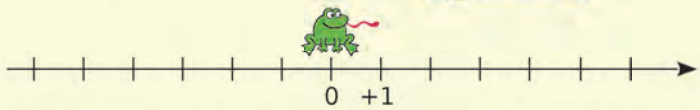
a. Quelle est la température à une altitude de 500 m ? De 1 000 m ?

b. Quelle est la température à 8 500 m d'altitude ?

Grenouille folle

Une grenouille est située à l'origine d'une droite graduée.
Elle ne peut se déplacer sur l'axe que de deux manières :

- en avançant d'un bond de 7 unités avec avancer de 7 ;
- en reculant d'un bond de 3 unités avec avancer de −3.



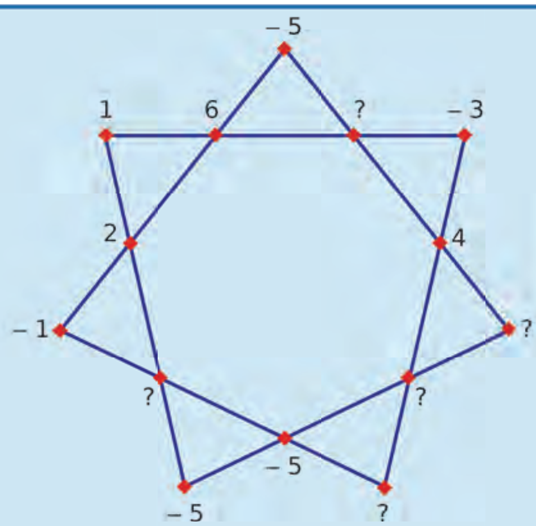
a. Propose une série de bonds permettant à la grenouille d'atteindre la position + 6.

b. Peux-tu parvenir à mener la grenouille à n'importe quelle position de l'axe ? Essaie pour toutes les positions entières comprises entre − 7 et + 7. Attention toutefois à ne pas trop fatiguer la grenouille ! Pour cela, essaie de déterminer à chaque fois le déplacement comportant le moins de bonds possible !..

(*À chaque nouveau déplacement, la grenouille démarre de l'origine.*)

Casse-tête

Reproduis et complète l'étoile magique suivante sachant que les sommes des nombres situés sur une même ligne sont égales.



Fuseaux horaires

Quatre amis ont fait leur vie aux quatre coins du monde : Pat est à Paris (fuseau horaire UTC + 0), Paulo vit à Sao Paulo (UTC − 3), Mélanie s'est installée à Melbourne (UTC + 10), et Bobby habite Dallas (UTC − 6).

a. Les quatre amis souhaitent se parler tous ensemble par vidéo-conférence. Paulo ne compte pas se lever avant 8 h et Mélanie ne souhaite pas se coucher après 22 h. Est-il possible de fixer une heure de rendez-vous ? Si oui, à quelle heure ?

b. Pat veut aller rendre visite à Paulo. Il prendra un vol direct : départ à 23 h 20 de Paris, arrivée à Sao-Paulo à 8 h 10 heure locale le lendemain matin. Quelle est la durée du vol ?

N5

Calcul littéral

Activités

1 Parterre

Cours : 4

On souhaite réaliser un parterre carré avec des pavés.

a Dessine un parterre de côté 3 pavés, puis un second de côté 4 pavés. Détermine ensuite le nombre de pavés nécessaires pour réaliser chacun de ces deux parterres.

b Détermine le nombre de pavés nécessaires pour réaliser un parterre dont le côté est composé de 9 pavés.

c On note p le nombre de pavés du côté du parterre. Exprime le nombre de pavés nécessaires pour réaliser ce parterre en fonction de p.

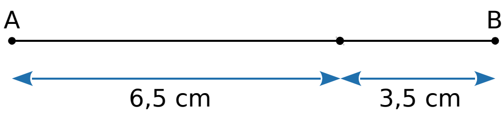
d On dispose de 100 pavés pour réaliser un parterre. Combien de pavés contient son côté ?

e On dispose de 80 pavés pour réaliser un ou plusieurs parterres identiques. Quelles sont les différentes possibilités, sachant qu'il faut utiliser tous les pavés ? Tu feras un schéma.

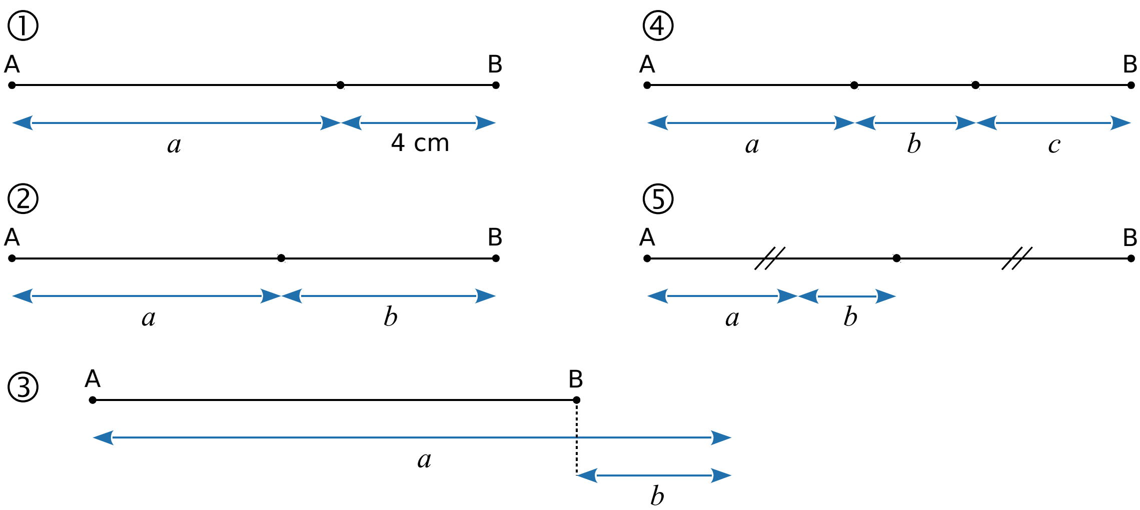
2 Longueur d'un segment

Cours : 2

a Quelle est la longueur du segment [AB] ?



b Pour chacune des figures suivantes, exprime la longueur du segment [AB] en fonction des longueurs indiquées.

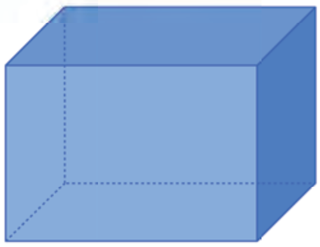


c La longueur L d'un segment [AB] est donnée par l'expression suivante : $L = a + b + 2c$.
Mais la figure correspondante a été égarée.

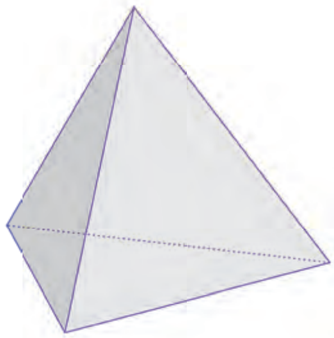
- On sait que $a = 5$ cm, $b = 3$ cm et que $L = 15$ cm. Peut-on en déduire la valeur de c ?
- Janny affirme que lorsque $a = 17$, $b = 11$ et $c = 3{,}5$ alors la longueur AB est égale à 34. Qu'en penses-tu ?

3 Polyèdres

Cours : 3



Pavé droit



Tétraèdre

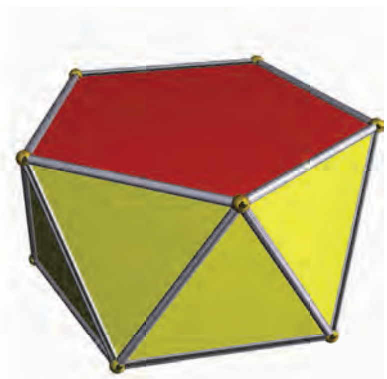
Octaèdre

a On note s le nombre de sommets, f le nombre de faces et a le nombre d'arêtes.
Sara affirme que, pour ces trois polyèdres, l'égalité $2f + a = 3s$ est vérifiée.
A-t-elle raison ?

b Le grand mathématicien Euler a trouvé une formule générale valable pour certains polyèdres.
Il s'agit de $s + f = a +$? mais le dernier terme a été effacé.
Retrouve le terme manquant.

c On considère ces antiprismes qui possèdent deux bases identiques parallèles et des faces latérales en forme de triangles équilatéraux. Cette formule est-elle valable pour ces polyèdres ?

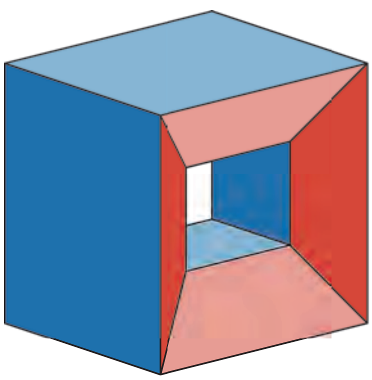
Antiprisme à base carrée



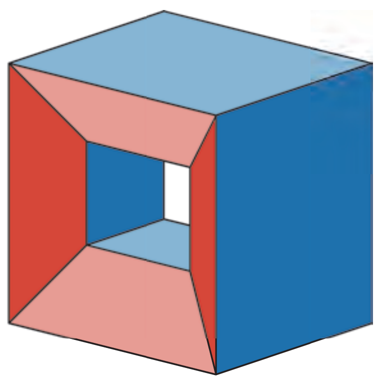
Antiprisme à base pentagonale

Antiprisme à base hexagonale

d Même question avec ce cube percé.



Vue de face



Vue de derrière

Cours

1 Expression littérale

→ 14

Définition Une **expression littérale** est une expression qui contient une ou plusieurs lettres. Ces lettres désignent des nombres.

Exemples :

- L'aire d'un carré de côté c s'exprime avec l'expression littérale : $\mathcal{A} = c \times c$.
  On dit aussi que l'aire du carré s'exprime **en fonction de** c.
- Le triple du nombre entier suivant l'entier n s'exprime sous la forme : $3 \times (n + 1)$.

Propriété Pour simplifier l'écriture d'une expression littérale, on peut supprimer le signe × devant une lettre ou une parenthèse.

Exemples :

- Le périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur l est : $\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times l = 2L + 2l$.
- L'expression $3 \times (n + 1)$ peut s'écrire plus simplement sous la forme : $3(n + 1)$.

Remarques :

- On peut simplifier $1 \times x$ en x et $0 \times y$ en 0.
- Attention ! On ne peut pas supprimer le symbole × entre deux nombres mais on peut effectuer le calcul pour simplifier l'expression : $5 \times 7 = 35$.

Définitions a désigne un nombre.
$a \times a = a^2$ et $a \times a \times a = a^3$
a^2 se lit « a **au carré** » et a^3 se lit « a **au cube** »

Exemples :

$\mathcal{A} = c \times c = c^2$ (aire du carré de côté c) ou bien $\mathcal{V} = a \times a \times a = a^3$ (volume du cube d'arête a)

2 Évaluer une expression

→ 24

Propriété Pour évaluer une expression littérale, on remplace chaque lettre par une valeur donnée.

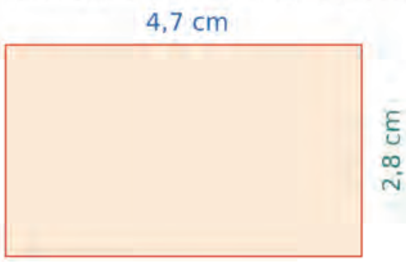
Exemple 1 :

Soit l'expression littérale A = 22 – 5x. On souhaite calculer A pour $x = 3$ puis pour $x = 4{,}4$.

- Pour $x = 3$; A = 22 – 5 × 3 = 22 – 15 = 7
- Pour $x = 4{,}4$; A = 22 – 5 × 4,4 = 22 – 22 = 0

Exemple 2 :

On cherche à déterminer le périmètre de ce rectangle.



Le périmètre $\mathcal{P}$ d'un rectangle de longueur L et de largeur l est donné par la formule : $\mathcal{P} = 2(L + l)$.
On remplace ensuite chaque lettre par sa valeur et on obtient :

$\mathcal{P} = 2(L + l)$

$\mathcal{P} = 2 \times (4{,}7 + 2{,}8)$

$\mathcal{P} = 2 \times 7{,}5 = 15$ cm

Le périmètre de ce rectangle est donc égal à 15 cm.

3 Tester une égalité

→ 33

Définition Une égalité est une expression composée de deux membres séparés par le signe « = ».

Propriété Pour tester une égalité,

- on remplace chaque lettre par sa valeur numérique dans chaque membre ;
- on compare les résultats ;
- s'ils sont égaux, alors l'égalité est vraie ;
- s'ils sont différents, alors l'égalité est fausse.

Exemple :

On considère l'égalité $8y - 9 = y + 19$. Cette égalité est-elle vraie pour $y = 7$? Pour $y = 4$?

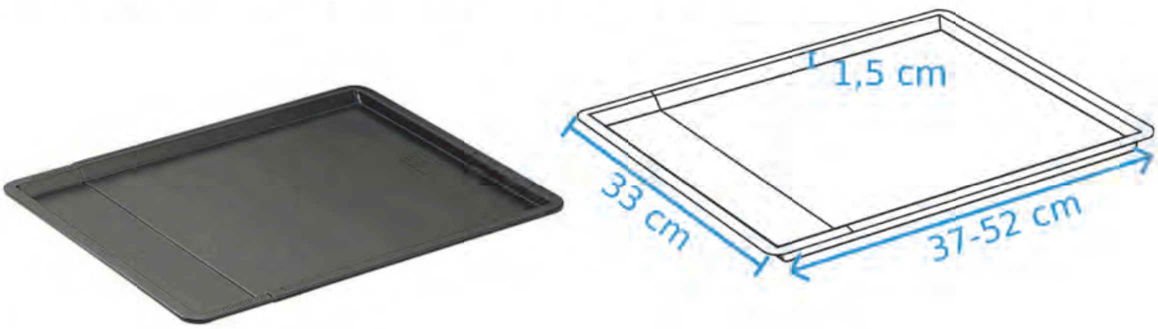
- Pour $y = 7$,
  le membre de gauche est égal à $8y - 9 = 8 \times 7 - 9 = 47$
  et le membre de droite est égal à $y + 19 = 7 + 19 = 26$.
  Les deux membres sont différents, donc cette égalité n'est pas vraie pour $y = 7$.
- Pour $y = 4$,
  le membre de gauche est égal à $8y - 9 = 8 \times 4 - 9 = 23$
  et le membre de droite est égal à $y + 19 = 4 + 19 = 23$.
  Les deux membres sont égaux, donc cette égalité est vraie pour $y = 4$.

4 Produire une expression

→ 40

Exemple :

On considère cette plaque à pâtisserie ajustable, de largeur 33 cm et de longueur réglable de 37 à 52 cm. Quels sont le périmètre et l'aire de cette plaque en fonction de son ouverture ?



Le périmètre et l'aire de cette plaque dépendent de son ouverture.
On ne peut pas les calculer pour toutes les valeurs de cette ouverture.
On appelle z la longueur de l'ouverture. z est compris entre 0 et 15 cm (52 cm – 37 cm).
La longueur de la plaque s'exprime donc en fonction de z par $z + 37$.

$\mathcal{P} = 2(\textit{Longueur} + \textit{largeur})$
$\mathcal{P} = 2 \times (z + 37 + 33)$
$\mathcal{P} = 2 \times (z + 70)$

$\mathcal{A} = \textit{Longueur} \times \textit{largeur}$
$\mathcal{A} = (z + 37) \times 33$

Par exemple, pour une ouverture de $z = 10$ cm :

$\mathcal{P} = 2 \times (z + 70)$	$\mathcal{A} = (z + 37) \times 33$
$\mathcal{P} = 2 \times (10 + 70)$	$\mathcal{A} = (10 + 37) \times 33$
$\mathcal{P} = 2 \times 80$	$\mathcal{A} = 47 \times 33$
$\mathcal{P} = 160$ cm	$\mathcal{A} = 1\,551$ cm^2

Exercices

Voir aussi les Questions FLASH dans le manuel numérique !

À l'oral !

1 Simplifie les expressions ci-dessous.

A = $a \times b + 3 \times 2$ C = $3 \times (x - 1)$

B = $4 \times c \times 12$ D = $z \times 5 \times z$

2 Simplifie les expressions ci-dessous.

E = $y \times y \times 11$ G = $2 \times x \times x \times 5$

F = $b \times 4 \times b \times b$ H = $9 + t \times 8 \times t$

3 Identifie les groupes d'expressions égales.

$2 \times x \times x$ $4x^2$ $2x \times 2x$ $x + x$ $4 \times x \times x$ $2x^2$ $2x$ $x + 1 + x - 1$

4 Exprime en fonction de x...

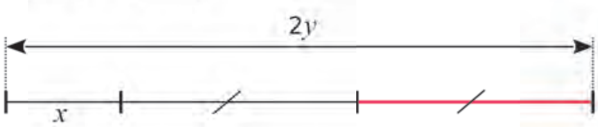
a. l'aire d'un carré de côté $3x$;

b. la somme de 1 et du double de x ;

c. le carré de la somme de 1 et x ;

d. le périmètre d'un cercle de rayon x.

5 Exprime la longueur du segment rose en fonction de x et y.

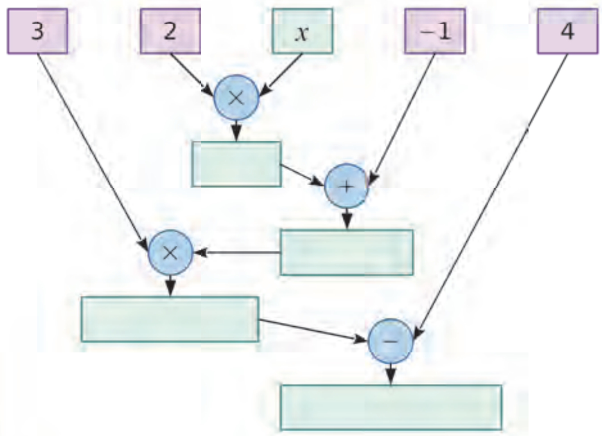


6 ***Programme de calcul***

- Choisir un nombre ;
- Lui ajouter 12 ;
- Multiplier le résultat par 5 ;
- Ajouter 2 fois le nombre au résultat.

Soit x le nombre de départ. À quelle expression correspond ce programme de calcul ?

7 Utilise cet arbre pour calculer la valeur de l'expression $3 \times (2x - 1) - 4$ pour $x = 3$.



8 Calcule l'expression A = $8x - 1$ pour...

a. $x = 1$ **b.** $x = 20$ **c.** $x = 7{,}5$

9 Calcule chaque expression ci-dessous pour $x = 2$ et $y = 5$.

I = $x + 5y$ K = $7 \times (y - x)$

J = $x^2 + 2y + 1$ L = $2x^2 + 3y^2$

10 Teste l'égalité $4x - 1 = 7$ pour...

a. $x = 1$ **b.** $x = 30$

c. $x = 2$ **d.** $x = 1{,}5$

11 **Vrai ou Faux**

P.1. $3 \times 2 \times (x + 1) = 32(x + 1)$

P.2. La différence de 7 et du carré de x s'écrit : $7 - x^2$.

P.3. $7 + 3x = 10x$

P.4. Un rectangle de longueur $2y$ et de largeur y a pour périmètre : $6y$.

P.5. Pour $x = 2$, l'expression $4 \times (3x + 1)$ est égale à 132.

P.6. L'égalité $x + 1 = 2(x + 0{,}5)$ est vérifiée pour $x = 0$.

Simplification d'écritures

12 Recopie les expressions suivantes en supprimant les signes $\times$ s'ils sont inutiles.

$A = 9 \times n$

$B = x \times 3$

$C = 12 \times (7 - 3)$

$D = 4 \times (3{,}2 + 6)$

$E = n \times x$

$F = 2 \times \pi \times R$

$G = (3 + 6) \times (7 - 1)$

$H = 16 \times 3{,}5$

13 Recopie les expressions suivantes en ajoutant les signes $\times$ lorsqu'ils sont sous-entendus.

$A = 3x + 2$

$B = ab - 4$

$C = 5(2x - 7)$

$D = 2a(2 + 8)$

$E = 3a - 5b$

$F = ab + 3 \times 7a$

$G = b - a + 7(3x + 7)$

$H = a + a - 7b + 1$

14 Écris le plus simplement possible.

$A = 3 \times a \times b$

$B = 3 \times a + 3 \times b$

$C = 8 \times a \times 2$

$D = 5 + 3 \times b$

$E = 5 \times a + 3 + 2$

$F = 2 \times 3 \times a \times (b \times c)$

15 Écris le plus simplement possible.

$A = 7 \times a \times b \times 3$

$B = 7 + a \times b + 3$

$C = 3 \times (2 \times a + b) \times 5$

$D = (2{,}5 - 1) \times a \times b$

16 Simplifie les expressions suivantes en utilisant les notations "au carré" et "au cube".

$A = a \times a$

$B = b \times b \times b$

$C = c \times c \times 3$

$D = c \times c \times b \times b$

$E = c \times c \times 1$

$F = 9 + d \times d \times d$

Aire d'un carré de côté c : $c \times c = ...$

Aire d'un disque de rayon r : $\pi \times r \times r = ...$

17 Écris les expressions suivantes le plus simplement possible, en utilisant les notations "au carré" et "au cube" si nécessaire.

$A = 1 \times a + a \times a$

$B = a \times a \times a - 0 \times b$

$C = 6 \times a \times a - a$

$D = 2 \times a \times 3 \times a$

$E = a \times a \times b \times 3$

$F = 1 \times a \times a \times b \times 0$

$G = a \times 2 \times b \times a \times b$

$H = (a + b)(a + b)$

18 **QCM**

a. $3 \times a + 4 \times 5 =$

R.1	R.2	R.3
$3a + 20$	$3a + 45$	$23a$

b. $x \times x \times x =$

R.1	R.2	R.3
$3x$	$2x^2$	x^3

c. $3 \times 2 \times x \times x =$

R.1	R.2	R.3
$32x^2$	$6x^2$	$12x$

19 Écris les multiplications cachées.

$A = 5a^2$

$B = 2 - b^3$

$C = a^2 + 2b^3$

$D = a^2b^3$

20 Si x représente un nombre, comment écrire les expressions suivantes ?

a. Le double de x.

b. Le tiers de x.

c. La somme de x et de 13.

d. La différence de x et de 7.

e. Le triple de la somme de 2 et de x.

f. Le tiers de la différence de 16 et x.

21 Traduis par une phrase les expressions ci-dessous.

$A = x + 7$

$B = 3x$

$C = 2x + 1$

$D = 5 - 2x$

$E = (3 + x)(3 - x)$

$F = x^2 + 5$

22 Si n est un nombre entier, alors $5n$ désigne un multiple de 5. Que désigne le nombre...

a. $2n$? **b.** $n + 1$? **c.** $n - 1$?

Évaluer une expression littérale

23 QCM

a. Soit A = 3 + 5y. Pour y = 3, alors A est égal à...

R.1	R.2	R.3
18	56	24

b. Soit B = 2x − 4, alors B = 16 pour...

R.1	R.2	R.3
$x = 0$	$x = 8$	$x = 10$

c. Pour x = 2 et y = 7, alors C = 2(x + y) =...

R.1	R.2	R.3
11	81	18

24 Calcule chaque expression pour la valeur de x indiquée.

A = x + 11 pour x = 7
B = 5x pour x = 2
C = 14 + x pour x = 3
D = 14x pour x = 1,5
E = 2 + 2x pour x = 5
F = 15 − 3x pour x = 1

25 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

A = x^2 pour x = 2,5
B = 5a^2 pour a = 2
C = 4 + 2x^2 pour x = 0
D = y^3 pour y = 3
E = 2x^3 pour x = 5
F = 15 − b^3 pour b = 1

26 Recopie et complète le tableau.

x	0	1	2	…	9	10
3x + 7						

27 Calcule chacune des expressions suivantes pour x = 3 et y = 2.

G = xy + 4
H = x − y + 8
K = xy − x − y + 4
L = xyx

28 Calcule chacune des expressions suivantes pour x = 1 et y = 4.

M = x^2 + x + y
N = x^2 + 2xy + y^2
P = x^2y
R = x^2 + y^2

29 ***En électricité***

Une formule relie la puissance P consommée par un dipôle à la tension U à ses bornes et à l'intensité I qui le traverse :

P = U × I où P s'exprime en Watts (W), U en Volts (V) et I en Ampères (A).

a. Quelle puissance génère un courant de 220 V et d'intensité 3 A ?

b. Construis un tableau donnant toutes les puissances générées par un courant de 220 V pour des intensités entières allant de 1 A à 10 A. Que peut-on dire d'un tel tableau ?

30 TICE Tableur

a. S'il est 10 h à Paris en été, quelle heure est-il à New-York ? À Moscou ? À Tokyo ?

b. Recherche sur Internet les décalages horaires entre dix villes du monde et Paris à l'heure d'été. À l'aide d'un tableur, programme une feuille de calcul qui donne l'heure qu'il est dans ces villes.

31 Julien réalise un test de sport en faisant des exercices en temps limité. Pour cela, il a besoin des données suivantes :

R1 : Rythme cardiaque à la fin du test.
R2 : Rythme cardiaque une minute après le test.
N : Nombre de répétitions effectuées.
P : Poids en kg.

Le résultat de son test est donné par la formule :
A = [(R1 + R2) ÷ 2] – (N + P ÷ 2)

Calcule le score de Julien, sachant qu'il pèse 57 kg, qu'il a fait 114 répétitions et que son rythme cardiaque est passé de 190 à 145 une minute après la fin du test.

Tester une égalité

32 Teste chacune des égalités suivantes pour $a = 2$ puis pour $a = 3$.

a. $4a - 10 = 8$

b. $4a - 12 = 0$

c. $2a - 4 = 5a - 10$

d. $3a - 7 = a + 1$

33 Teste chacune des égalités suivantes pour $t = 5$.

a. $t^2 - 25 = 0$

b. $t^2 - 5 = 4t$

c. $t^2 = 10$

d. $3t - 7 = t^2 + 1$

34 Dans chacun des cas proposés, détermine si l'égalité $3x + 5 = 2y - 4$ est vraie ou pas.

a. $x = 1$ et $y = 1$

b. $x = 3$ et $y = 9$

c. $x = \frac{1}{3}$ et $y = 6$

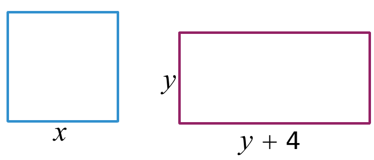
d. $x = 1{,}5$ et $y = 1$

e. $x = 0$ et $y = 0$

f. $x = \frac{5}{3}$ et $y = 2$

35 ***Comparaison de périmètres***

a. Exprime en fonction de x et y les périmètres du carré et du rectangle suivants.



Pour les valeurs données de x et de y, le périmètre du carré est-il égal à celui du rectangle ?

b. $x = 2$ et $y = 1$

c. $x = 3$ et $y = 1$

d. $x = 6$ et $y = 4$

e. $x = 10$ et $y = 7$

36 Vanessa a acheté un cahier à 2 € et trois classeurs.

a. Exprime le prix total qu'elle a payé en fonction du prix en euros (noté x) d'un classeur.

b. Elle a payé 23 € en tout.
Un classeur coute-t-il 6 €, 7 € ou 8 € ?

Produire une expression littérale

37 **QCM**

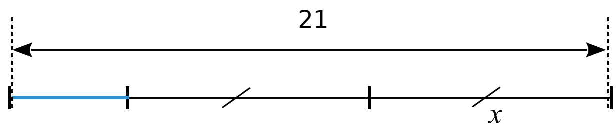
a. Le périmètre d'un carré de côté $2x$ est...

R.1	R.2	R.3
$2x^2$	$8x$	$4x^2$

b. Le double de la différence de 5 et x s'écrit...

R.1	R.2	R.3
$2(5 - x)$	$5 - 2x$	$10 - x$

c.

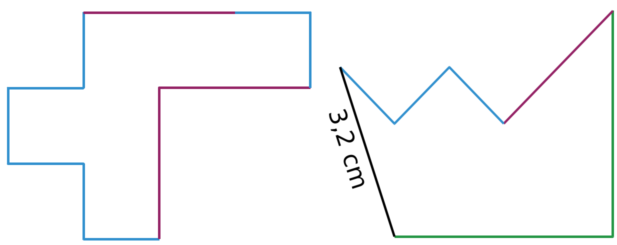


La longueur du segment bleu est...

R.1	R.2	R.3
$(21 - x) \div 2$	$21 - 2x$	$21 - x$

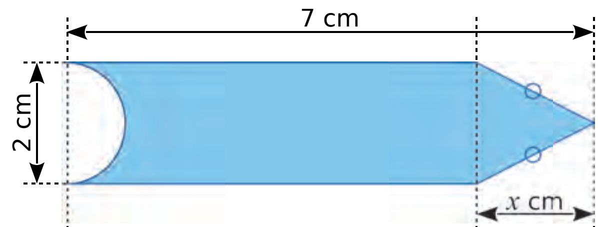
38 ***Périmètre de polygones***

a. Exprime le périmètre des figures ci-dessous en fonction de a et de b, sachant qu'un segment bleu mesure a cm, un segment rose mesure $2a$ cm, et un segment vert mesure b cm.



b. Calcule ces deux périmètres pour $a = 1{,}3$ et $b = 4$.

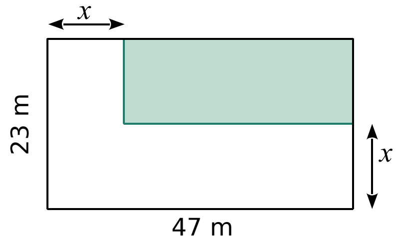
39 ***La grande bleue***



a. Exprime l'aire de la surface bleue en fonction de x et de π.

b. Calcule cette aire pour $x = 3$ cm. Donne la valeur exacte puis un arrondi au dixième.

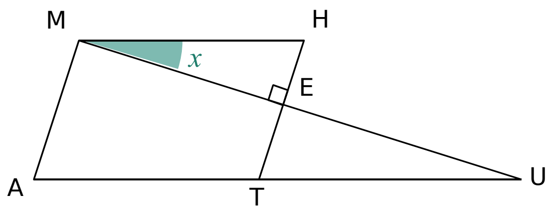
40 Rectangles imbriqués



a. Calcule l'aire de la partie coloriée en fonction de x.

b. Combien vaut cette aire si $x = 14{,}7$ m ?

41 Sachant que le quadrilatère MATH est un parallélogramme, exprime tous les angles de la figure ci-dessous en fonction de x.



42 Pour son téléphone portable, Grégory paye :
12 € d'abonnement, a € par SMS envoyé et
40 centimes d'euros par minute de communication.

a. Écris une expression permettant de calculer la dépense de Grégory, sachant que ce mois-ci il a envoyé 30 SMS et a utilisé m minutes de communication.

b. Calcule sa dépense si $a = 0{,}8$ et $m = 150$.

43 Cendrine a construit un triangle tel que la longueur du petit côté vaut la moitié de celle du grand, et la longueur du côté intermédiaire vaut les trois quarts de celle du grand.

a. Écris une expression permettant de calculer le périmètre du triangle en fonction de la longueur L du plus grand des côtés.

b. Détermine le périmètre si L vaut 7 cm.

44 Youssef a rentré trois nombres en mémoire dans sa calculatrice. Pour cela, il a utilisé les lettres a, b et c. Il veut maintenant calculer les expressions suivantes :

- S = $2a - 3b + 7c + 5$
- T = $7a \times b + 4c - 8$

Calcule ces expressions pour $a = 12$, $b = 5$ et $c = 7$. Vérifie tes résultats à la calculatrice.

45 Programmes de calcul

a. Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre ;
- Multiplier ce nombre par 3 ;
- Ajouter 4 au résultat précédent.

Applique ce programme aux nombres : 3 ; 5 et 2,5.

b. On considère l'expression : A = $3x + 4$.

- Calcule A pour $x = 5$ puis pour $x = 2{,}5$.
- Que remarques-tu ? Explique pourquoi.

c. Propose un programme de calcul qui correspond à l'expression B = $7x - 3$.

d. Essaie de construire un programme de calcul permettant d'obtenir 5 quand on choisit 2 pour nombre de départ.
Y a-t-il une seule solution selon toi ?

e. Achille a écrit un programme de calcul sur son cahier mais il l'a oublié chez lui. Heureusement, il lui reste ce tableau sur une feuille volante.

Nombre de départ	2	4	17
Résultat du programme	9	11	24

À partir de ce tableau, peux-tu retrouver un programme de calcul qui conviendrait ?

f. À l'aide de ce programme, recopie le tableau précédent puis complète-le avec trois nouveaux nombres de départ : 5,5 ; 7 et 3,1.

g. Donne l'expression avec la lettre x qui correspond à ce programme.

h. Voici un autre tableau de valeurs.

Nombre de départ	2	10	1,5
Résultat du programme	5	21	4

Leïla dit que l'expression C = $3x - 1$ pourrait parfaitement convenir à un tel tableau.
Explique pourquoi elle se trompe.

i. Trouve un programme de calcul et l'expression associée qui conviendrait pour ce nouveau tableau.

46 TICE Tableur

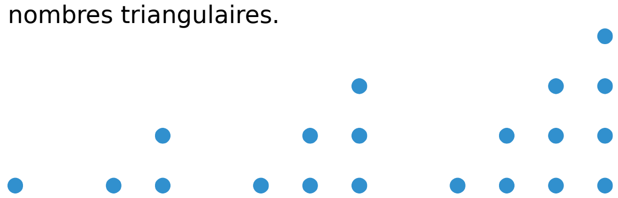
a. Rédige un programme de calcul qui permet d'obtenir l'expression $x(x - 6) + 4$, où x désigne le nombre choisi au départ.

b. Utilise un tableur afin de calculer cette expression pour les valeurs entières de x entre 10 et 20.

c. Quel nombre de départ permet d'aboutir à 116 quand on applique ce programme ?

47 *Nombres triangulaires*

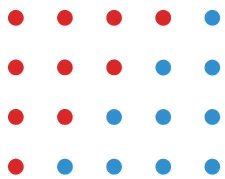
La figure suivante représente les quatre premiers nombres triangulaires.



En effet, les quatre premiers nombres triangulaires sont 1, 3, 6 et 10.

a. Dessine la représentation du 5^e et du 6^e nombre triangulaire. Combien valent-ils ?

b. Pour déterminer la valeur du 4^e nombre triangulaire, Marie a fait le schéma suivant.



Elle conclut alors qu'il est égal à $(4 \times 5) \div 2$. Pourquoi ?

c. En utilisant la technique de Marie, calcule la valeur du 7^e et du 8^e nombre triangulaire (tu peux faire les schémas correspondants).

d. Détermine une expression donnant la valeur du n^e nombre triangulaire en fonction de n.

e. Un nombre triangulaire vaut 1 275. Comment faire pour déterminer de quel nombre triangulaire il s'agit ? Explique la méthode que tu as utilisée.

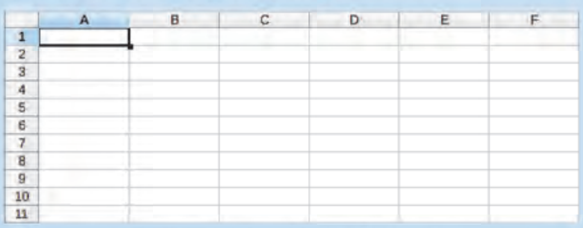
48 TICE Tableur

Voici six nombres : 2 ; 5 ; 7 ; 12 ; 19 ; 31.

a. Pour obtenir cette liste, on a choisi les deux premiers nombres au hasard (2 et 5). Les nombres suivants sont obtenus en ajoutant les deux qui précèdent.
On note S la somme de ces six nombres.

b. Vérifie que cette somme S est égale à 4 fois le cinquième nombre de la liste.

c. À l'aide d'un tableur, vérifie si le résultat précédent reste valable pour d'autres listes analogues (c'est-à-dire en choisissant deux autres nombres au départ).



d. Prouve que cette affirmation est toujours vraie, quels que soient les nombres choisis.

49 *Entiers consécutifs*

a. Choisis un nombre entier au hasard. Ajoute-le aux deux nombres entiers qui le suivent. Le résultat est-il un multiple de 3 ?

b. Fais la même expérience avec un autre nombre.

c. Démontre que la somme de trois nombres entiers consécutifs est toujours un multiple de 3.

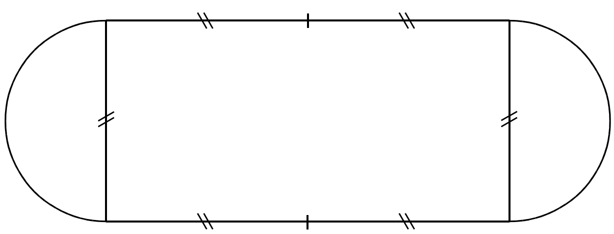
50 TICE Tableur

a. Programme une feuille de calcul qui permet de calculer automatiquement le nombre de faces, d'arêtes et de sommets d'un prisme droit quand on connait le nombre de côtés du polygone de base (par exemple, quand le prisme a une base triangulaire).

b. Teste ton travail dans le cas d'un prisme particulier : le pavé droit.

51 *L'hippodrome*

On souhaite construire un hippodrome qui a la forme suivante.



Il est constitué d'un rectangle et de deux demi-cercles de diamètre D.

a. Exprime le périmètre de l'hippodrome en fonction de D.

b. On souhaite que l'hippodrome ait une longueur approximativement égale à 2 000 m.
Calcule la valeur de D correspondante.
Tu expliqueras la méthode utilisée.

52 Au zoo, il y a des cacatoès et des koalas. On peut y dénombrer 50 têtes et 140 pattes.

a. Si besoin, recherche, dans un dictionnaire ou sur Internet, le nombre de pattes d'un cacatoès et d'un koala.

b. On note c le nombre de cacatoès. Exprime le nombre de koalas en fonction de c.

c. Écris une expression P représentant le nombre de pattes en fonction de c.

d. Calcule le nombre de cacatoès puis le nombre de koalas.

53 Vrai ou Faux

P.1. Les doubles de 0 et de 1 sont égaux à leur carré.

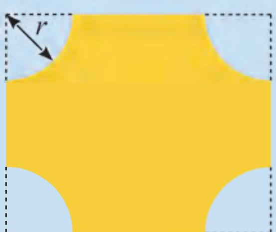
P.2. 0 est le seul nombre entier dont le double est égal au triple.

P.3. Le carré de la somme de deux nombres est égal à la somme des carrés des deux nombres.

P.4. Le double du cube d'un nombre est égal au cube du double de ce nombre.

54 TICE Tableur

Dans des plaques rectangulaires de cuivre (de 20 cm sur 23 cm), une machine usine quatre quarts de cercle de rayon r cm. C'est l'outilleur qui choisit sa valeur en réglant la machine. Si r est compris entre 0 et 10, l'aire de la plaque obtenue est : $\mathcal{A} = 460 - \pi r^2$.



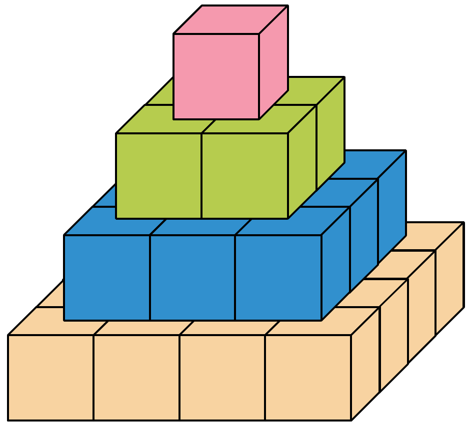
a. À l'aide d'un tableur, trouve toutes les valeurs de l'aire lorsque r est un entier compris entre 0 et 10.

b. À l'aide d'un tableur, détermine, à 0,1 cm près, le rayon à choisir pour obtenir une aire égale à 206 cm².

c. Détermine, à 0,01 cm près, le rayon à choisir pour obtenir une aire égale à 177 cm².

55 ***La pyramide de Gelo***

Godtfred a construit une pyramide de briques Gelo. Il y a une brique au premier niveau, 4 briques au deuxième niveau, 9 briques au troisième niveau, comme sur le schéma suivant.



a. Combien y a-t-il de briques au quatrième niveau ? Au vingtième niveau ? Au n^e niveau ?

b. Combien y a-t-il de briques au total lorsque la pyramide compte un niveau ? Deux niveaux ? Trois niveaux ? Quatre niveaux ?

Godtfred veut savoir combien de briques seront nécessaires pour construire une pyramide à vingt niveaux. Ne voulant pas faire un gros calcul, il cherche sur Internet une formule lui donnant le résultat. Il trouve les trois expressions suivantes, où n représente le nombre de niveaux :

$$A = -6n + 7$$

$$B = \frac{5n^2 - 7n + 4}{2} \qquad C = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Godtfred veut alors vérifier la véracité de ces informations.

c. En testant chacune des formules par les valeurs trouvées à la question **b**, quelles formules peut-on éliminer d'office ?

d. Godtfred demande à son professeur si la formule non éliminée est exacte. Ce dernier lui répond par l'affirmative. Combien de briques sont donc nécessaires pour construire la pyramide à vingt niveaux ?

56 Lors de l'achat d'un portable, on peut choisir entre deux forfaits :

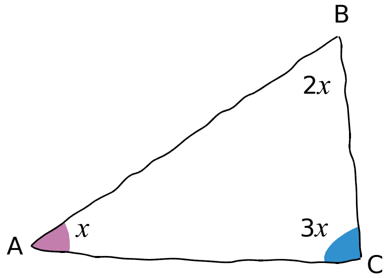
- Première offre : 0,25 € par SMS.
- Deuxième offre : abonnement de 2 € et 0,15 € par SMS.

On note n le nombre de SMS envoyés.

a. Pour chaque offre, écris le cout du forfait en fonction de n.

b. Estelle a payé 4,70 € pour 18 SMS envoyés. Quel forfait a-t-elle choisi ?

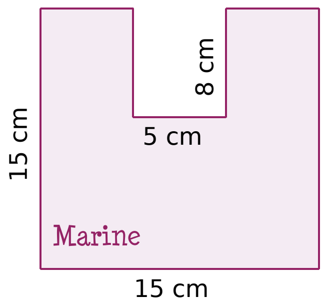
57 Vrai ou Faux



Laura affirme que ABC est un triangle rectangle. Es-tu du même avis ? Justifie ta réponse.

58 *Tracé d'un U dans une feuille*

En arts plastiques, le professeur a distribué aux élèves des feuilles carrées de 15 cm de côté. Il leur demande de découper un rectangle de largeur 5 cm pour former la lettre U.



a. Marine découpe un rectangle de longueur 8 cm (et de largeur 5 cm). Calcule le périmètre du U de Marine.

b. Ses amies Alison et Laura ont découpé des rectangles de largeur 5 cm mais de longueurs différentes : celui d'Alison a une longueur de 6,3 cm alors que celui de Laura a une longueur de 9,6 cm.
Calcule les périmètres des U d'Alison et de Laura. Quelle partie du calcul est la même pour tous les U ?

c. Après tous ces calculs, Kévin remarque que, si L désigne la longueur du rectangle en cm et $\mathscr{P}$ le périmètre du U en cm, alors $\mathscr{P} = 60 + 2L$.
Calcule $\mathscr{P}$ pour $L = 7{,}5$ cm puis pour $L = 10$ cm.

d. Priscilla remarque qu'on peut encore simplifier : « $60 + 2 = 62$ donc $\mathscr{P} = 62\ L$ »
Utilise l'expression proposée par Priscilla pour calculer $\mathscr{P}$ lorsque $L = 10$ cm. Qu'en déduis-tu ?

59 TICE Tableur

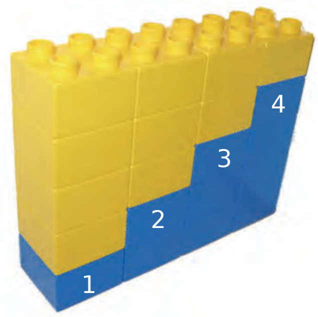
Juliette affirme que le carré d'une somme de deux nombres est égal à la somme des carrés de ces deux nombres.

a. Montre sur un contre-exemple simple qu'elle a tort.

b. Peut-on prévoir quelle sera la différence entre le carré de la somme et la somme des carrés ? Fais des essais à l'aide d'un tableur.

60 *Construction d'un escalier*

a. Clémence a fabriqué un escalier de quatre marches à l'aide de briques bleues, toutes identiques, d'un jeu de construction. Martin a ajouté des briques jaunes (toutes identiques) afin de former le même escalier « à l'envers », au-dessus de la construction de Clémence.



Quel est le nombre de briques bleues utilisées ? Écris-le sous la forme d'une somme.

b. Clémence rajoute des briques bleues pour obtenir une cinquième marche à son escalier.
Martin fait de même avec les briques jaunes pour avoir le même escalier « à l'envers ».

- Réalise un dessin représentant les escaliers imbriqués : ils forment un rectangle.
- Quel est alors le nombre total de briques utilisées ? Écris-le sous la forme d'un produit.
- Déduis-en la valeur de $1 + 2 + 3 + 4 + 5$.

c. Sans faire de dessin, donne le nombre total de briques qu'il faudrait pour rajouter une sixième marche à chacun des deux escaliers.
Quel serait alors le nombre de briques bleues ?
Déduis-en la valeur de $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$.

d. On appelle n le nombre de marches d'un escalier.

- Écris une expression qui donne le nombre total de briques nécessaires à la construction de deux escaliers de n marches.
- Et pour un seul escalier ?
- Quelle égalité peut-on alors en déduire ?

e. Combien de briques faut-il pour construire un escalier de 30 marches ? Et pour un escalier de 300 marches ?

61 *Un bouquet au Canada*

Lisa aide souvent son père dans sa boutique de fleurs à Montréal. Hier, elle a dû composer un bouquet de 15 fleurs, avec des marguerites et des roses, pour un client qui ne voulait pas dépenser plus de 80 $.

a. Donne toutes les configurations de bouquet que Lisa a pu proposer, sachant qu'une rose coute 7 $ et une marguerite 3 $.

b. D'après toi, quelle combinaison est la plus belle, et pourquoi ?

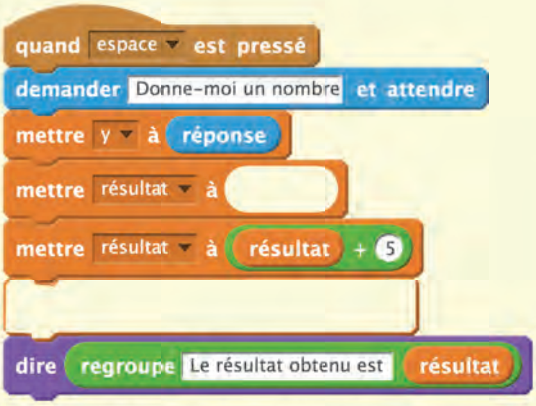
Algo

Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre ;
- Multiplier ce nombre par 3 ;
- Ajouter 5 au résultat obtenu ;
- Diviser le dernier résultat obtenu par 2.

a. Applique ce programme de calcul aux nombres suivants : 2 ; 3 et 6,5.

b. Le programme Scratch ci-dessous correspond à ce programme de calcul (certaines parties ont été effacées).



Le chat commence par demander un nombre.

Il stocke la réponse dans la variable y.

Puis il fait des calculs en stockant à chaque fois les résultats intermédiaires dans la variable **résultat**. À la fin, il annonce le nombre se trouvant dans la variable **résultat**, c'est-à-dire le dernier résultat obtenu.

c. Malheureusement, deux briques ont été effacées. Peux-tu retrouver ces deux briques ?

d. Saisis ce programme dans Scratch.

Ton camarade a pensé à un nombre et a trouvé le résultat 18,1.

e. Explique-lui comment utiliser le programme Scratch pour retrouver son nombre initial.

f. Élodie a saisi le programme suivant.

Quelle expression mathématique a-t-elle saisie dans la partie effacée ?

Casse-tête

Sur la planète Volcoudœil, il y a deux populations : les Kachmoipalavu qui n'ont qu'un œil et les Jeupeutouzieuter qui en ont trois.

Lors de ma dernière visite sur cette planète, une photo a été prise. J'y figurais avec mes meilleurs amis, issus de ces deux populations. Bref, une photo de 13 personnes et 24 yeux dont les deux miens.

Combien de Kachmoipalavu y avait-il sur cette photo ?

G1

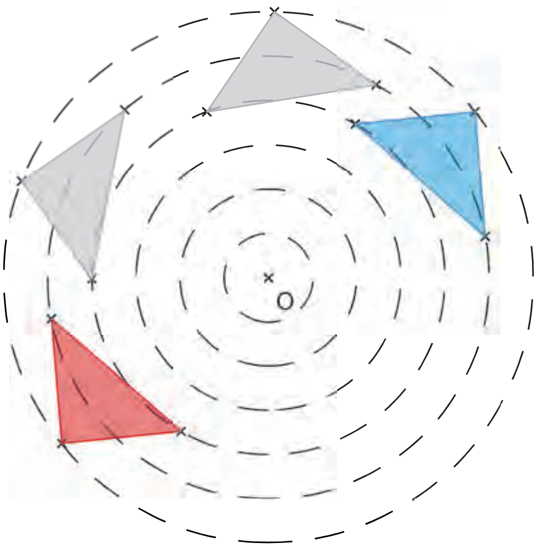
Symétrie centrale

Activités

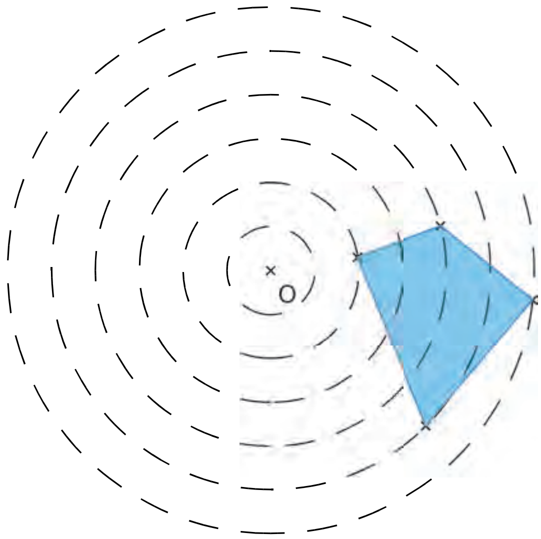
1 On tourne !

→ Cours : 1

a Comment obtient-on la figure rouge à partir de la figure bleue ?



b Comme ci-contre, la figure bleue se déplace. Les cercles sont de centre O et de rayons 1, 2, 3, 4, 5 et 6 cm.
Reproduis une figure analogue sur ton cahier et construis la figure rouge correspondante.

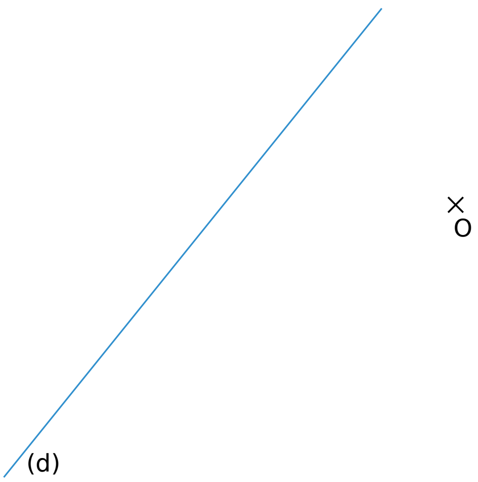


c Cette fois, la figure est réduite à un point M et seul le centre O des cercles est donné. Le point M se déplace comme précédemment. Comment construire le point M' (en rouge), correspondant à M ?

2 Droite et segment

→ Cours : 2A - 2B

a Reproduis la figure ci-dessous puis construis le symétrique de la droite (d) par rapport au point O ? Explique comment tu fais.



b Construis un segment [AB] de milieu I et un point O qui n'appartient pas à la droite (AB).

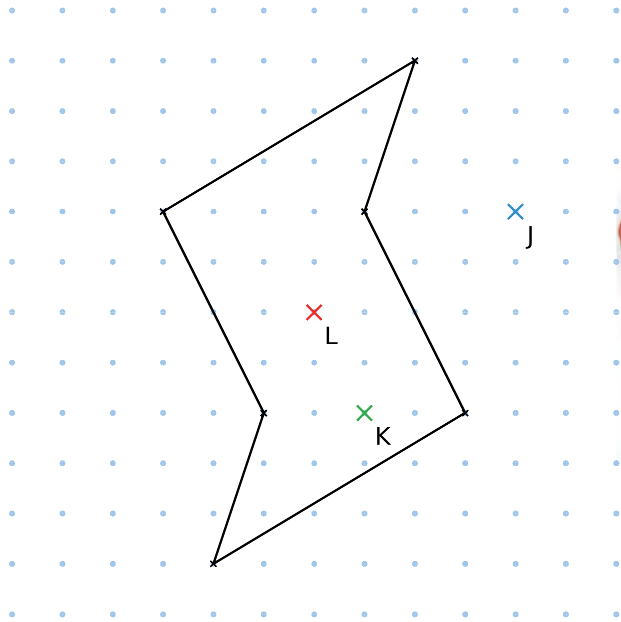
Construis les symétriques du segment [AB]...

- par rapport à O,
- par rapport à A,
- par rapport à B,
- par rapport à I.

c D'une manière générale, comment construire le symétrique d'un segment par rapport à un point donné ? Que dire alors des segments symétriques ?

3 Centre de symétrie

Cours : 3



a Reproduis la figure ci-dessus.

- Construis, en bleu, le symétrique de la figure par rapport au point J.
- Construis, en vert, le symétrique de la figure par rapport au point K.
- Construis, en rouge, le symétrique de la figure par rapport au point L.
- Que remarques-tu ?

b Pour chacune des figures suivantes, est-il possible de trouver un point analogue au point L de la question précédente ?

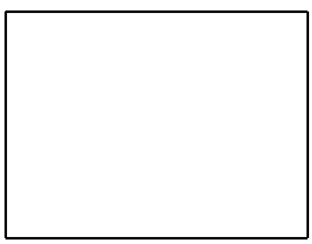


Figure ①

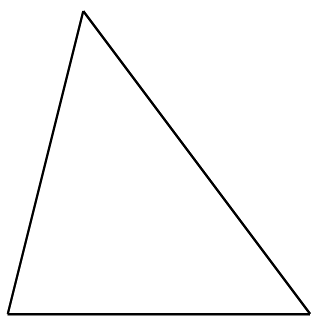


Figure ②

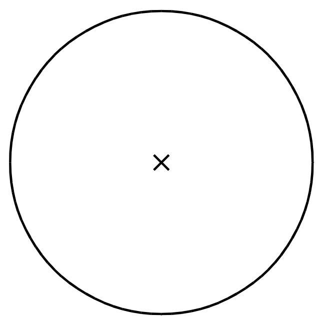


Figure ③

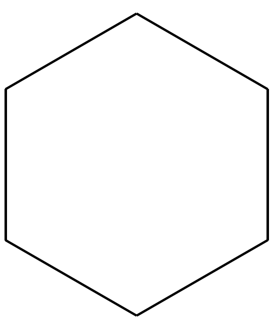


Figure ④

Figure ⑤

Cours

1 Définition de la symétrie centrale

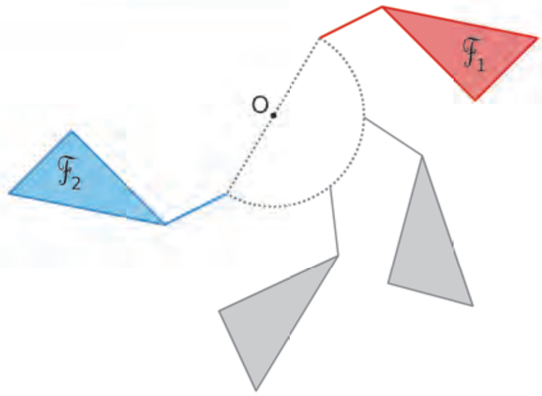
A Symétrie centrale et demi-tour

→ 12

Définition Deux figures sont **symétriques par rapport à un point O** lorsqu'elles se superposent après un demi-tour autour de ce point.
Cette symétrie est appelée **symétrie centrale de centre O**.

Exemple :

- La figure $\mathcal{F}_2$ est le symétrique de la figure $\mathcal{F}_1$ par rapport au point O.
- De même, la figure $\mathcal{F}_1$ est le symétrique de la figure $\mathcal{F}_2$ par rapport au point O.
- Les figures $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ sont symétriques par rapport au point O.
- On dit également que le point O est le **centre de la symétrie** qui transforme la figure $\mathcal{F}_1$ en la figure $\mathcal{F}_2$.



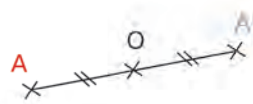
B Symétrique d'un point

→ 21

Définition Les points A et A' sont **symétriques par rapport au point O** lorsque le point O est le milieu du segment [AA'].

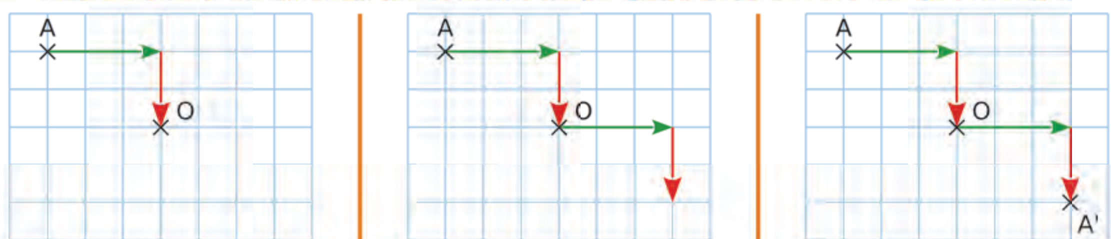
Exemple :

- Le symétrique de A par rapport à O est A'.
- Le symétrique de A' par rapport à O est A.
- A et A' sont symétriques par rapport à O.



Remarque :
Le symétrique de O par rapport à O est le point O lui-même.

Construction du symétrique d'un point par rapport à O dans un quadrillage



Construction du symétrique d'un point par rapport à O sur une feuille blanche

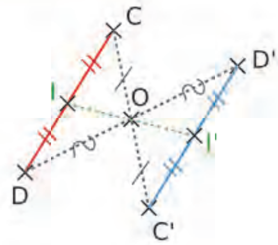
2 Propriétés de la symétrie centrale

A Symétrique d'un segment

Propriété Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment de même longueur. La symétrie centrale **conserve les longueurs**.

Exemple :

- Pour construire le symétrique du segment [CD] par rapport au point O, on construit C' et D', symétriques des extrémités C et D.
- Par la symétrie de centre O, le symétrique du segment [CD] est alors le segment [C'D']. On a donc CD = C'D'.
- I est le **milieu** de [CD]. Son symétrique I' est le **milieu** de [C'D'].
- Le symétrique du milieu d'un segment est le milieu du segment symétrique.

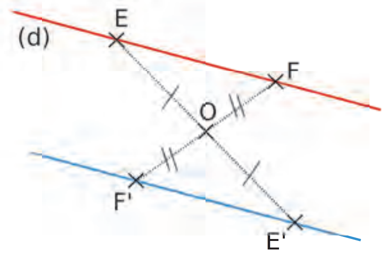


B Symétrique d'une droite

Propriété Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite qui lui est **parallèle**. La symétrie centrale **conserve l'alignement**.

Exemple :

- Pour construire le symétrique de la droite (d) par rapport au point O, on construit les symétriques de deux points quelconques de cette droite.
- Comme E' et F' sont les symétriques des points E et F, le symétrique de la droite (d) est la droite (E'F').
- Comme les droites (EF) et (E'F') sont symétriques par rapport à O, alors elles sont **parallèles**.



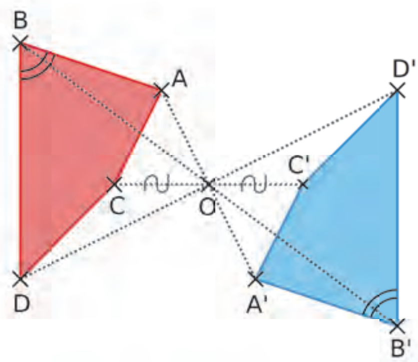
C Symétrique d'un polygone

44

Propriété Le symétrique d'un polygone par rapport à un point est un polygone de **même forme et de mêmes mesures**. La symétrie centrale conserve **la mesure des angles, les périmètres et les aires**.

Exemple :

- Pour construire le symétrique d'un polygone par rapport à un point donné, on construit le symétrique de chaque sommet par rapport à ce point.
- Les quadrilatères ABCD et A'B'C'D' sont symétriques par rapport à O. Ils ont donc **la même forme et les mêmes mesures**.
- Les quadrilatères ABCD et A'B'C'D' ont **la même aire et le même périmètre**.
- Les angles $\widehat{ABD}$ et $\widehat{A'B'D'}$ sont symétriques par rapport à O.
  Ils ont donc la **même mesure** : $\widehat{ABD} = \widehat{A'B'D'}$.

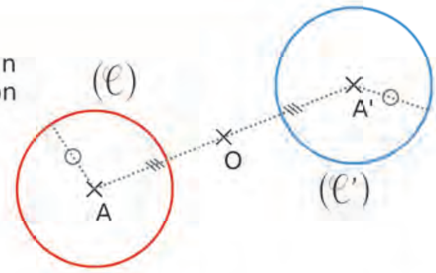


D Symétrique d'un cercle

Propriété Le symétrique d'un cercle par rapport à un point est un cercle. Les deux cercles symétriques ont le **même rayon** et leurs centres sont également symétriques par rapport à ce point.

Exemple :

- Pour construire le symétrique d'un cercle par rapport à un point, on commence par construire le symétrique de son centre.
- Les points A et A' sont symétriques par rapport à O.
- Les cercles $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$ ont le même rayon.



Remarque :
Pour construire le symétrique d'un arc de cercle par rapport à un point, on construit les symétriques du centre et des extrémités de l'arc, puis on trace l'arc de cercle symétrique.

3 Centre de symétrie

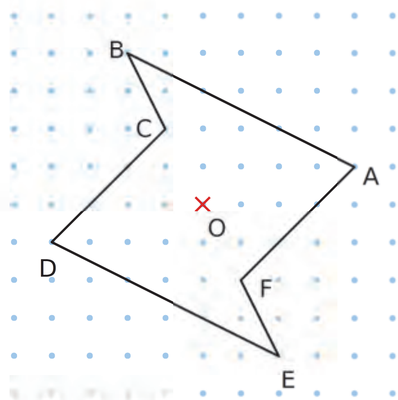
54

Définition Le point O est le **centre de symétrie** d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à O est la figure elle-même.

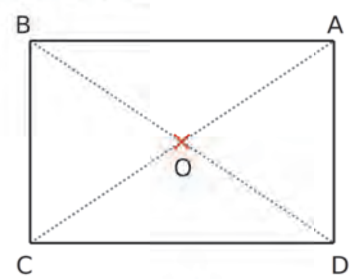
Exemple 1 :
Par la symétrie centrale de centre O,
- le point A a pour symétrique D,
- le point B a pour symétrique E,
- le point C a pour symétrique F.

Donc le symétrique du polygone ABCDEF est lui-même.

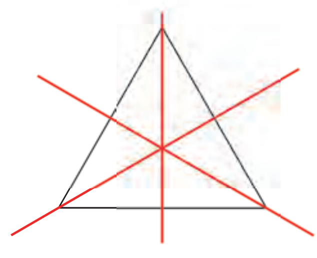
Ce polygone admet donc un **centre de symétrie** qui est le point O.



Exemple 2 :
ABCD est un rectangle de centre O.
Le centre O, point d'intersection des diagonales, est le centre de symétrie du rectangle.



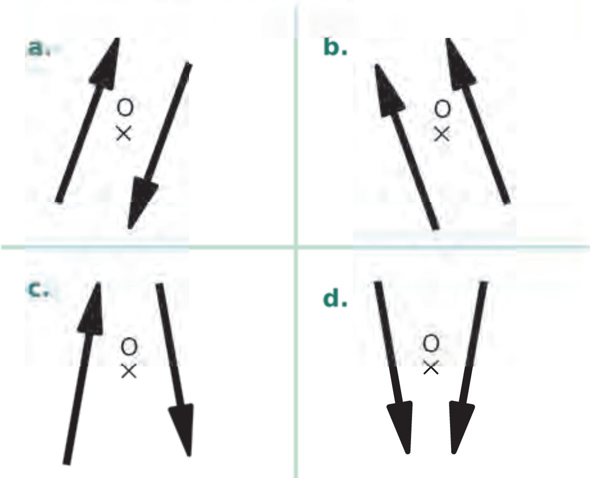
Exemple 3 :
Un triangle ne possède pas de centre de symétrie.
Par contre, un triangle équilatéral possède trois axes de symétrie.



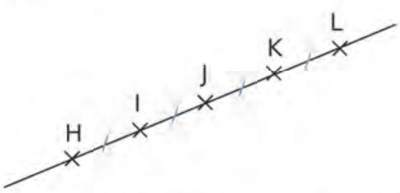
Voir aussi les Questions FLASH dans le manuel numérique !

À l'oral !

1 Indique quelles figures semblent symétriques par rapport au point O.

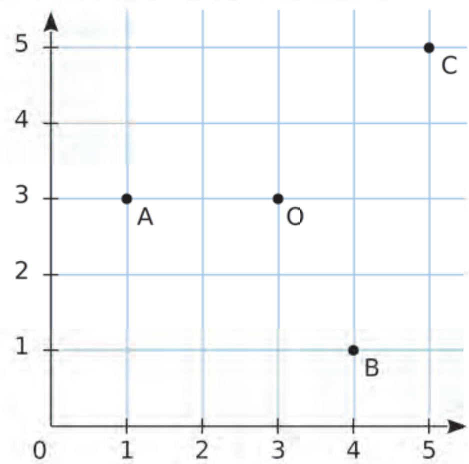


2 Regarde attentivement cette figure.

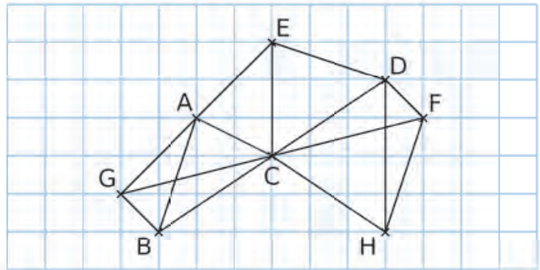


Construis trois phrases contenant le mot « symétrique » en rapport avec cette figure.

3 Donne les coordonnées des symétriques des points A, B, C par rapport à O.



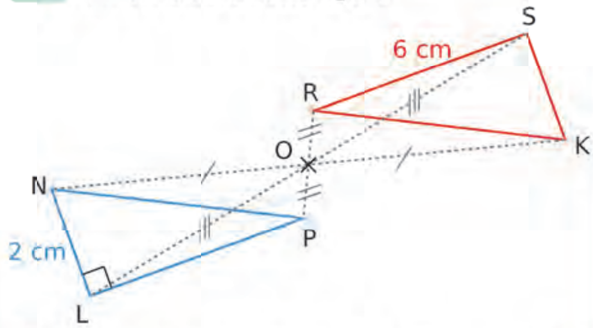
4 On considère cette figure.



a. Nomme une paire de segments symétriques par rapport à C.

b. Nomme deux points symétriques par rapport à un point autre que C.

5 On considère cette figure.



a. Donne des couples de droites perpendiculaires et des couples de parallèles. Explique.

b. Quelle est l'aire du triangle rouge ? Justifie.

6 Pour chacun de ces panneaux, indique s'il a un centre de symétrie.

7 **Vrai ou Faux**

P.1. Si E est le milieu de [FG], alors F et G sont symétriques par rapport à E.

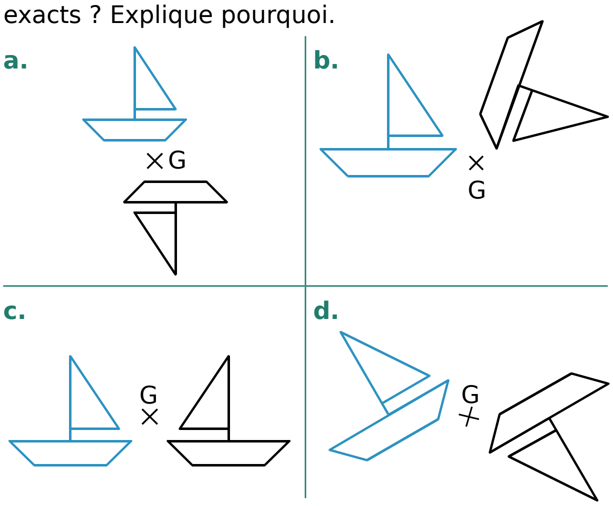
P.2. Une droite et son symétrique par rapport à un point sont toujours perpendiculaires.

P.3. Si AB = 5 cm et BC = 5 cm, alors A et C sont symétriques par rapport à B.

P.4. Le symétrique par rapport à un point d'un cercle de diamètre 4 cm a pour rayon 2 cm.

Symétrie centrale

8 Dans chaque cas ci-dessous, des élèves ont voulu tracer la figure symétrique du bateau bleu par rapport au point G. Les tracés sont-ils exacts ? Explique pourquoi.

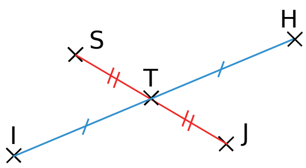


9 **TICE Géométrie Dynamique**

a. À l'aide de trois segments, dessine une flèche qui indique la gauche. Place un point O et construis le symétrique de cette flèche par rapport à O.

b. Quel sens indique cette nouvelle flèche ? Est-ce vrai quelle que soit la position de O ?

10 Construis deux phrases qui utilisent le mot « symétrique » en rapport avec cette figure.

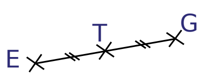


11 **QCM**

a. Q est le symétrique de S par rapport à F, donc...

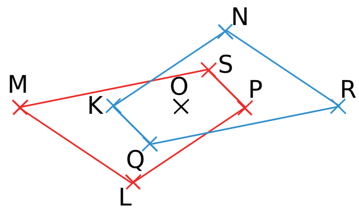
R.1	R.2	R.3
Q est le milieu de [SF]	F est le milieu de [SQ]	S est le milieu de [FQ]

b. Observe cette figure.



R.1	R.2	R.3
E et G sont symétriques par rapport à T	T et G sont symétriques par rapport à E	E et T sont symétriques par rapport à G

12 Les figures bleue et rouge sont symétriques par rapport au point O.

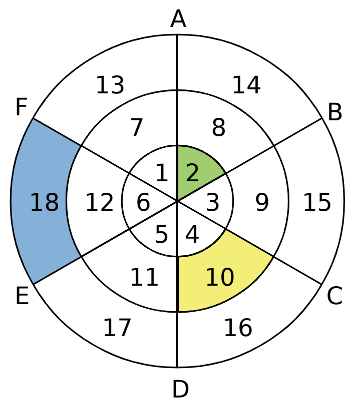


Présente, dans un tableau, tous les couples de points qui sont symétriques par rapport à O.

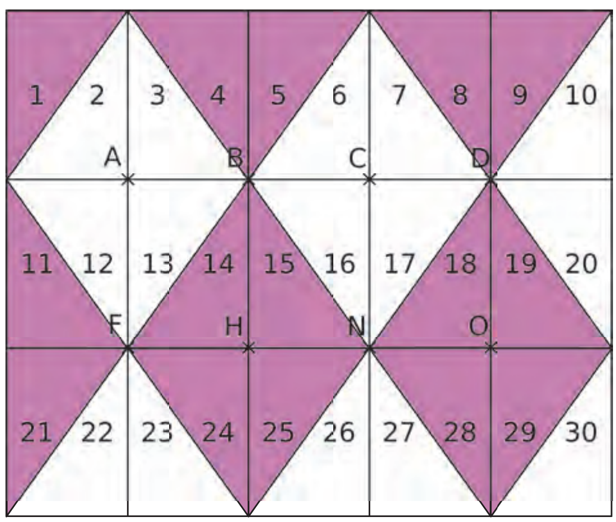
13 Observe bien cette cible.

a. Donne le numéro du symétrique de chaque pièce colorée par rapport au centre de la cible.

b. Fais un tableau avec les autres couples de pièces symétriques.



14 ***Pavage !***



a. Observe puis complète le tableau.

Le triangle n°			3	21	14	11
est symétrique du triangle n°	2	18			21	8
par rapport au point	A	C	B	H		

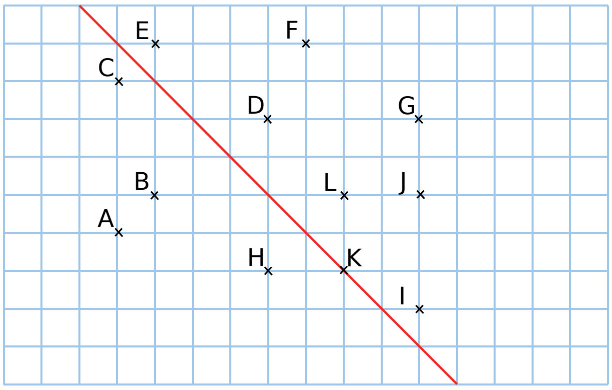
b. Peut-on passer du triangle 12 au 15 par une symétrie centrale ? Si oui, quel en est le centre ?

c. Même question pour les triangles 1 et 8.

Symétrie axiale

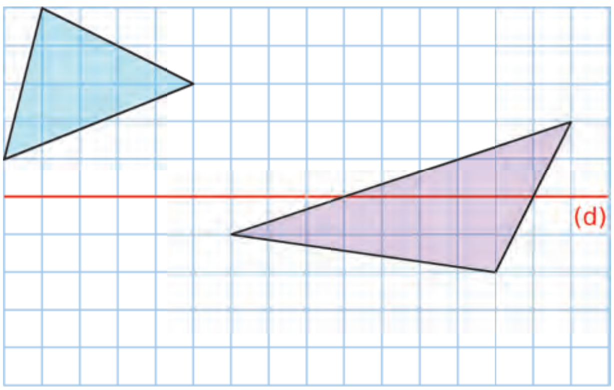
15 ***Points symétriques***

a. Sur la figure ci-dessous, cite les couples de points symétriques par rapport à l'axe rouge.

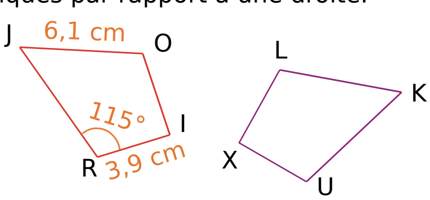


b. Reproduis cette figure et complète-la pour que chaque point ait un symétrique.

16 Reproduis puis trace le symétrique de chaque triangle par rapport à la droite (d).



17 Les deux figures ci-dessous sont symétriques par rapport à une droite.



a. Reproduis et complète le tableau suivant.

Point	J	O	I	R
Symétrique				

Tu justifieras ensuite chaque réponse.

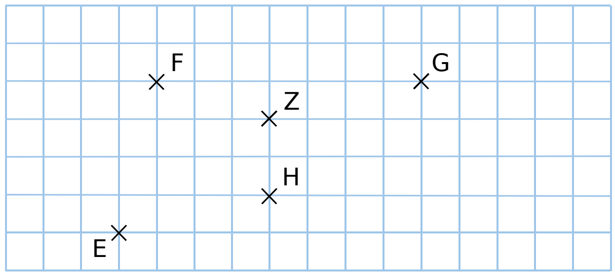
b. Quelle est la longueur du segment [LK] ?

c. Quelle autre longueur peux-tu déterminer ?

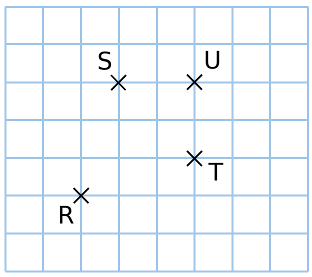
d. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{XUK}$?

Constructions

18 Reproduis la figure ci-dessous et construis les points E', F', G' et H', symétriques respectifs de E, F, G et H par rapport au point Z.



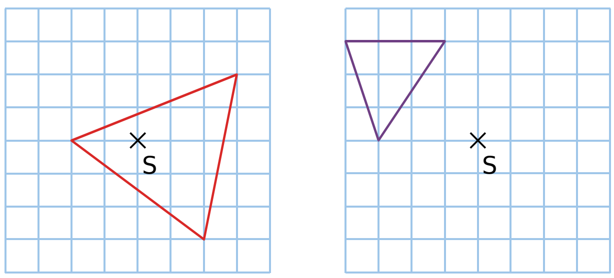
19 ***Deux à deux !***



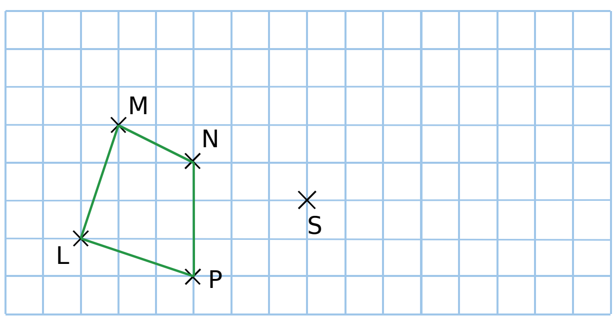
a. Sur la figure, est-il possible que deux des points soient les symétriques des deux autres dans une symétrie centrale ? Pourquoi ?

b. Déplace le point U pour que ce soit possible. Y a-t-il plusieurs solutions ?

20 Dans chaque cas ci-dessous, reproduis le triangle, le point S, puis le symétrique du triangle par rapport au point S.

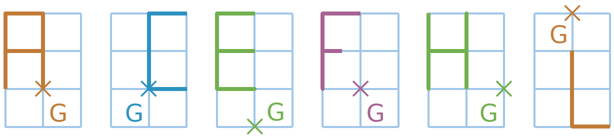


21 Reproduis le quadrilatère suivant puis construis son symétrique par rapport au point S.



22 Reproduis le quadrilatère précédent et construis son symétrique par rapport à L.

23 Dans chaque cas ci-dessous, reproduis la lettre sur du papier quadrillé et construis son symétrique par rapport au point G.

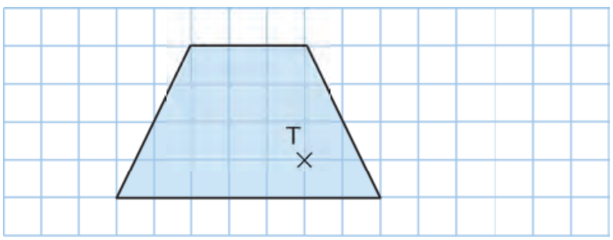


24 ***Symétrie centrale et coordonnées***

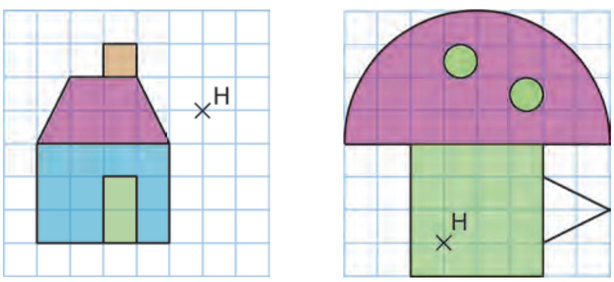
a. Dans un repère, place les points A(1 ; 2) ; B(3 ; 3) ; C(2 ; 5) et D(6 ; 6).

b. Donne les coordonnées des points A', C' et D', symétriques respectifs des points A, C et D par rapport au point B.

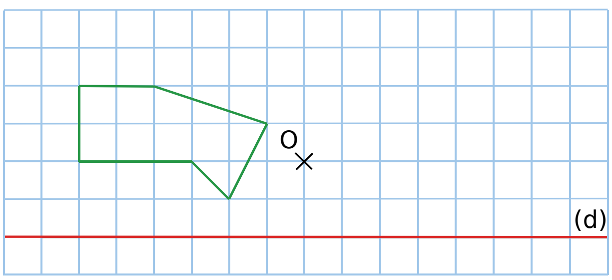
25 Reproduis ce polygone puis construis son symétrique par rapport au point T.



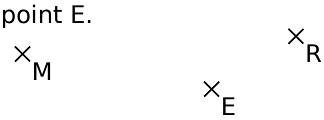
26 Reproduis les figures ci-dessous sur du papier quadrillé et construis le symétrique de chacune d'elles par rapport au point H.



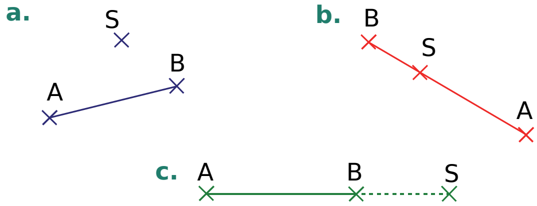
27 Reproduis cette figure puis construis son symétrique par rapport à O, puis par rapport à (d).



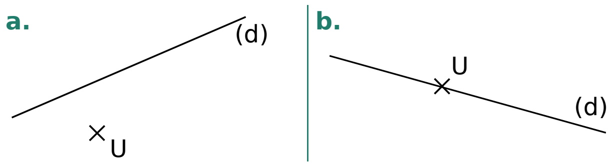
28 Reproduis la figure ci-dessous sur papier blanc et construis, avec la règle non graduée et le compas, les symétriques des points M et R par rapport au point E.



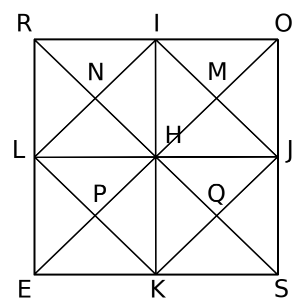
29 Reproduis chaque figure et construis le symétrique du segment [AB] par rapport au point S.



30 Reproduis chaque figure et construis le symétrique de la droite (d) par rapport au point U.



31 Sur cette figure, ROSE est un carré de centre H. Les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des côtés [RO], [OS], [SE] et [ER].



a. Reproduis la figure en prenant RO = 8 cm.

b. Colorie en jaune le triangle RNI.

c. Colorie en rouge le symétrique du triangle RNI par rapport à (IK), puis en orange le symétrique du triangle RNI par rapport à (LJ).

d. Colorie en bleu le symétrique du triangle RNI par rapport à N, puis en vert le symétrique du triangle RNI par rapport à H.

32 **TICE Géométrie Dynamique**

a. Construis un cercle de centre I et de rayon 3 cm puis place un point O quelconque.

b. Construis le symétrique du cercle par rapport au point O.

c. Combien de points d'intersection le cercle et son symétrique peuvent-ils avoir ? Selon la position du point O, envisage tous les cas possibles en détaillant avec précision.

d. Sur ton cahier, trace une figure illustrant chacun des cas précédents.

33 Construis un rectangle MATH tel que MA = 5 cm et AT = 7 cm, puis place le point E sur le côté [AT] tel que AE = 2 cm.
Construis en rouge le symétrique du rectangle MATH par rapport au point E.

34 TICE Géométrie Dynamique

a. Trace un quadrilatère ABCD quelconque.

- Place un point M1.
- Construis le symétrique M2 du point M1 par rapport au point A.
- Construis le symétrique M3 du point M2 par rapport au point B.
- Construis le symétrique M4 du point M3 par rapport au point C.
- Construis le symétrique M5 du point M4 par rapport au point D.

b. Déplace les sommets du quadrilatère.
Est-il possible que les points M1 et M5 soient confondus ? À quelle condition selon toi ?

35 Construis un rectangle ABCD de centre O tel que AB = 5 cm et AD = 3 cm.

Par la symétrie centrale de centre C, construis (en laissant apparents les traits de construction) :

- le symétrique du segment [AB] ;
- le symétrique de la droite (BD) ;
- le symétrique du triangle CBD ;
- le symétrique du cercle de centre O et passant par B.

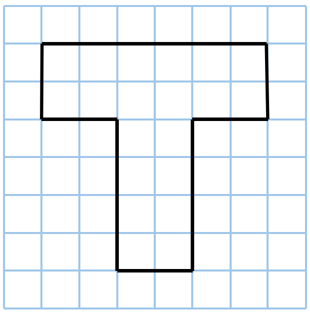
36 TICE Géométrie Dynamique

a. Affiche le repère.

- Construis un triangle ABC quelconque.
- Construis son symétrique DEF par rapport à l'axe des abscisses.
- Construis le symétrique GHI de DEF par rapport à l'axe des ordonnées.

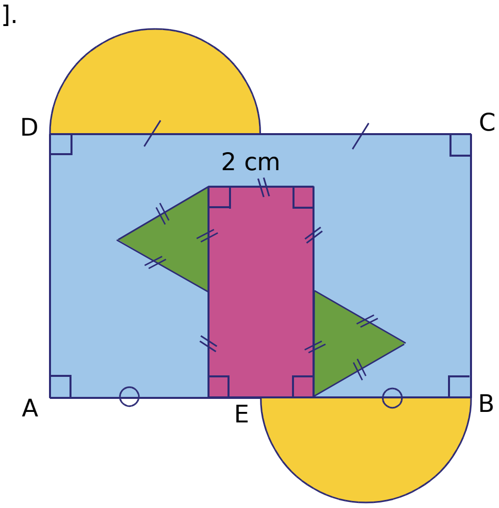
b. Par quelle transformation peut-on obtenir directement le triangle GHI en partant du triangle ABC ?

37 Essaie de paver une surface quadrillée en prenant comme motif de base la forme ci-contre et en utilisant des symétries centrales.



38 ***Figure complexe***

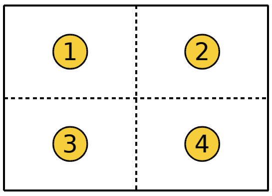
a. En haut à gauche de ta feuille de cahier, reproduis la figure ci-dessous, avec AB = 8 cm et AD = 5 cm. Le point E est le milieu du segment [AB].



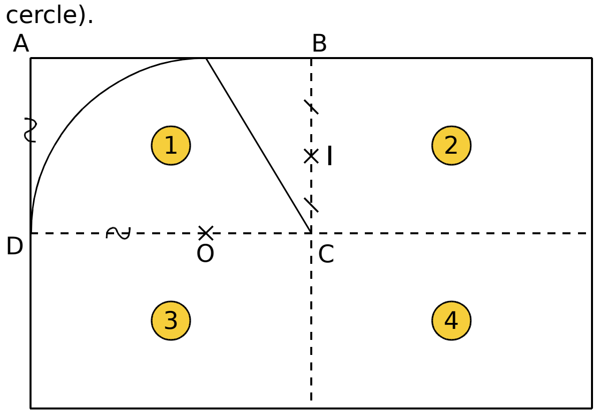
b. Construis le symétrique de cette figure par rapport au point B.

39 ***Pavage rectangulaire***

a. Plie deux fois une feuille au format A4 pour obtenir quatre rectangles de même taille comme indiqué sur le schéma ci-contre.



Sur ta feuille, construis dans le rectangle 1, la figure ci-dessous (O est le centre de l'arc de cercle).



b. Construis le symétrique par rapport à I de la figure tracée dans le rectangle 1. Dans quelle partie de la feuille va-t-il se situer ?

c. Construis les symétriques par rapport à la droite (DC) des figures des parties 1 et 2.

En assemblant plusieurs feuilles A4 identiques, tu obtiens un pavage du plan.

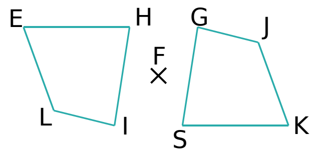
Propriétés

40 QCM

a. Soit (d) une droite qui ne passe pas par O, et (d') son symétrique par rapport à O. Alors (d) et (d') sont...

R.1	R.2	R.3
sécantes en O	perpendiculaires	parallèles

b. Les deux quadrilatères ci-contre sont symétriques par rapport à F, alors $\widehat{HEL}$ =

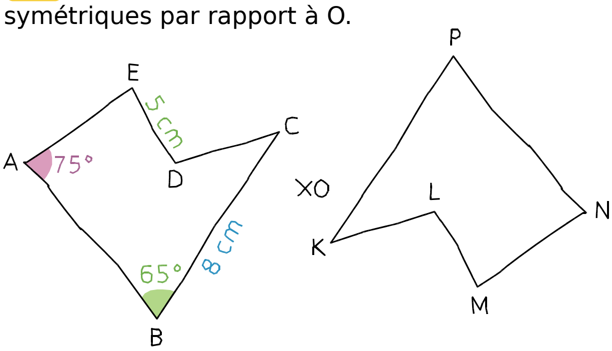


R.1	R.2	R.3
$\widehat{JGS}$	$\widehat{JKS}$	$\widehat{GSK}$

c. Si V et W sont les symétriques respectifs de X et Y par rapport à Z, alors...

R.1	R.2	R.3
VW = YX	ZX = WZ	VZ = ZY

41 On a tracé, à main levée, deux figures symétriques par rapport à O.



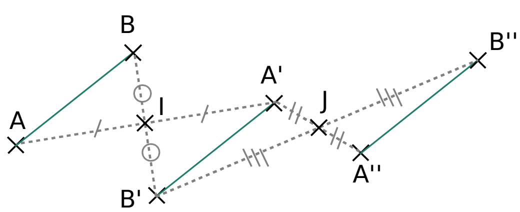
a. Indique le symétrique par rapport à O de chaque sommet du polygone ABCDE.

b. Donne la longueur du segment [PK]. Justifie.

c. Donne la mesure de l'angle $\widehat{NPK}$. Justifie.

d. De quelles autres informations disposes-tu concernant le polygone KLMNP ? Pourquoi ?

42 Que peux-tu conjecturer à propos des segments [AB] et [A"B"] ? Démontre-le.



43 ABC est un triangle tel que AB = 4 cm, AC = 5 cm et BC = 6 cm. I désigne le milieu de [AB] et D le symétrique de C par rapport à I.

a. Construis la figure.

b. Sans mesurer, mais en justifiant tes réponses, donne les mesures AD et BD.

44 Soit ABC un triangle isocèle en A tel que BC = 3 cm et BA = 4 cm.

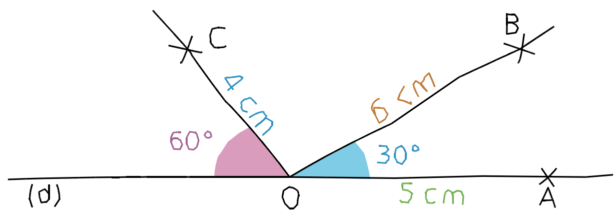
a. Construis le triangle ABC.

b. Construis le symétrique de ABC par rapport à A (D est le symétrique de B et E celui de C).

c. Construis le milieu I de [BC] et J celui de [DE].

d. Démontre que les trois points J, A et I sont alignés.

45 Le dessin ci-dessous a été réalisé à main levée. (d) est une droite passant par O.



a. Reproduis en vraie grandeur ce dessin en y ajoutant les points D et E, symétriques respectifs de B et C par rapport à O.

b. Paul affirme que l'angle $\widehat{BOE}$ mesure 60° et l'angle $\widehat{COD}$ mesure 100°. A-t-il raison ? Sinon, donne la mesure de chacun de ces angles.

46 Mélinda a réalisé une superbe figure et son symétrique. Malheureusement, elle a perdu sa feuille mais elle avait pris la précaution de faire le tableau suivant sur son cahier.

Point	E	T	R	S	A	C
Symétrique	V	J	I	S	Z	D

Frédérique lui fait remarquer qu'avec un tel tableau, on n'a pas besoin de la figure pour obtenir des indications.

a. Quel est le centre de la symétrie ?

b. On sait que ET = 3,4 cm et ZD = 5,1 cm. Donne les longueurs AC et VJ. Justifie.

c. RSA est un triangle équilatéral de 3 cm de côté. Quel autre triangle équilatéral est-on certain d'avoir sur la figure ? Justifie.

d. On sait que VJ = JI. Quelle est la nature du triangle ETR ? Pourquoi ?

47 [AB] est un segment de longueur 1 cm.

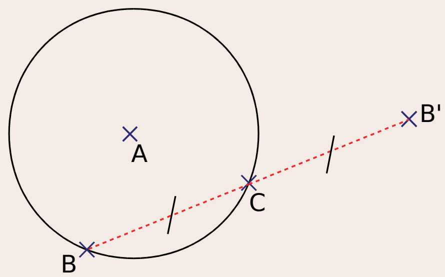
- A_1 est le symétrique de A par rapport à B.
- A_2 est le symétrique de A par rapport à A_1.
- A_3 est le symétrique de A par rapport à A_2.
- A_4 est le symétrique de A par rapport à A_3.

a. Quelle est la longueur du segment [AA_4] ? Explique.

b. On poursuit la construction afin d'obtenir les points A_5, A_6, ... A_{10} ... Indique à partir de quand la longueur du plus grand segment dépasse 100 m.

48 TICE Géométrie Dynamique

a. Construis un cercle de centre A passant par B. Place un point C sur ce cercle et construis B' le symétrique de B par rapport au point C.



b. Active la trace du point B' puis anime le point C. Quel ensemble décrit alors le point B' ? Donne ses caractéristiques.

49 ***Rectangle et symétrie***

a. Construis un rectangle ABCD tel que AB = 4 cm et AD = 3 cm.

b. Place le point E tel que les points B, C et E soient alignés dans cet ordre et que CE = 3 cm.

c. Place le point F tel que les points D, C et F soient alignés dans cet ordre et que CF = 4 cm.

d. Démontre que les triangles BCD et ECF sont symétriques par rapport à C.

e. Déduis-en que DB = FE.

f. Que peux-tu dire des droites (DB) et (FE) ? Justifie ta réponse.

50 ***Triangle et symétrie***

a. Construis un triangle ABC, rectangle en C, tel que AC = 2 cm et CB = 4 cm.

b. Construis D, symétrique de C par rapport à A.

c. Construis E, symétrique de D par rapport à C.

d. Construis F, symétrique de B par rapport à C.

e. Explique pourquoi les segments [DF] et [BE] sont parallèles et égaux.

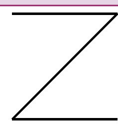
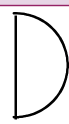
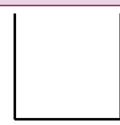
Centre de symétrie

51 QCM

a. Quelle figure a un centre de symétrie ?

R.1	R.2	R.3
Un triangle équilatéral	Un cercle	Un quadrilatère

b. Quelle figure a un centre de symétrie ?

R.1	R.2	R.3
		

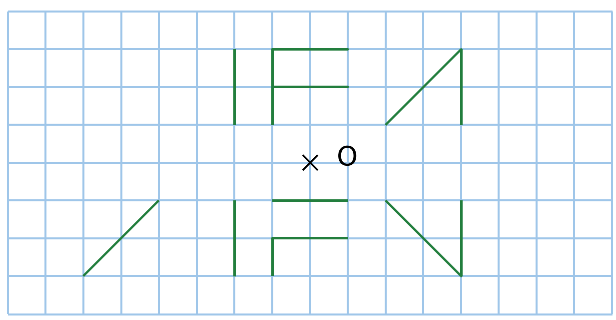
c. Combien de centre(s) de symétrie possède une droite ?

R.1	R.2	R.3
Aucun	Une infinité	Un seul

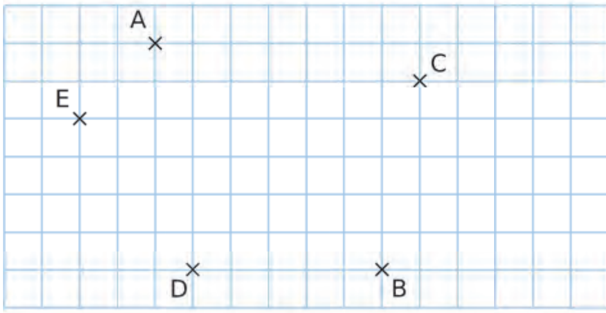
52 Pour chacun de ces panneaux de signalisation, indique s'il a des axes de symétrie et/ou un centre de symétrie.

53 Reproduis les lettres ci-dessous, puis trace en vert l'axe (ou les axes) de symétrie et en rouge le centre de symétrie de chaque lettre lorsqu'il(s) existe(nt).

54 Reproduis puis complète cette figure pour que O soit son centre de symétrie.



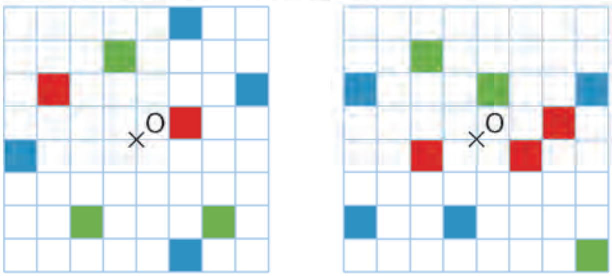
55 Sur la figure ci-dessous, le point B est le symétrique du point A par rapport à un point O.



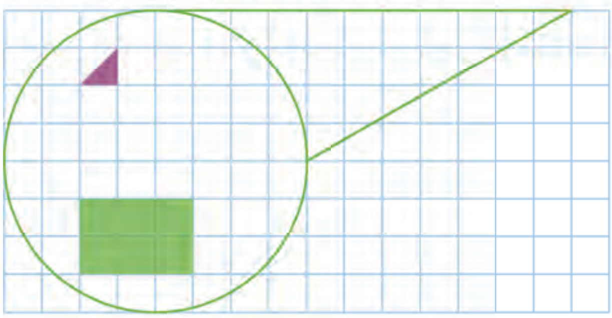
a. Reproduis cette figure puis place le point O.

b. Place alors les points C', D' et E' symétriques respectifs des points C, D et E par rapport à O.

56 Reproduis puis colorie le minimum de cases pour que chacune des figures ci-dessous admette le point O pour centre de symétrie.



57 Reproduis la figure ci-dessous et complète-la de telle sorte que le centre du rectangle vert soit le centre de symétrie de la figure.



58 Christian a écrit les chiffres suivants :

a. Il dit : « Si je calcule le double du produit de 17 par 29, j'obtiens le plus grand nombre de trois chiffres différents qui possède un centre de symétrie. » A-t-il raison ?

b. Trouve et trace la figure correspondant au plus petit nombre de trois chiffres différents dont l'écriture possède un centre de symétrie.

59 Soit un angle $\widehat{BAD}$ mesurant 120° tel que AB = 4 cm et AD = 5 cm. Soit C un point tel que le quadrilatère non croisé formé par les points A, B, C et D admette un centre de symétrie.

a. Trace une figure à main levée.

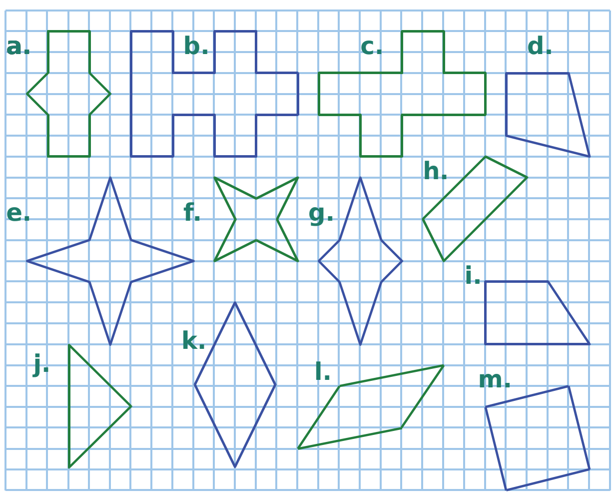
b. Combien y a-t-il de positions possibles pour le point C ? Pour chaque cas, indique la position du centre de symétrie.

c. Trace autant de figures qu'il y a de centres de symétrie et indique pour chaque cas le nom et la nature du quadrilatère ainsi construit.

60 Trouve les cinq erreurs.

61 Reproduis les figures ci-dessous.

- Lorsque c'est possible, construis le ou les axes de symétrie de chaque figure.
- Lorsque c'est possible, construis le centre de symétrie de chaque figure.



62 TICE Géométrie Dynamique

a. Construis une droite (AB) et deux points distincts C et O. Construis le symétrique C' de C par rapport à O et le symétrique C'1 de C par rapport à (AB).

b. Comment faut-il positionner C, O et (AB) pour que C' et C'1 soient confondus ?

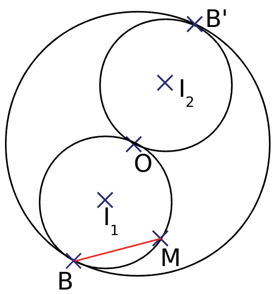
63

Construis deux droites d_1 et d_2 sécantes en O et un cercle de centre O. Ce cercle coupe d_1 en A et B et d_2 en E et F.

Démontre que les angles $\widehat{AOE}$ et $\widehat{BOF}$ sont égaux.

64

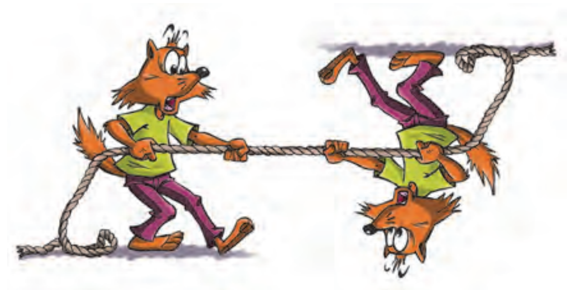
Dans un cercle de diamètre [BB'] et de centre O, on construit I_1 et I_2 milieux respectifs des segments [OB] et [OB'].



On construit ensuite les cercles de centres I_1 et I_2 et passant par O.

M est un point du cercle de centre I_1, distinct de B.

Comment construire, uniquement à l'aide d'une règle non graduée, le symétrique du segment [BM] par rapport au point O ?
Explique ton raisonnement.



65 *Symétrie et repère*

Dessine un repère d'origine O ayant pour unité le centimètre. Places-y les points suivants : I(1 ; 0) ; A(2 ; 3) ; B(6 ; – 1) ; C(7 ; 3) ; D(– 1 ; 1) ; E(3 ; 0).

a. Construis les points F, G, H et K symétriques respectifs de A, B, C et D par rapport à O.

b. Donne les coordonnées de F, G, H et K.
Que remarques-tu ?

c. Donne les coordonnées des symétriques par rapport à O des points T(4 ; – 5) et U(5 ; 0) sans les placer dans le repère.

d. Place les points M, N, P et R, symétriques respectifs des points A, B, C et D par rapport à E.

e. Donne les coordonnées de M, N, P et R.
La remarque du **b** est-elle encore valable ici ?
À quelle condition est-elle vérifiée ?

66 Vrai ou Faux

P.1. Deux cercles de même rayon sont symétriques par rapport à un point.

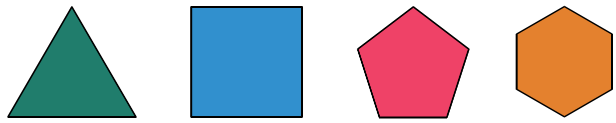
P.2. La symétrie centrale transforme deux droites perpendiculaires en deux droites perpendiculaires.

P.3. Le symétrique du symétrique de A par rapport à O est le point A lui-même.

P.4. Si une figure a au moins deux axes de symétrie, alors elle a forcément un centre de symétrie.

67

Voici les quatre premiers polygones réguliers à 3, 4, 5 et 6 côtés.



a. Pour chacun d'eux, indique s'il a un centre de symétrie.

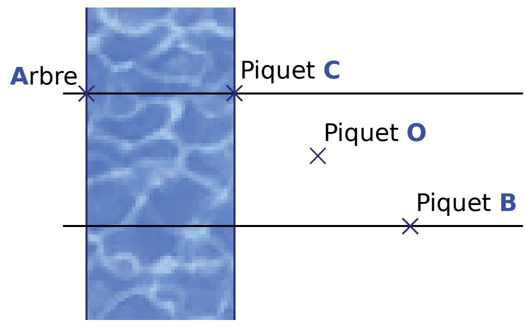
b. Qu'en est-il pour un polygone régulier à 27 côtés ? À 28 côtés ? Quelle est la règle ?

c. Pour chacun d'eux, indique le nombre d'axes de symétrie.

d. Combien d'axes de symétrie a un polygone régulier à 27 côtés ? À 28 côtés ? Quelle est la règle ?

68

Lucie veut mesurer la largeur de la rivière.



- Elle utilise pour cela un arbre A, placé sur l'autre rive, et plante un piquet C sur la rive où elle se trouve, de telle sorte que la droite (AC) soit perpendiculaire à la rivière.
- Ensuite elle plante un piquet O.
- Puis elle plante un piquet B tel que O soit le milieu de [BC].
- Elle se déplace sur la perpendiculaire à la rivière passant par le piquet B et s'arrête quand elle est alignée avec O et A. Fais une figure en plaçant le point L (pour Lucie). Elle en déduit alors la largeur de la rivière.

Comment a-t-elle procédé et quelle propriété a-t-elle utilisée ?

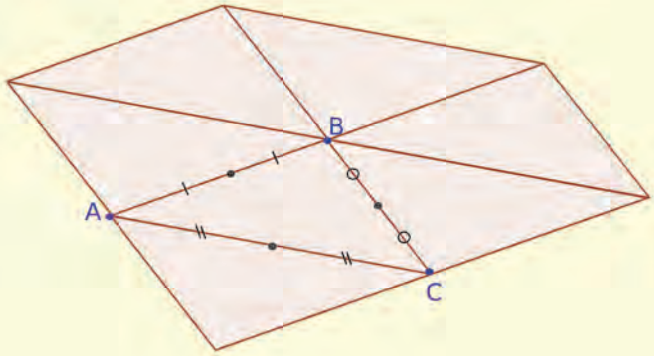
Pavage du plan

En utilisant un logiciel de géométrie dynamique, effectue les constructions demandées.

PARTIE 1

a. Construis un triangle ABC et les milieux des côtés du triangle.

b. En construisant des symétriques de triangles par rapport à l'un de ces six points (sommets et milieux), pave le plan.



PARTIE 2

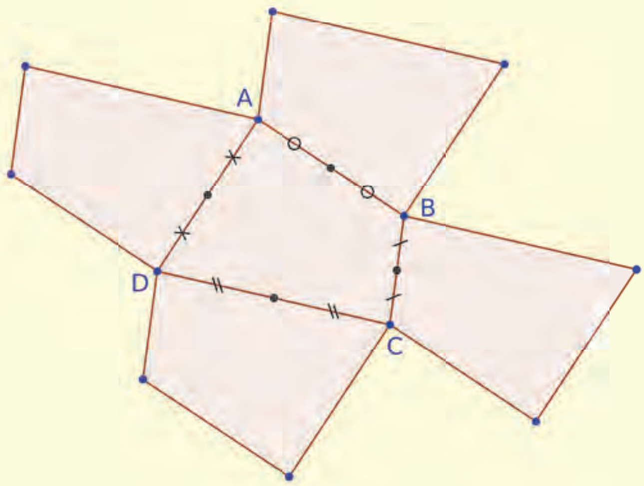
c. Construis un quadrilatère ABCD.

d. En construisant les symétriques du quadrilatère ABCD par rapport au milieu de ses côtés, on obtient le pavage ci-contre.

e. En utilisant des symétries centrales et les milieux des côtés des quadrilatères, pave le plan.

f. Que se passe-t-il si les points A et D sont confondus ?

g. Que se passe-t-il si le quadrilatère ABCD est un carré ?



h. Le pavage fonctionne-t-il encore si le quadrilatère ABCD possède un angle rentrant comme la figure ci-contre ?
(On dit dans ce cas que le quadrilatère ABCD n'est pas convexe.)

PARTIE 3

Nous pouvons également paver le plan à l'aide d'hexagones particuliers.

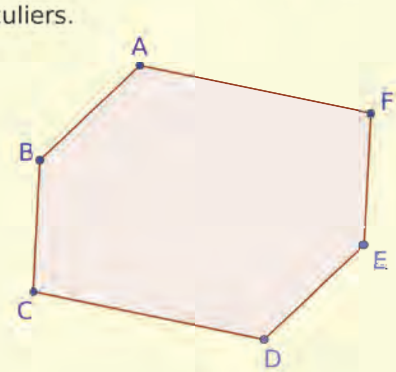
i. Construis un quadrilatère ABCF convexe puis construis son symétrique par rapport au milieu de [CF]. On obtient alors un hexagone ABCDEF.

j. Quelle propriété très particulière possède l'hexagone obtenu ?

k. Utilise la technique de la partie précédente pour paver le plan avec de tels hexagones.

l. Qu'obtient-on quand les points C et F sont confondus ?

m. Qu'obtient-on quand les points A et B sont confondus ?



G2

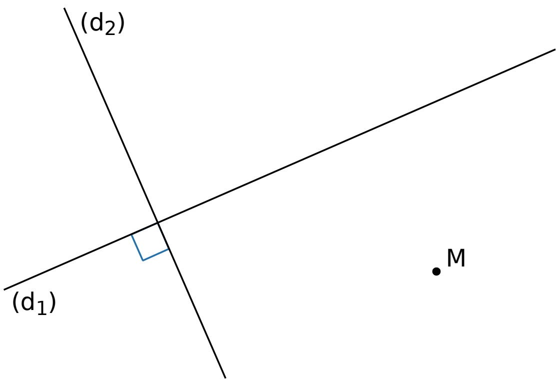
Position relative de droites

Activités

1 Position relative de deux droites

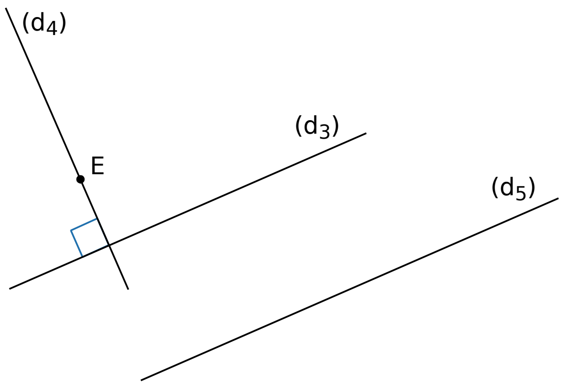
Cours : 1

a On considère la figure suivante où les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires.



À l'aide d'un seul tracé et de ton équerre, explique comment construire la parallèle à (d_1) passant par M. Essaie de justifier ce tracé.

b On considère la figure suivante où les droites (d_3) et (d_4) sont perpendiculaires.

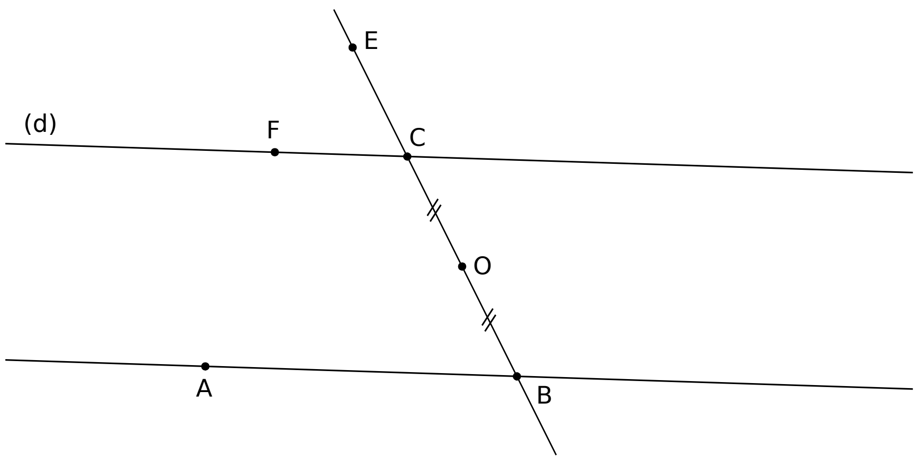


À l'aide d'un seul tracé et de ta règle, explique comment construire la perpendiculaire à (d_5) passant par E. Essaie de justifier ce tracé.

2 Angles délimités par deux droites parallèles et une sécante

Cours : 2

On considère la figure ci-dessous où les droites (AB) et (d) sont parallèles et O est le milieu du segment [BC].



a Reproduis une figure similaire à celle ci-dessus.

b Par la symétrie de centre O,
- quel est le symétrique du point B ?
- que dire du symétrique de la droite (AB) ?
- construis le symétrique D du point A. Pourquoi le point D appartient-il à la droite (d) ?

c Compare la mesure des angles alternes-internes $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCD}$. Justifie.

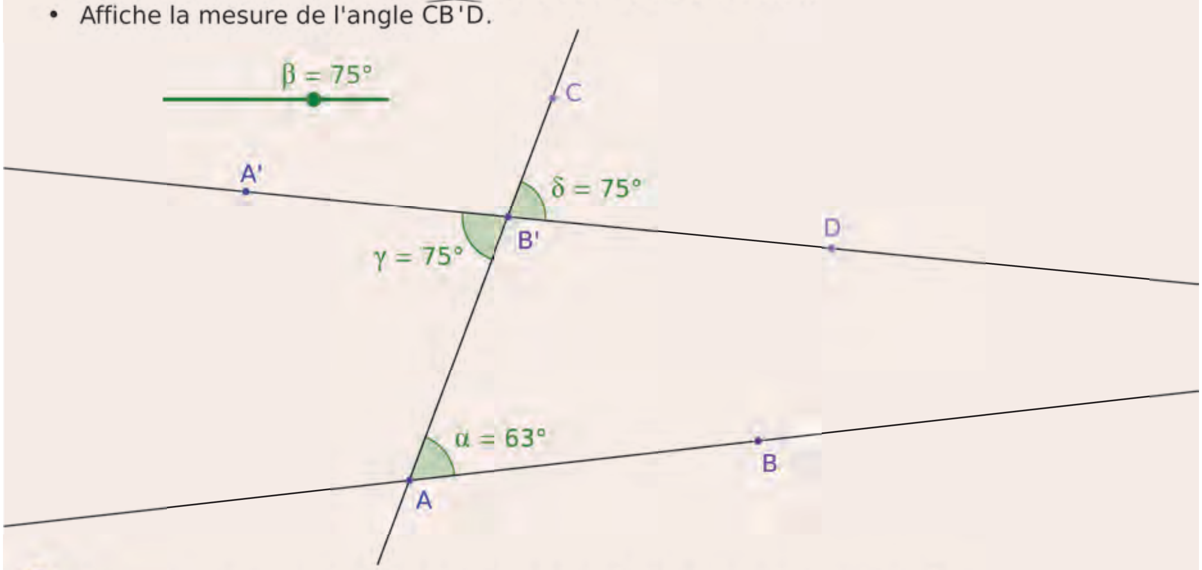
d Même question avec les angles correspondants $\widehat{ABC}$ et $\widehat{FCE}$.

3 Angles de même mesure

Cours : 2

TICE Géométrie Dynamique

a Effectue cette construction :
- Trace une droite (AB).
- Trace un angle $\widehat{BAB'}$ de mesure 63° (sens antihoraire).
- Trace la droite (AB').
- Crée un curseur angle β de 40° à 86° avec un incrément de 1°.
- Trace un angle $\widehat{AB'A'}$ de mesure β (sens horaire).
- Trace la droite (A'B'). Place les points C et D comme ci-dessous.
- Affiche la mesure de l'angle $\widehat{CB'D}$.



b Comment se nomme la paire d'angles α et γ ? Et la paire d'angles α et δ ?

c Anime le curseur.

d Que se passe-t-il pour la droite (A'B') lorsque $\beta = 63°$? Vérifie ton observation avec la fonction « *Relation entre deux objets* » du logiciel de géométrie dynamique.

e Conclus.

4 Médiatrice

Cours : 3

a ***Dans un sens***
- Construis un segment [AB] qui ne soit ni horizontal, ni vertical.
- Construis six points P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 et P_6 à égale distance des points A et B.
- À quel objet semblent appartenir ces points ?

b ***Dans l'autre***
- Construis un segment [AB] de longueur 4 cm et la médiatrice (d) de ce segment.
- Place un point P sur la médiatrice (d).
- Par la symétrie axiale par rapport à la droite (d), quels sont les symétriques de A et P ?
- Que dire des segments [PA] et [PB] ? Justifie.

1 Droites parallèles et perpendiculaires

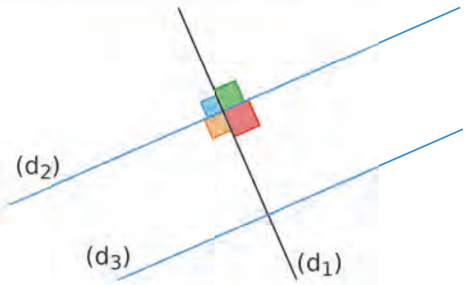
A Définitions

Définitions

- Deux droites qui ne sont pas sécantes sont dites **parallèles**.
- Deux droites **perpendiculaires** sont deux droites sécantes qui se coupent en formant un angle droit.

Exemple :

- Les droites (d_2) et (d_3) sont parallèles.
  On note $(d_2) \parallel (d_3)$.
- Les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires.
  On note $(d_1) \perp (d_2)$.
  À leur intersection, elles forment quatre angles droits. Il n'est pas nécessaire de coder les quatre angles droits, un seul suffit.



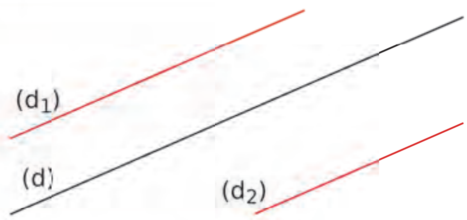
B Propriétés

→ 15

Propriété 1 **Si** deux droites sont parallèles à une même troisième, **alors** elles sont parallèles entre elles.

Exemple :

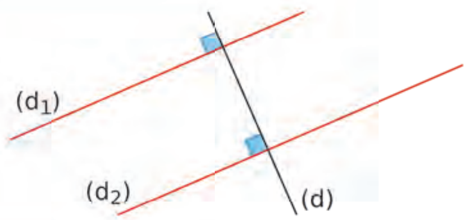
On sait que (d_1) est parallèle à (d) et que (d_2) est également parallèle à (d).
On en déduit donc que (d_1) et (d_2) sont parallèles entre elles.



Propriété 2 **Si** deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, **alors** elles sont parallèles entre elles.

Exemple :

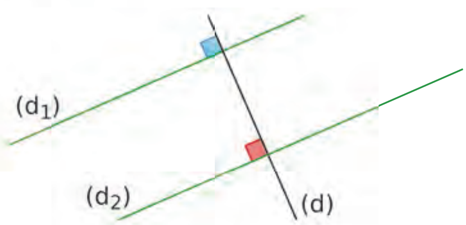
On sait que (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires à (d).
On en déduit donc que (d_1) et (d_2) sont parallèles entre elles.



Propriété 3 **Si** deux droites sont parallèles et **si** une troisième est perpendiculaire à l'une, **alors** elle est perpendiculaire à l'autre.

Exemple :

On sait que (d_1) est parallèle à (d_2) et que (d) est perpendiculaire à (d_1).
On en déduit donc que (d) est perpendiculaire à (d_2).



2 Angles et parallélisme

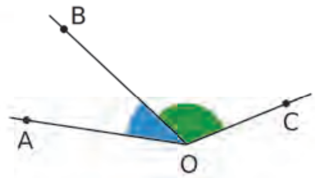
→ 22 31

A Angles adjacents

Définition Deux angles **adjacents** sont deux angles qui ont un sommet commun, un côté commun et qui sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

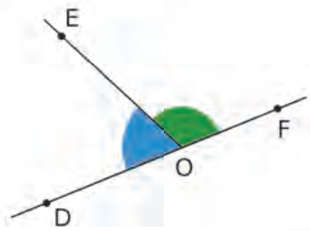
Exemple :

Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ ont comme sommet commun le point O, comme côté commun la demi-droite [OB) et ils sont placés de part et d'autre de [OB) : ils sont donc adjacents.



Remarque :

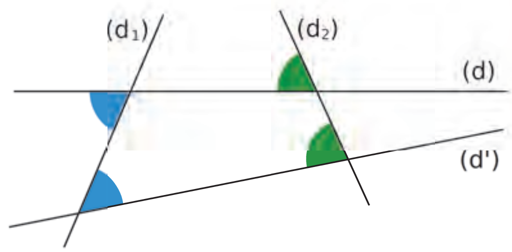
Les angles adjacents $\widehat{DOE}$ et $\widehat{EOF}$ partagent un angle plat.
Leur somme est donc égale à 180°.
On dit qu'ils sont **supplémentaires**.



B Angles correspondants, alternes-internes

Définitions

- Les angles bleus sont **alternes-internes**. Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d_1).
- Les angles verts sont **correspondants**. Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d_2).

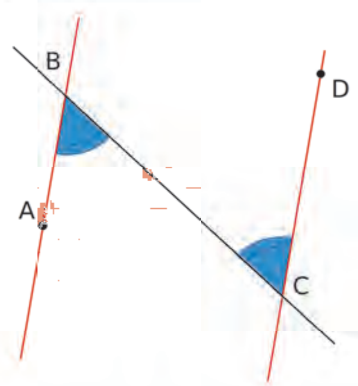


Propriété 1

- **Si** deux angles alternes-internes ont la même mesure, **alors** les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.
- **Si** deux angles correspondants ont la même mesure, **alors** les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.

Exemple :

Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCD}$ sont alternes-internes car ils sont déterminés par la sécante (BC) et les droites (AB) et (CD).
De plus, le codage indique qu'ils ont la même mesure.
Donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles.



Propriété 2

- **Si** deux angles alternes-internes sont déterminés par des droites parallèles, **alors** ils ont la même mesure.
- **Si** deux angles correspondants sont déterminés par des droites parallèles, **alors** ils ont la même mesure.

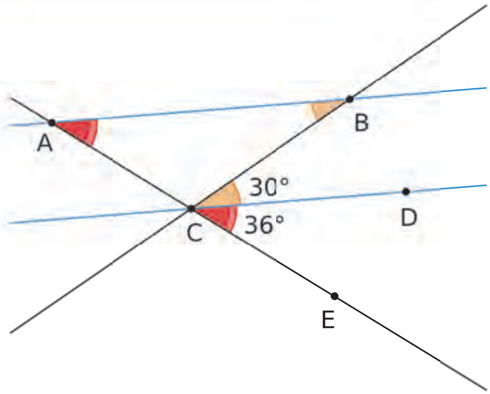
Exemple :

On sait que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

- Les angles correspondants $\widehat{CAB}$ et $\widehat{ECD}$ sont déterminés par la sécante (AC) et les droites (AB) et (CD), parallèles entre elles. Ils ont donc la même mesure.

  Donc $\widehat{CAB} = \widehat{ECD} = 36°$.
- Les angles alternes-internes $\widehat{CBA}$ et $\widehat{DCB}$ sont déterminés par la sécante (BC) et les droites (AB) et (CD), parallèles entre elles. Ils ont donc la même mesure.

  Donc $\widehat{CBA} = \widehat{DCB} = 30°$.



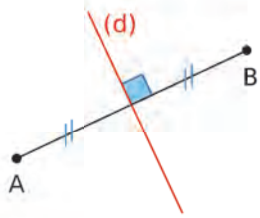
3 Médiatrice d'un segment

40

Définition La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

Exemple :

La droite (d) est perpendiculaire au segment [AB] en son milieu.
C'est donc la médiatrice du segment [AB].



Propriété 1 **Si** un point appartient à la médiatrice d'un segment, **alors** il est équidistant des extrémités de ce segment.

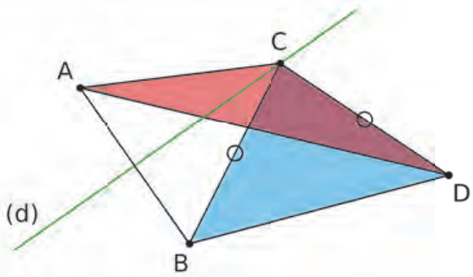
Exemple :

On sait que la droite (d) est la médiatrice du segment [AB] et que le triangle BCD est isocèle en C.

Comme C appartient à la médiatrice de [AB], il est **équidistant** des extrémités A et B, donc CA = CB.

Comme BCD est isocèle en C, CB = CD.

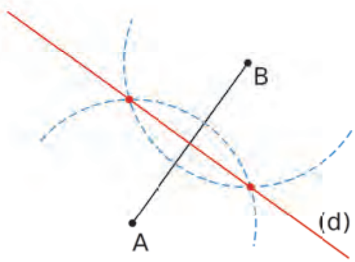
CA = CB = CD donc le triangle ACD est isocèle en C.



Propriété 2 **Si** un point est équidistant des extrémités d'un segment, **alors** il appartient à la médiatrice de ce segment.

Conséquence :

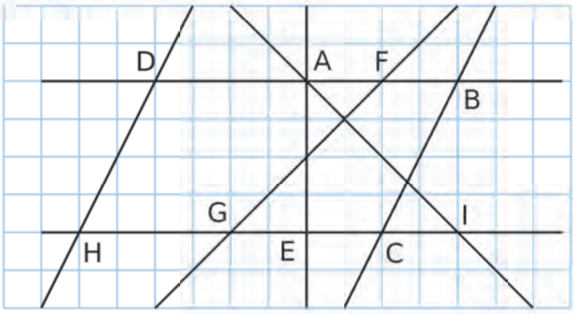
Pour construire la médiatrice d'un segment, il suffit donc de tracer deux arcs de cercle de centre les extrémités du segment, et de même rayon (plus grand que la moitié du segment).
Ces arcs de cercle se coupent en deux points équidistants des extrémités du segment, ils appartiennent donc à la médiatrice de ce segment. On trace alors la droite passant par ces deux points.



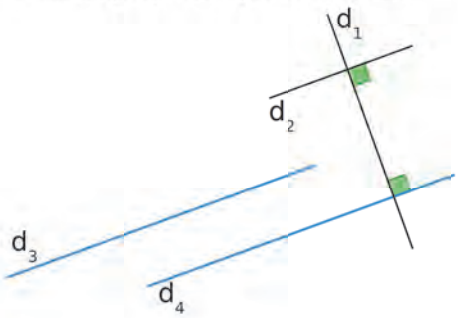
Voir aussi les Questions FLASH dans le manuel numérique !

À l'oral !

1 À l'aide du quadrillage, donne des couples de droites parallèles et des couples de droites perpendiculaires.

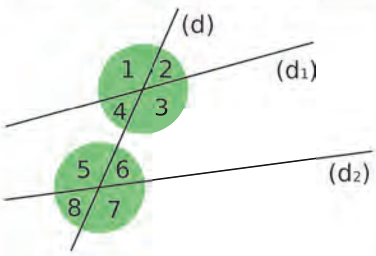


2 Les droites en bleu sont parallèles. Trouve d'autres couples de droites parallèles et d'autres couples de droites perpendiculaires. Énonce à chaque fois la propriété que tu utilises.

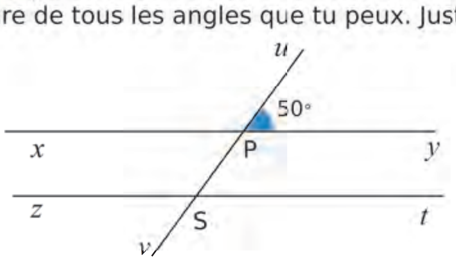


3 Comment nommer chaque paire d'angles ?

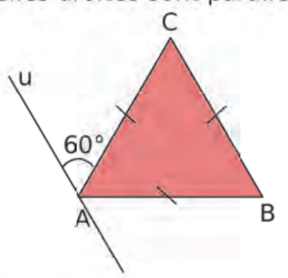
a. 1 et 2
b. 1 et 5
c. 3 et 5
d. 1 et 4
e. 4 et 6
f. 3 et 7



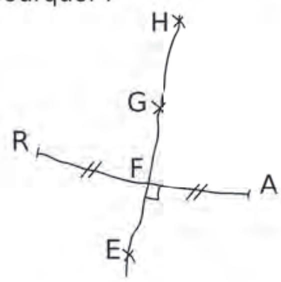
4 (xy) et (zt) sont parallèles. Détermine la mesure de tous les angles que tu peux. Justifie.



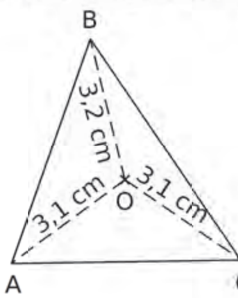
5 Quelles droites sont parallèles ? Justifie.



6 Sachant que GR = 2,5 cm ; EA = 3 cm et RA = 4 cm, quelles autres longueurs peux-tu déterminer, et pourquoi ?



7 On considère la figure suivante.



O se situe-t-il sur une ou sur plusieurs médiatrices des côtés du triangle ? Précise la(les)quelle(s).

8 **Vrai ou Faux**

P.1. Si deux droites sont perpendiculaires et si une troisième est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.

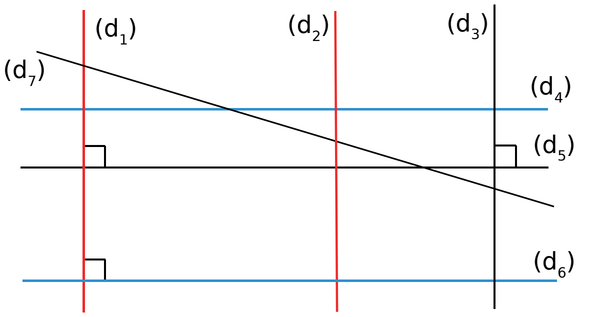
P.2. Deux angles alternes-internes sont égaux.

P.3. Le point d'intersection des diagonales d'un rectangle appartient aux médiatrices de chacun de ses côtés.

P.4. Si EZ = ZT, alors Z appartient à la médiatrice de [ET].

Parallèles et perpendiculaires

9 Sur la figure suivante, les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles, ainsi que les droites (d_4) et (d_6).



a. Détermine tous les couples de droites perpendiculaires.

b. Détermine tous les autres couples de droites parallèles.

c. Quelles droites sont sécantes et non perpendiculaires ?

10 QCM

a. Deux droites perpendiculaires sont...

R.1	R.2	R.3
sécantes	parallèles	confondues

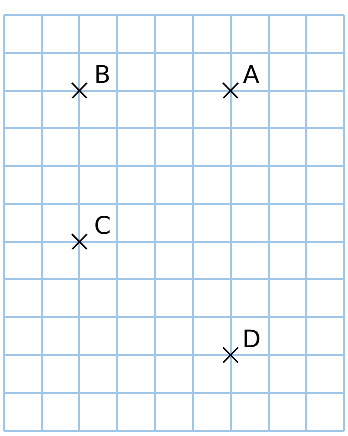
b. Si (d_1) et (d_2) sont parallèles et (d_1) et (d_3) sont parallèles, alors (d_2) et (d_3) sont...

R.1	R.2	R.3
parallèles	perpendiculaires	on ne sait pas

c. Si (d_1) et (d_2) sont parallèles et (d_1) et (d_3) sont perpendiculaires, alors (d_2) et (d_3) sont...

R.1	R.2	R.3
parallèles	perpendiculaires	on ne sait pas

11 Reproduis cette figure.

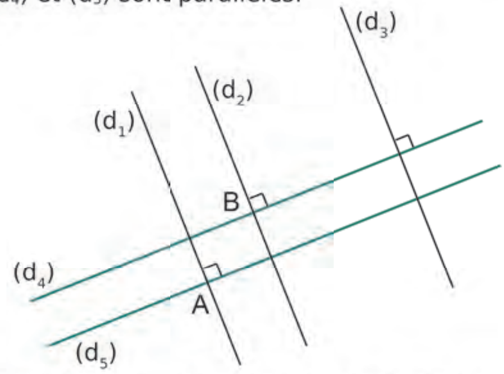


a. Trace la droite (d) parallèle à (AC) passant par le point B.

b. Trace la droite (d') parallèle à (AC) passant par le point D.

c. Que dire des droites (d) et (d') ? Justifie.

12 On considère la figure suivante, où les droites (d_4) et (d_5) sont parallèles.



Donne la position relative des couples de droites suivants. Justifie dans chaque cas ta réponse.

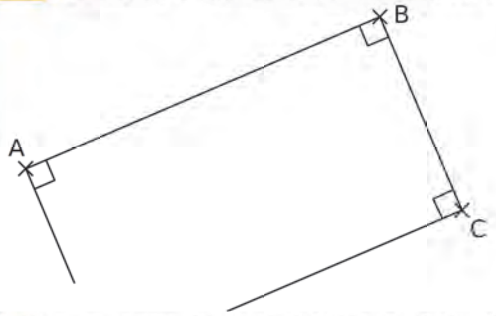
a. (d_2) et (d_3) ;

b. (d_1) et (d_4) ;

c. (d_3) et (d_5) ;

d. (d_2) et (d_5).

13 Soit D le 4^e^ sommet du quadrilatère ABCD.



a. Que peut-on dire des droites (AD) et (BC) ? Justifie.

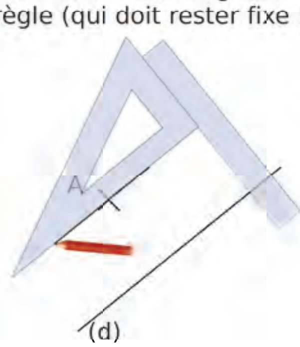
b. Que peut-on dire des droites (CD) et (AD) ? Justifie.

c. Recopie et complète la propriété que tu viens de démontrer : « *Si un quadrilatère possède trois angles droits, alors...* ».

14 Pour construire la droite parallèle à une droite (d) passant par un point A :

• On place un côté de l'angle droit de l'équerre le long de (d) et, le long de l'autre côté de l'angle droit de l'équerre, on place une règle.

• On fait ensuite glisser l'équerre le long de la règle (qui doit rester fixe !) jusqu'au point A.



Justifie que cette méthode de construction permet de tracer la droite parallèle à (d) passant par le point A.

15 R, S et T sont trois points non alignés.
(d) est la droite perpendiculaire à la droite (RT) passant par le point S, et (d') est la droite parallèle à la droite (RT) passant par le point S.

a. Fais une figure.

b. Que dire des droites (d) et (d') ? Justifie.

16 TICE Géométrie Dynamique

a. Construis un quadrilatère ABCD.

b. Construis la droite (e) perpendiculaire à la droite (AD) et passant par le point C.

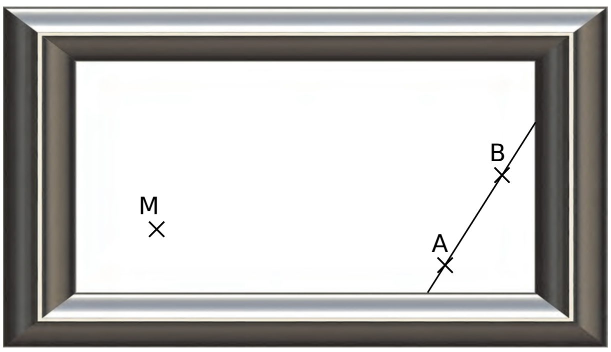
c. Construis la droite (f) parallèle à la droite (AD) et passant pas le point B.

d. Nomme I le point d'intersection de (e) et (f).

e. Déplace les sommets du quadrilatère. Que peux-tu conjecturer sur les droites (e) et (f) ?

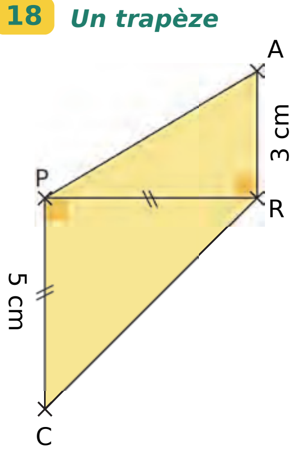
f. Démontre cette conjecture.

17 ***Petit problème...***



Lucien doit construire la droite perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point M, mais il est limité par le cadre. Peux-tu l'aider à effectuer quand même la construction demandée ? Décris les différentes étapes de la construction, en justifiant si nécessaire.

18 ***Un trapèze***

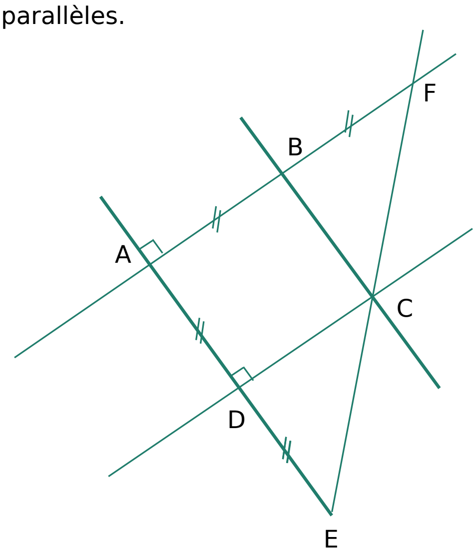


a. Reproduis cette figure en vraie grandeur.

b. Que peut-on dire des droites (AR) et (PC) ? Justifie.

c. Quelle est l'aire du quadrilatère PARC ?

19 Sur la figure suivante, les droites en gras sont parallèles.



a. Construis cette figure en vraie grandeur, dans le cas où AB = 4 cm.

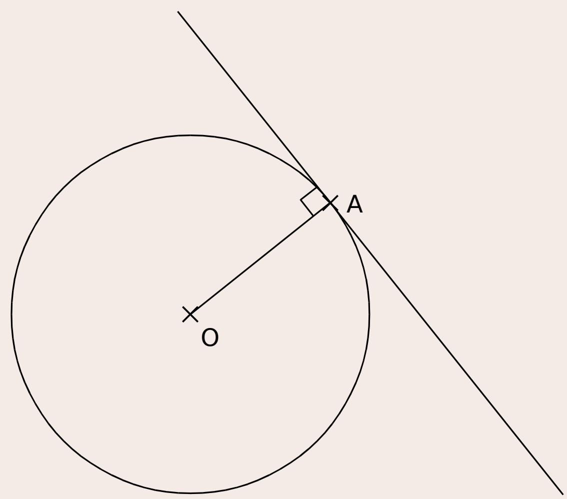
b. Écris un programme de construction de cette figure.

c. Prouve que (BC) et (AF) sont perpendiculaires.

d. Prouve que (AB) et (CD) sont parallèles.

20 TICE Géométrie Dynamique

Définition La tangente à un cercle de centre O en un point A est la droite passant par A et perpendiculaire au rayon [OA].



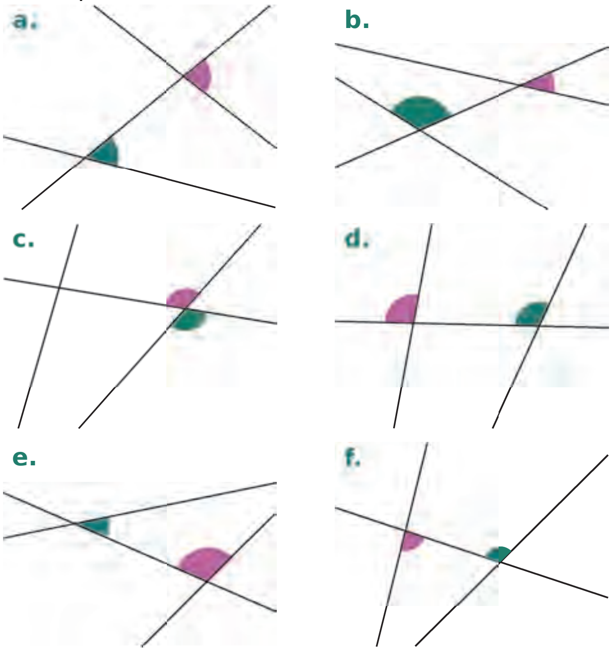
a. Construis :

- un segment [AB] et son milieu O ;
- le cercle de diamètre [AB] ;
- la tangente à ce cercle en A ;
- la tangente à ce cercle en B.

b. Que peut-on dire de ces deux droites ? Justifie.

Angles et parallélisme

21 Dans chaque cas ci-dessous, indique si les angles rose et vert sont alternes-internes, correspondants ou ni l'un ni l'autre.

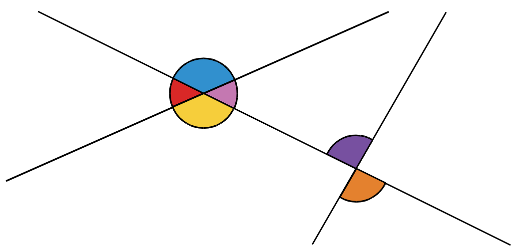


22 En citant les couleurs, donne :

a. deux angles alternes-internes ;

b. deux paires d'angles correspondants ;

c. deux paires d'angles supplémentaires.



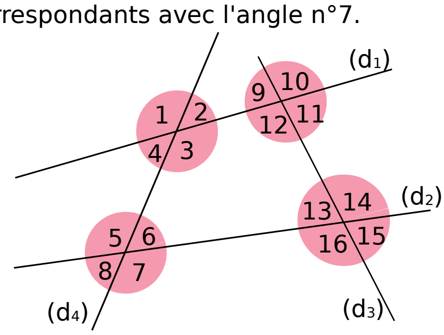
23 Nomme deux angles de la figure et précise le nom de la sécante correspondante.

a. alternes-internes avec l'angle n°3 ;

b. correspondants avec l'angle n°10 ;

c. alternes-internes avec l'angle n°13 ;

d. correspondants avec l'angle n°7.

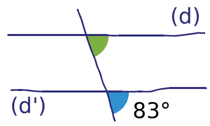


24 QCM

a. Deux angles supplémentaires peuvent mesurer...

R.1	R.2	R.3
40° et 60°	20° et 70°	110° et 70°

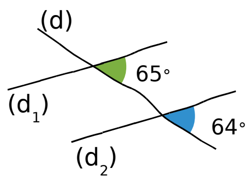
b.



(d) // (d') donc l'angle vert mesure...

R.1	R.2	R.3
67°	83°	97°

c.



(d_1) et (d_2) sont...

R.1	R.2	R.3
sécantes	parallèles	confondues

25 Vrai ou Faux

P.1. Deux angles obtus peuvent être supplémentaires.

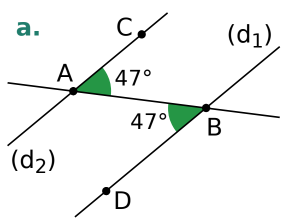
P.2. Il suffit de connaitre la mesure de l'un des quatre angles formés par deux droites sécantes pour trouver la mesure des trois autres.

P.3. Deux angles droits adjacents forment un angle plat.

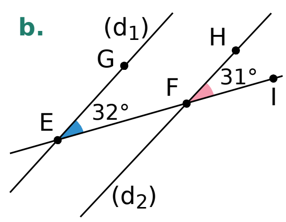
P.4. Si deux angles alternes-internes formés par deux droites coupées par une sécante ont la même mesure, alors les angles correspondants formés par ces mêmes droites et cette sécante ont également la même mesure.

26 Précise, dans chacun des cas ci-dessous, si les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles. Justifie.

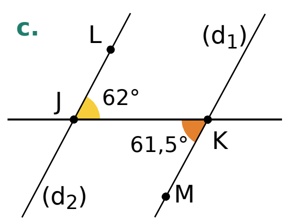
a.



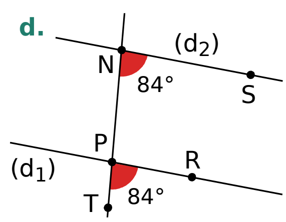
b.



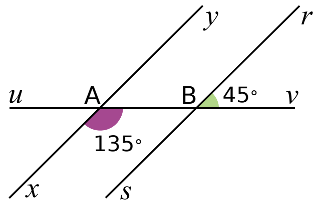
c.



d.

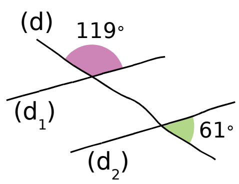


27 Démontre de deux manières différentes que les droites (xy) et (sr) sont parallèles.

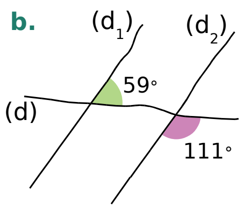


28 Dans chaque cas ci-dessous, précise en justifiant si les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles ou non.

a.



b.



29 On considère l'énoncé suivant.

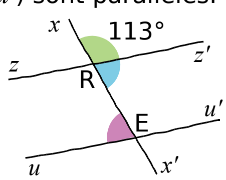
« *Si deux droites (d_1) et (d_2) forment avec une sécante (d) des angles alternes-internes droits, alors les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.* »

a. Cet énoncé est-il vrai selon toi ?

b. Fais un schéma illustrant cet énoncé.

c. Peux-tu donner une autre formulation de cet énoncé ?

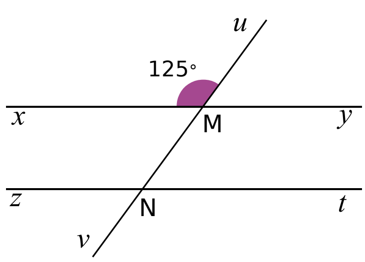
30 Sur la figure suivante, les droites (zz') et (uu') sont parallèles.



a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{x'Rz'}$.

b. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{uEx}$.

31 Sur la figure ci-dessous, les droites (xy) et (zt) sont parallèles. L'angle $\widehat{xMu}$ vaut 125°.

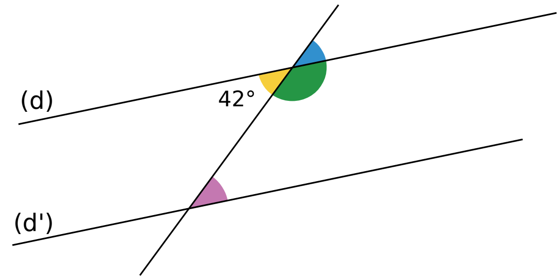


a. Donne la mesure de l'angle $\widehat{vMy}$. Justifie ta réponse.

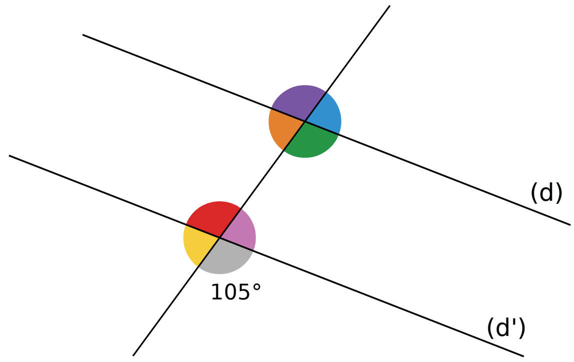
b. Donne d'autres angles mesurant 125°. Justifie ta réponse.

32 Calcule, dans chaque cas ci-dessous, la mesure des angles colorés, sachant que (d) et (d') sont parallèles. Justifie chaque calcul.

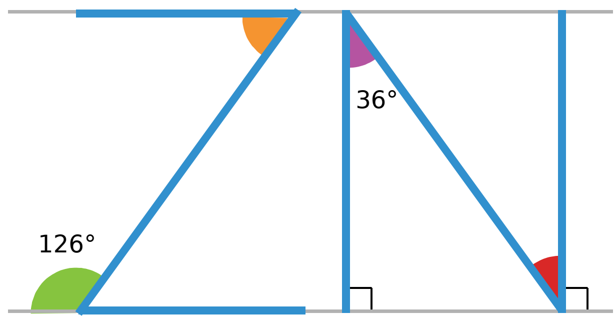
a.



b.

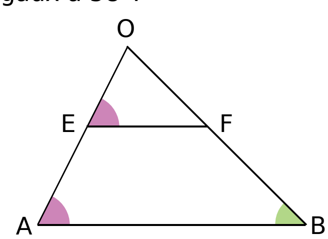


33 Sur la figure suivante, les droites grisées sont parallèles.



Calcule, en justifiant, la mesure des angles orange et rouge.

34 Sur la figure ci-dessous, les angles $\widehat{BAE}$ et $\widehat{FEO}$ sont égaux à 58°.



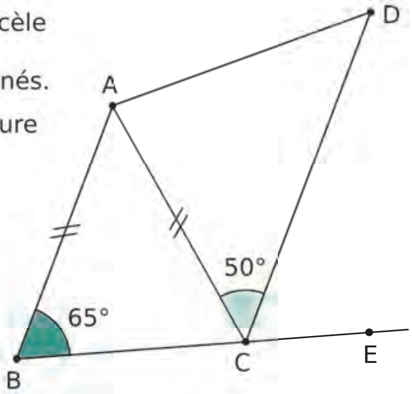
a. Que peux-tu dire des droites (EF) et (AB) ? Justifie ta réponse.

b. On sait, de plus, que la mesure de l'angle $\widehat{FBA}$ est de 45°. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{OFE}$. Justifie ta réponse.

35 ABC est isocèle en A.
B, C et E sont alignés.

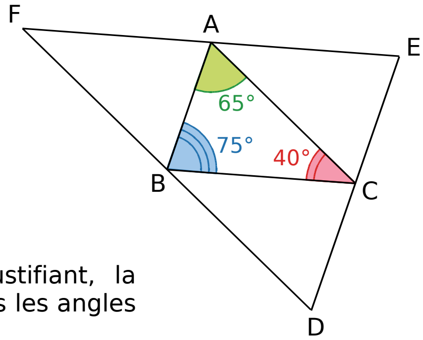
a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{DCE}$.

b. Que peux-tu en déduire pour les droites (AB) et (CD) ? Justifie ta réponse.



c. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

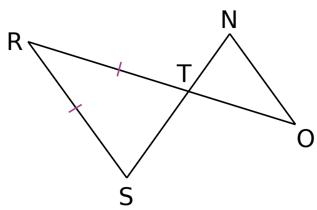
36 Sur la figure suivante, (EF) est la parallèle à (BC) passant par A, (DE) est la parallèle à (AB) passant par C, et (DF) est la parallèle à (AC) passant par B.



Calcule, en justifiant, la mesure de tous les angles de la figure.

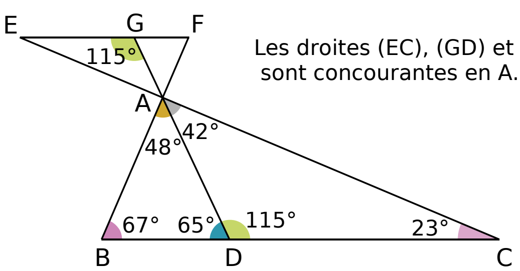
37 Les droites (RS) et (NO) sont parallèles.

Démontre que le triangle TNO est isocèle.



38 ***Angles en pagaille !***

Les droites (EC), (GD) et (BF) sont concourantes en A.



a. Les points B, D et C sont-ils alignés ? Justifie.

b. Les droites (BC) et (EF) sont-elles parallèles ? Justifie.

c. Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifie.

d. Détermine en justifiant les mesures des angles du triangle AEF.

Médiatrice d'un segment

39 **QCM**

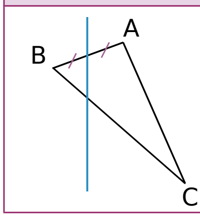
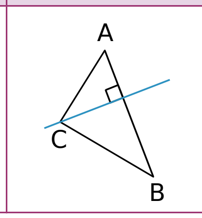
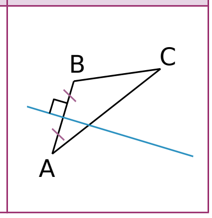
a. Si Z est sur la médiatrice de [AR], alors...

R.1	R.2	R.3
AR = AZ	AR = RZ	RZ = AZ

b. Si A appartient à la médiatrice de [EF], alors...

R.1	R.2	R.3
E et A sont situés sur un cercle de centre F	E et F sont situés sur un cercle de centre A	A et F sont situés sur un cercle de centre E

c. Dans quel cas a-t-on tracé en bleu la médiatrice du côté [AB] ?

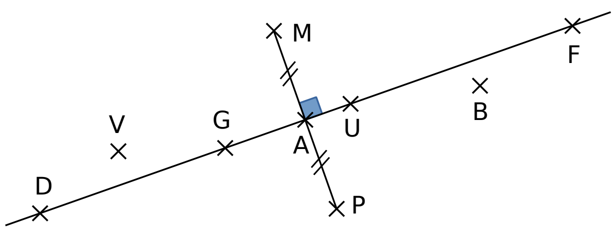
R.1	R.2	R.3
		

40 O et I sont deux points appartenant à la médiatrice d'un segment [CT].

a. Fais un schéma codé.

b. Quelle est la nature des triangles TIC et TOC ? Justifie ta réponse.

41 En utilisant des points de la figure, nomme un maximum de triangles isocèles. Justifie.



42 [AB] est une corde d'un cercle de centre O. Démontre que la médiatrice du segment [AB] passe par le point O.

43 Léa dit : « *Une diagonale du quadrilatère que je viens de tracer est la médiatrice de l'autre.* »

Léo lui répond : « *Alors je sais que tu as tracé un losange !* »

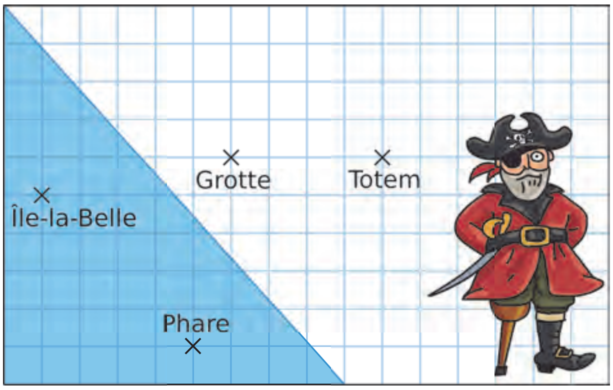
Qu'en penses-tu ?

44 **TICE Géométrie Dynamique**

a. Place trois points O, O' et I non alignés. Construis les cercles de centre O et O' passant par I. Ils se recoupent en J.

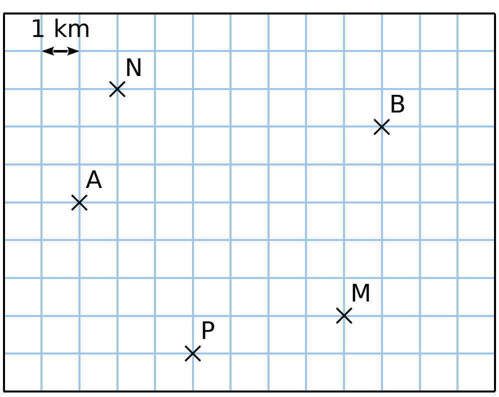
b. Que peux-tu dire de la position de la droite (OO') et du segment [IJ] ? Justifie ta réponse.

45 Le trésor des pirates est enfoui à égale distance du Phare et d'Île-la-Belle. De plus, Jojo a veillé à cacher ce magot aussi loin du Totem que de la Grotte. Reproduis cette carte et retrouve l'emplacement du butin.



46 Un fleuriste recherche un lieu pour établir son commerce.

Il souhaite le placer à égale distance de deux grossistes, représentés par les points A et B sur le schéma. Il veut également que son commerce se trouve à au moins 3 km de ses principaux concurrents, représentés par les points M, N et P.



Reproduis ce schéma puis détermine la région où le fleuriste peut installer son commerce.

47 **TICE Géométrie Dynamique**

a. Construis un triangle ABC.

b. Trace les médiatrices des côtés [AB] et [AC] et nomme O leur point d'intersection.

c. Trace la médiatrice du côté [BC].

d. Que remarques-tu ? Cette remarque est-elle encore valable si tu déplaces les points A, B et C ?

e. Construis le cercle de centre O passant par le point A.

f. Que remarques-tu ? Cette remarque est-elle encore valable si tu déplaces les points A, B et C ?

Remarque : On dit que les médiatrices du triangle ABC sont concourantes en un point qui est le centre du cercle circonscrit au triangle.

Ce résultat est démontré à l'exercice **48**.

48 ***Médiatrices et cercle circonscrit***

a. Construis un triangle ABC. Construis les droites (d_1) et (d_2), médiatrices respectives des côtés [AB] et [AC]. Nomme O leur point d'intersection.

b. Démontre que O est équidistant de B et de C.

c. Déduis-en que la médiatrice (d_3) de [BC] passe par O. (On dit que les médiatrices du triangle ABC sont concourantes en O.)

d. Démontre que le cercle de centre O passant par A passe aussi par les points B et C. (On dit que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.)

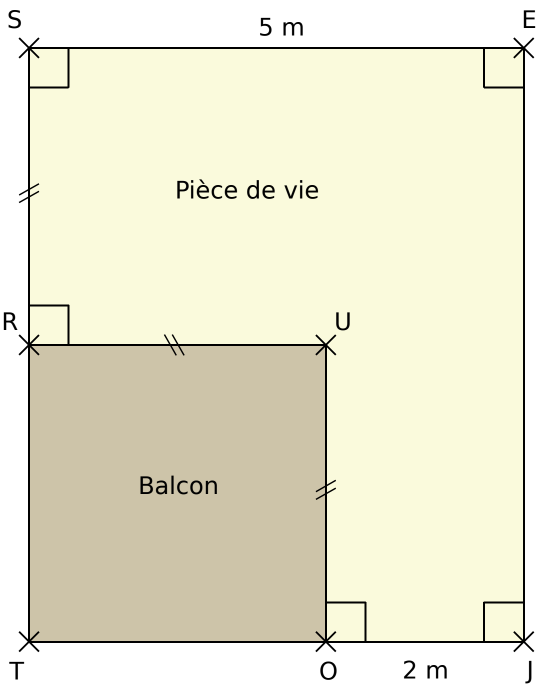
49 ***Remarquable !***

a. Construis un triangle FEU tel que FE = 8 cm, FU = 10 cm et EU = 6 cm.

b. Construis les médiatrices des côtés [FE] et [EU] et nomme O leur point d'intersection.
Que remarques-tu ?

c. Construis le cercle circonscrit au triangle FEU.

50 Le polygone SEJOUR représente la pièce de vie d'un appartement. Le segment [RU] représente une baie vitrée donnant sur un balcon.



a. Reproduis la figure en prenant 1 cm pour 1 m.

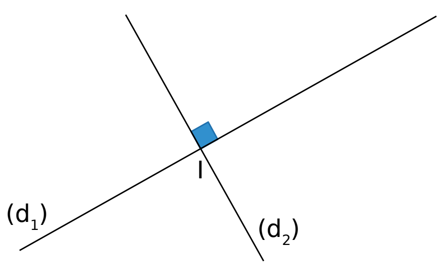
b. Démontre que l'angle $\widehat{RUO}$ est un angle droit.

On souhaite mettre du parquet et des plinthes à l'intérieur de cette pièce.

c. Quelle longueur de plinthes faut-il prévoir ? (Pense à décompter la baie vitrée !)

d. Quelle surface de parquet faut-il prévoir ?

51 (d_1) et (d_2) sont des droites perpendiculaires et I est leur point d'intersection. O est un point extérieur à (d_1) et (d_2).



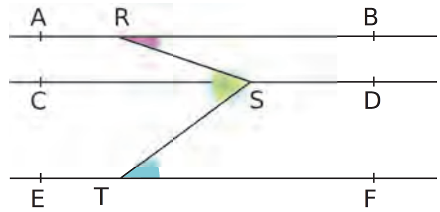
a. Fais une figure.

b. Construis le point I', symétrique de I par rapport au point O.

c. Construis la droite (d_3), symétrique de la droite (d_1) par rapport à O. Explique ta construction. Construis la droite (d_4), symétrique de (d_2) par rapport à O.

d. Que peut-on dire des droites (d_3) et (d_4) ? Justifie ta réponse.

52 ***Zig-zag***



Sur la figure ci-dessus :

- les droites (AB), (CD) et (EF) sont parallèles ;
- R est un point de (AB) ;
- S est un point de (CD) tel que $\widehat{BRS} = 20°$;
- T est un point de (EF) tel que $\widehat{RST} = 57°$.

Calcule la mesure de l'angle $\widehat{STF}$.

53 **TICE Géométrie Dynamique**

a. Place trois points A, B et C non alignés.

b. Trace les droites (AB) et (BC).

c. Trace la droite parallèle à (AB) passant par C puis la droite parallèle à (BC) passant par A. Nomme D le point d'intersection de ces deux droites.

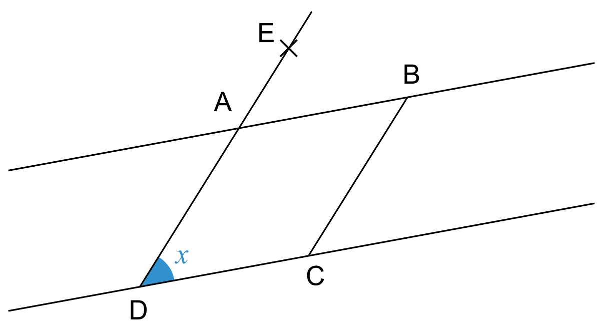
d. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ainsi construit ?

e. Affiche les mesures des angles du quadrilatère ABCD.

f. Que peux-tu conjecturer concernant la somme des angles du quadrilatère ABCD ?

Ce résultat est démontré à l'exercice **54**.

54 ABCD est un parallélogramme.
Les points D, A et E sont alignés.



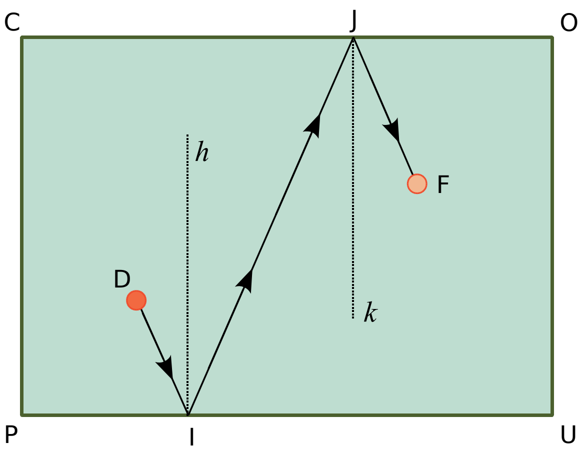
On note x la mesure de l'angle $\widehat{ADC}$.

a. Exprime, en fonction de x, la mesure de l'angle $\widehat{EAB}$, puis celle de l'angle $\widehat{BAD}$.

b. Exprime, en fonction de x, la mesure des angles $\widehat{DCB}$ et $\widehat{CBA}$.

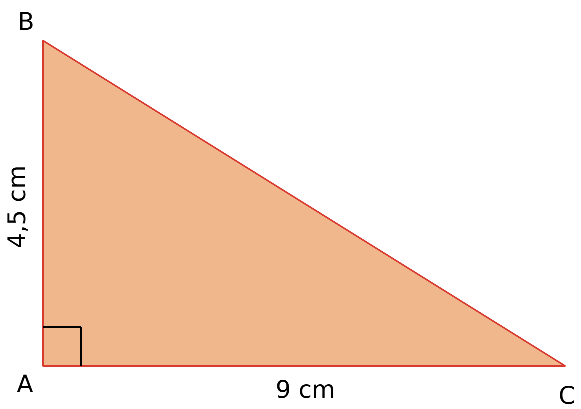
c. Que peux-tu en déduire concernant la somme des angles d'un parallélogramme ?

55 COUP représente le plateau rectangulaire d'un billard. La ligne brisée DIJF représente la trajectoire d'une boule de billard lors d'un coup. D est la position de la boule au départ du coup et F représente sa position finale. I est le premier impact de la balle sur l'une des bandes. [Ih) est la bissectrice de $\widehat{DIJ}$. De même, [Jk) est la bissectrice de $\widehat{IJF}$.



Démontre que les segments [DI] et [JF] sont parallèles.

56 Reproduis ce triangle en vraie grandeur.



a. Place le point E sur le segment [AC] tel que EC = 6 cm. Calcule AE.

b. Place le milieu H du segment [EC].

c. Trace la médiatrice de [EC] et nomme J son point d'intersection avec le côté [BC].

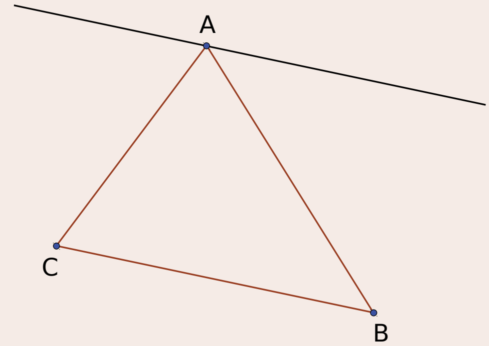
d. Place le point d'intersection M des droites (JH) et (BE).

e. Démontre que les angles $\widehat{ABE}$ et $\widehat{EMH}$ ont la même mesure.

f. Démontre que les segments [HM] et [AB] sont parallèles et de même longueur. Pour cela, tu pourras considérer la symétrie centrale de centre E.

57 **TICE Géométrie Dynamique**

a. Construis un triangle ABC et la droite (d), parallèle à (BC), passant par A.

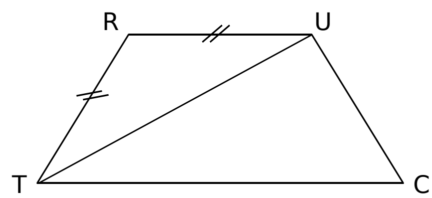


b. Trace la bissectrice de $\widehat{ACB}$ et nomme D son intersection avec (d).

c. Trace la bissectrice de $\widehat{ABC}$ et nomme E son intersection avec (d).

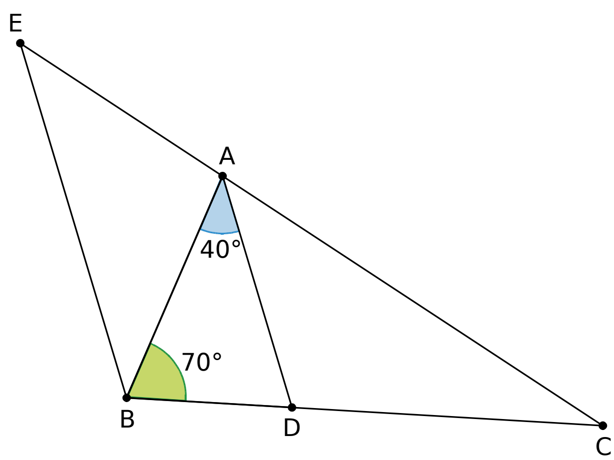
d. Identifie deux triangles qui te semblent isocèles puis démontre qu'ils le sont effectivement.

58 TRUC est un trapèze de bases [RU] et [TC], tel que RT = RU.



Prouve que [TU) est la bissectrice de l'angle $\widehat{RTC}$.

59 Sur cette figure, [AD) est la bissectrice de $\widehat{BAC}$ et $\widehat{EBC}$ = 110°.



a. Démontre que les droites (EB) et (AD) sont parallèles.

b. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{BEA}$.

À travers l'Histoire

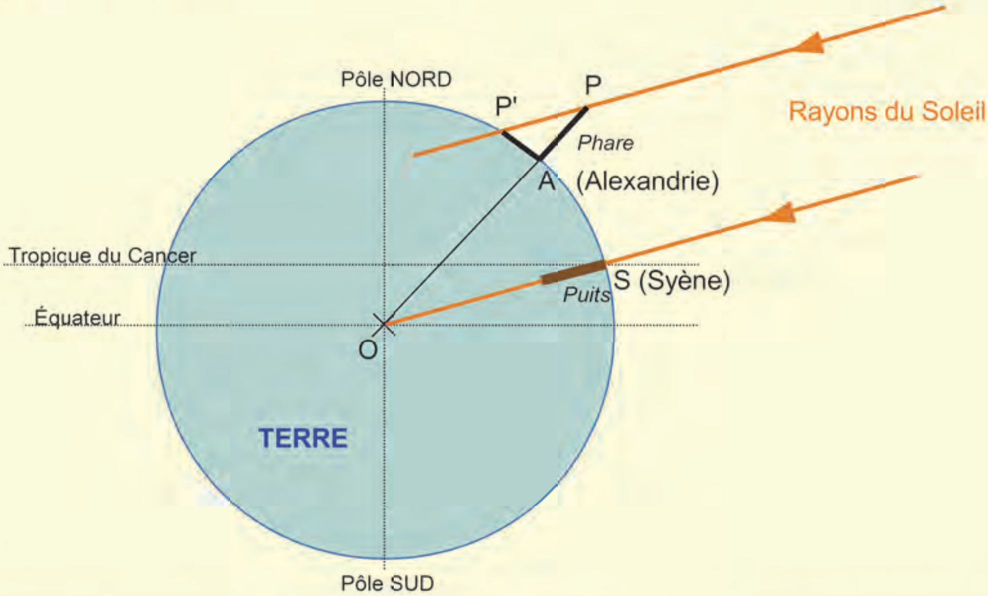
Ératosthène était un savant grec du III^e siècle avant J-C. À la fois mathématicien, philosophe, géographe et astronome, il fut le premier à évaluer précisément la circonférence de la Terre.

Ératosthène enseignant à Alexandrie
(B. Strozzi, 1635, musée des beaux-arts de Montréal)

Ératosthène remarqua qu'en marchant depuis Syène, tout droit en direction du Nord, on arrivait à Alexandrie. Il conclut donc que ces deux villes se trouvaient sur le même méridien.

Il nota également qu'au 21 juin, les rayons du Soleil éclairaient parfaitement le fond d'un puits situé à Syène. Les rayons du Soleil arrivaient donc verticalement à cet endroit. Or le 21 juin, à Alexandrie, les rayons du Soleil faisaient une ombre avec le phare de la ville, prouvant ainsi qu'ils n'arrivaient pas verticalement à cet endroit. Ératosthène parvint à mesurer l'angle situé entre les rayons du Soleil et le phare. Il l'évalua à « *un cinquantième de cercle* ».

Par ailleurs, Ératosthène savait que la distance séparant les villes d'Alexandrie et de Syène était de 5 000 stades.



a. À quelle mesure en degrés correspond, selon toi, la valeur d'« *un cinquantième de cercle* » établie par Ératosthène pour l'angle $\widehat{P'PA}$?

b. Ératosthène est parvenu à estimer la mesure de l'angle $\widehat{AOS}$, dont le sommet O représente pourtant le centre de la Terre ! Peux-tu expliquer son raisonnement ?

c. Sachant qu'un stade vaut environ 1,60 m, quelle distance en kilomètres sépare Alexandrie de Syène ?

d. Avec toutes ces informations, estime à ton tour la circonférence de la Terre.

e. Fais une recherche sur la valeur de la circonférence de la Terre obtenue avec les moyens d'aujourd'hui. L'estimation d'Ératosthène était-elle très éloignée de cette valeur ?

f. Documente-toi sur la position géographique des villes d'Alexandrie et de Syène, ainsi que sur d'autres éléments marquants de la vie d'Ératosthène.

G3

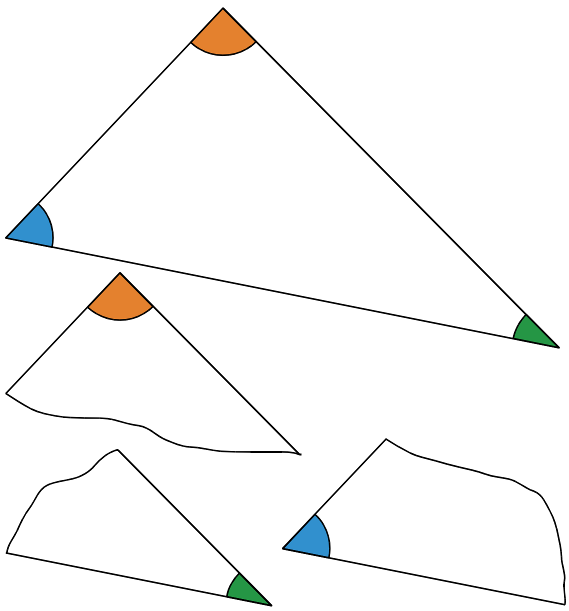
Triangles

Activités

1 Somme des angles d'un triangle

Cours : 1B

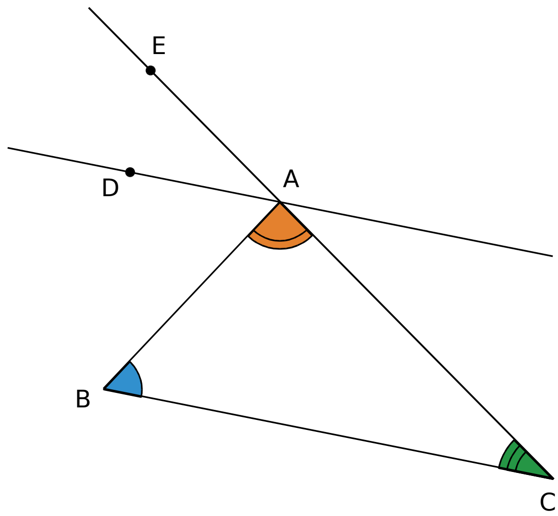
a Sur une feuille, construis un triangle quelconque, colorie chaque angle d'une couleur différente puis découpe les trois angles du triangle afin d'obtenir trois pièces d'un puzzle.



b En assemblant convenablement ces trois pièces, et en comparant les résultats de l'ensemble de la classe, quelle conjecture peut-on faire concernant la somme des trois angles d'un triangle ?

Démonstration

On considère un triangle ABC dont on code les trois angles. On trace la droite (DA) parallèle au segment [BC].



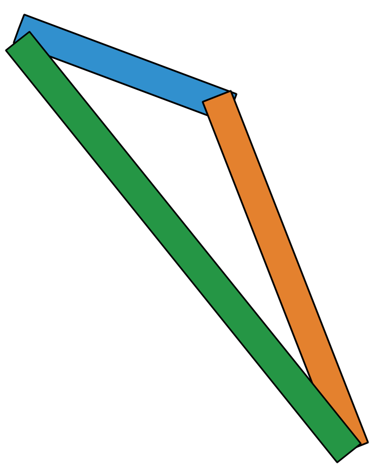
c Compare les angles $\widehat{DAB}$ et $\widehat{ABC}$. Justifie.

d Compare les angles $\widehat{EAD}$ et $\widehat{ACB}$. Justifie.

e Démontre alors la conjecture établie à la question **b**.

2 Inégalité triangulaire

Cours : 1A



a Construis 5 bandelettes rectangulaires de largeur environ 4 mm et de longueurs respectives : 3 cm, 5 cm, 7 cm, 10 cm et 12 cm. Tu pourras distinguer ces bandelettes en les coloriant.

b Peux-tu représenter un triangle :
- avec les bandelettes 3 cm, 5 cm et 7 cm ?
- avec les bandelettes 5 cm, 7 cm et 10 cm ?
- avec les bandelettes 3 cm, 5 cm et 12 cm ?
- avec les bandelettes 12 cm, 5 cm et 7 cm ?
- avec les bandelettes 3 cm, 5 cm et 10 cm ?

c Quand c'est possible, construis le triangle correspondant sur ton cahier à l'aide de tes instruments.

d Sans réaliser de figure, est-il possible de construire un triangle dont les côtés mesurent 21 cm, 25 cm et 42 cm ?

e Essaie d'énoncer une règle générale.

1 Propriétés dans un triangle

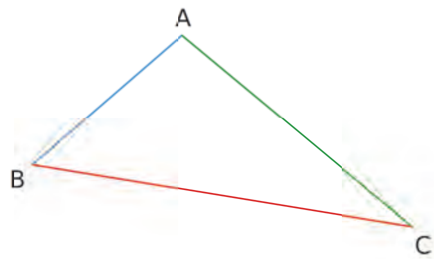
A Inégalité triangulaire

→ 13

Propriété 1 Dans un triangle, la longueur de chaque côté est **inférieure** à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Exemple :
Dans le triangle ABC, on a :

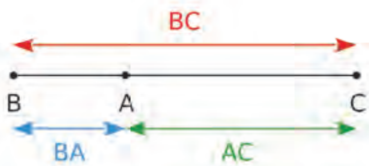
AB < AC + BC
BC < AB + AC
AC < AB + BC



Remarque :
On peut interpréter l'inégalité BC < AB + AC en remarquant que le chemin le plus court pour aller du point B au point C est la ligne droite.

Propriétés 2

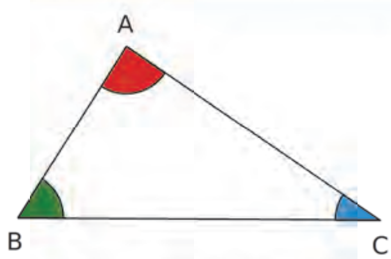
- Si un point A appartient au segment [BC], alors BC = BA + AC.
- Si trois points A, B et C sont tels que BC = BA + AC, alors A appartient au segment [BC]. (Autrement dit, les points A, B et C sont alignés.)

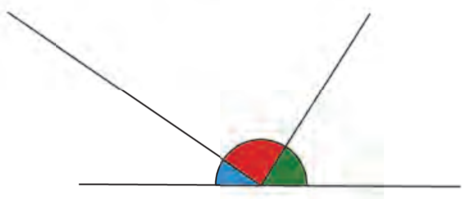


B Somme des angles

→ 25

Propriété
Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.





$\widehat{BAC} + \widehat{ACB} + \widehat{ABC} = 180°$

Exemple :
Dans le triangle ci-contre, on sait que :

$\widehat{GDF} = 54°$ et $\widehat{GFD} = 21°$

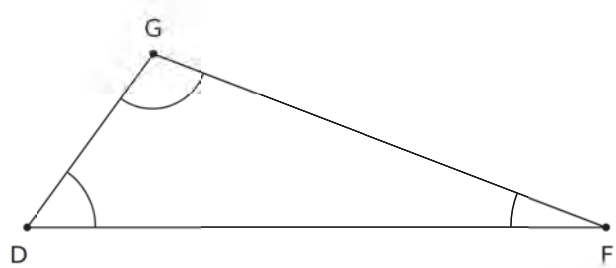
La sommes des mesures des angles du triangle GDF est égale à 180°, donc :

$\widehat{GDF} + \widehat{GFD} + \widehat{DGF} = 180°$

$54° + 21° + \widehat{DGF} = 180°$

$75° + \widehat{DGF} = 180°$

$\widehat{DGF} = 105°$



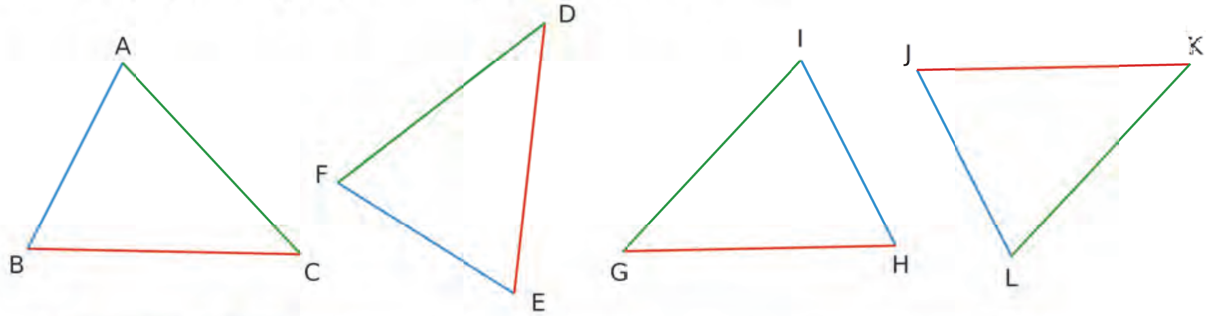
2 Construire un triangle

57

A Cas d'égalité de triangles

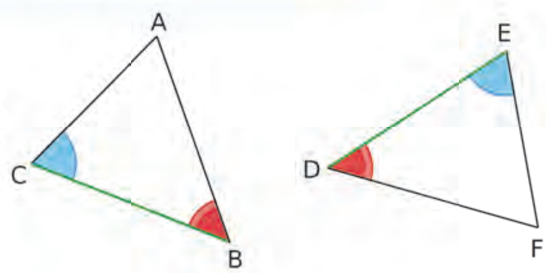
Définition Deux triangles sont **isométriques** si leurs côtés ont la même longueur deux à deux.

Exemple : Les triangles ABC, DEF, GHI et JKL sont isométriques.
Ils sont superposables par glissement et/ou retournement.



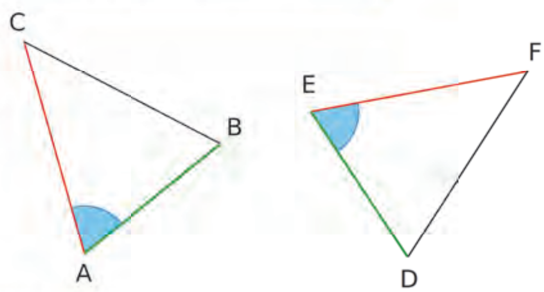
Propriété 1 **Si** deux triangles ont un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure, deux à deux, **alors** ils sont isométriques.

Exemple :
AB = DE
Le côté [AB] est compris entre les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CBA}$.
Le côté [DE] est compris entre les angles $\widehat{FED}$ et $\widehat{EDF}$.
De plus, $\widehat{CAB} = \widehat{FED}$ et $\widehat{CBA} = \widehat{EDF}$.
Donc les triangles ABC et EDF sont isométriques.



Propriété 2 **Si** deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur, deux à deux, **alors** ils sont isométriques.

Exemple :
$\widehat{CAB} = \widehat{FED}$
L'angle $\widehat{CAB}$ est compris entre les côtés [AC] et [AB].
L'angle $\widehat{FED}$ est compris entre les côtés [EF] et [ED].
De plus, AC = EF et AB = ED.
Donc les triangles ABC et DEF sont isométriques.



Propriété 3 **Si** deux triangles sont isométriques, **alors** :

- leurs angles ont la même mesure ;
- leurs aires sont égales.

Remarques :
Attention, la réciproque n'est pas forcément vraie.

- Deux triangles peuvent avoir des angles de même mesure, deux à deux, sans pour autant être isométriques.
- Deux triangles peuvent avoir la même aire sans pour autant être isométriques.

B Connaissant la longueur des trois côtés

Propriétés

- Un triangle est constructible lorsque la longueur de **son plus grand côté** est strictement **inférieure** à la somme des longueurs des deux autres côtés.
- Si ce n'est pas le cas, alors il n'est pas possible de construire un tel triangle.

Exemple :

On souhaite tracer un triangle ABC tel que BC = 5 cm et AC = 1,8 cm.
Dans les trois cas suivants, on donne la longueur AB.

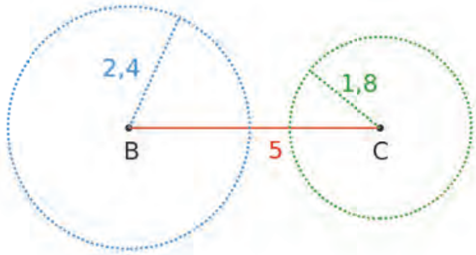
Est-il possible de construire un tel triangle ?

Cas 1

AB = 2,4 cm

Le plus grand côté est [BC] et
5 > 1,8 + 2,4 donc BC > AB + AC

Donc il n'est pas possible de construire ABC.

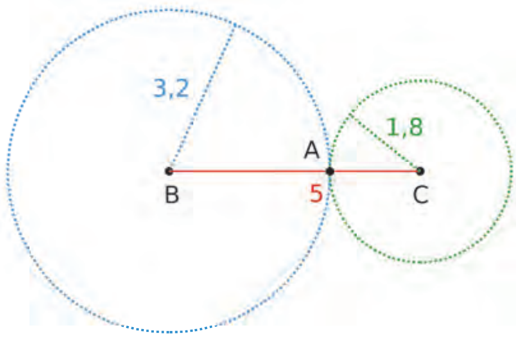


Cas 2

AB = 3,2 cm

Comme AB + AC = 3,2 + 1,8 = 5 = BC
les points A,B et C sont alignés.

Donc il n'est pas possible de construire ABC.



Cas 3

AB = 4,5 cm

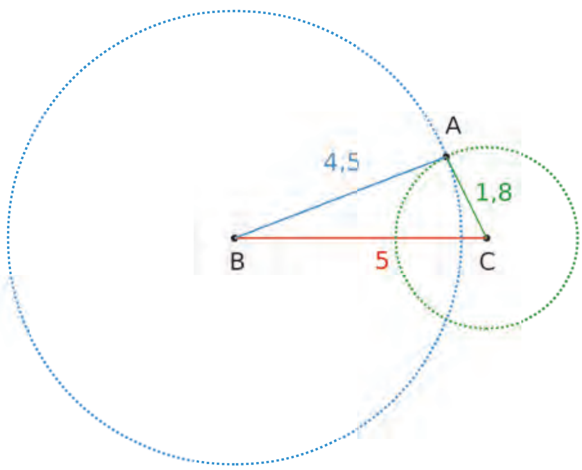
Le plus grand côté est [BC] et
5 < 4,5 + 2,4 donc BC < AB + AC

Donc ABC est constructible.

On trace :

- le plus grand côté [BC] de longueur 5 cm ;
- le cercle de centre C et de rayon 1,8 cm ;
- le cercle de centre B et de rayon 4,5 cm.

Ces deux cercles se coupent en A.

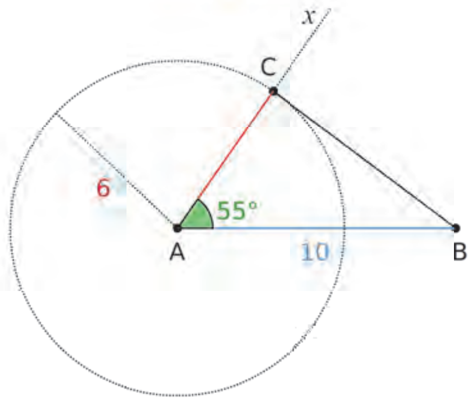


C Connaissant la longueur de deux côtés et la mesure de l'angle délimité par ces côtés

Exemple :
Pour construire un triangle ABC sachant que AB = 10 cm, $\widehat{BAC}$ = 55° et AC = 6 cm, on trace :

- un segment [AB] de longueur 10 cm ;
- la demi-droite [Ax) telle que $\widehat{BAx}$ = 55° ;
- le cercle de centre A et de rayon 6 cm.

C est le point d'intersection de ce cercle et de la demi-droite [Ax).

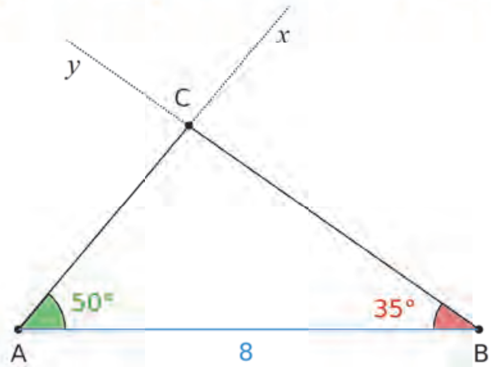


D Connaissant la longueur d'un côté et la mesure des angles adjacents à ce côté

Exemple :
Pour construire un triangle ABC sachant que AB = 8 cm , $\widehat{BAC}$ = 50° et $\widehat{ABC}$ = 35°, on trace :

- un segment [AB] de longueur 8 cm ;
- la demi-droite [Ax) telle que $\widehat{BAx}$ = 50° ;
- la demi-droite [By) telle que $\widehat{BAy}$ = 35°.

Ces deux demi-droites se coupent en C.

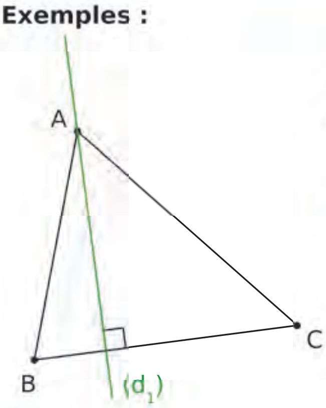


3 Hauteurs d'un triangle

→ 62

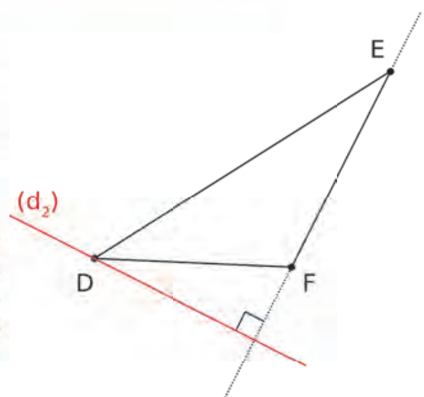
Définition Dans un triangle, une **hauteur** est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

Exemples :



Dans le triangle ABC, la droite (d_1) passe par le sommet A et est perpendiculaire au côté [BC].
On dit que (d_1) est la hauteur issue de A dans le triangle ABC.

Dans le triangle DEF, la droite (d_2) passe par le sommet D et est perpendiculaire au côté [EF].
On dit que (d_2) est la hauteur issue de D dans le triangle DEF.

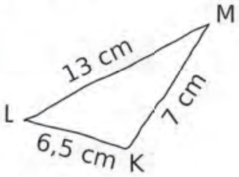


Voir aussi les Questions FLASH dans le manuel numérique !

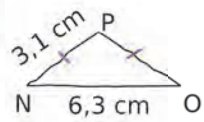
À l'oral !

1 Ces triangles existent-ils ? Justifie.

a.



b.



c. Le triangle ABC tel que :
AB = 3 cm ; AC = 9 cm et BC = 5,5 cm.

d. Le triangle EFG isocèle en E tel que :
FG = 8,4 cm et EF = 4,4 cm.

2 Soit RST un triangle tel que RS = 8 cm et RT = 5 cm. Quelle(s) longueur(s) peut (peuvent) être celle du troisième côté [ST] ? Justifie.

a. 7 cm
b. 2,5 cm
c. 13,5 cm
d. 12,5 cm

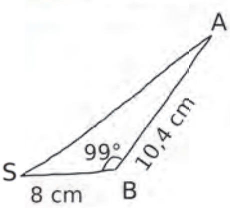
3 Dans quel(s) cas ci-dessous peut-on construire les points E, F et G ? Précise alors s'ils sont alignés et dans quel ordre.

a. EF = 9 cm ; EG = 4 cm ; FG = 5 cm.

b. EF = 10 cm ; EG = 12,5 cm ; FG = 4,5 cm.

c. EF = 4,7 cm ; EG = 4,1 cm ; FG = 9,1 cm.

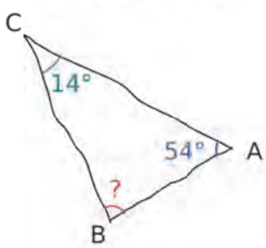
4 On considère le triangle BAS suivant.

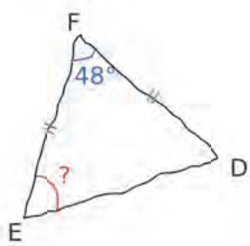


a. Énonce toutes les informations contenues dans ce dessin à main levée.

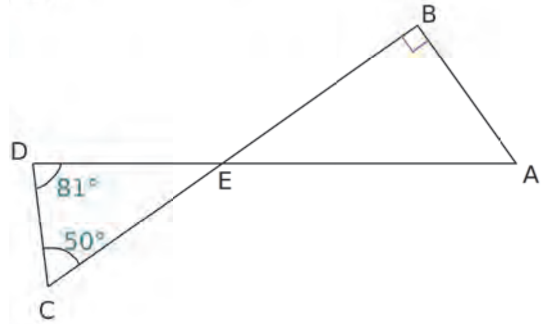
b. Peut-on construire ce triangle ?

5 Dans chaque cas ci-dessous, calcule la mesure de l'angle inconnu.



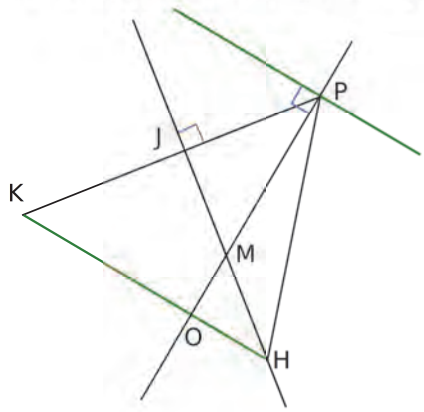


6 Calcule la mesure de chaque angle. Justifie.



7 Combien de triangles ABC isocèles, de dimensions différentes, peut-on construire, sachant que $\widehat{ABC} = 70°$ et AB = 5cm ?

8 Les droites vertes sont parallèles. Détermine les hauteurs du triangle KPM. Justifie.



9 Calcule l'aire d'un triangle de base 3 cm et dont la hauteur associée mesure 5 cm.

10 Vrai ou Faux

P.1. Un triangle peut avoir deux côtés de 4 cm et un côté de 9 cm.

P.2. Si deux angles d'un triangle mesurent 30° et 25°, alors le troisième angle mesure 125°.

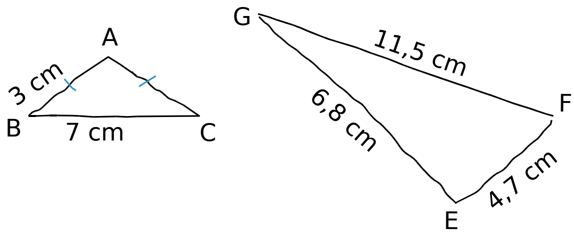
P.3. Si un triangle a un angle de 150°, alors il n'est pas isocèle.

P.4. La hauteur d'un triangle est parfois confondue avec un de ses côtés.

Exercices Je m'entraine

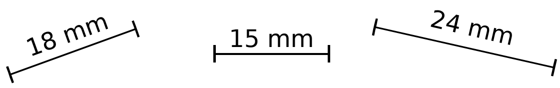
Inégalité triangulaire

11 Explique pourquoi il est impossible de construire de tels triangles.

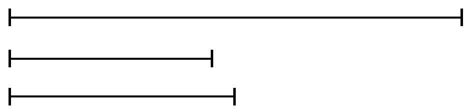


12 Dans chacun des cas suivants, indique si les trois segments donnés peuvent être les côtés d'un même triangle, sans le construire.

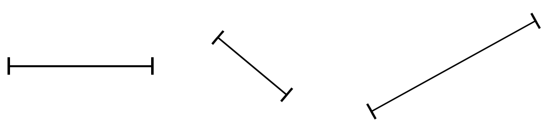
a. Effectue des calculs.



b. Mesure et effectue les calculs nécessaires.



c. Utilise ton compas et trace une demi-droite.



13 Précise s'il existe un triangle dont les longueurs des côtés sont...

a. 17 m ; 5 m et 3 m.

b. 11 mm ; 5 mm et 6 mm.

c. 3,5 cm ; 4,5 cm et 5,5 cm.

14 ***À toi de choisir !***

8 cm	**5 cm**	**12 cm**	**2 cm**
10 cm	**12 cm**	**15 cm**	**10 cm**
9 cm	**3 cm**	**5 cm**	**7 cm**

Dans ce tableau, choisis trois nombres correspondant aux longueurs des côtés d'un triangle...

a. non constructible ;

b. isocèle ;

c. non isocèle ;

d. de périmètre 20 cm.

15 Précise s'il existe un triangle dont les longueurs des côtés sont...

a. 2 m ; 55 dm et 0,8 dam.

b. 17 mm ; 9 cm et 1 dm.

c. 3 km ; 900 m et 40 hm.

16 Dans un triangle isocèle, un côté peut-il mesurer le double d'un autre côté ? Explique et fais un schéma.

17 Les trois côtés d'un triangle YHU ont pour mesure un nombre entier d'unités de longueur. Dans chaque cas ci-dessous, indique les valeurs minimale et maximale possibles pour YH lorsque :

a. UH = 6 et UY = 6 ;

b. UH = 12 et UY = 3.

18 On considère trois points B, U et S.

a. On suppose que BU = 7, US = 16 et SB = 9.
Les points B, U et S sont-ils alignés ?
Si oui, dans quel ordre ?

b. À présent, on suppose que BU = 5, US = 13 et SB = 9. Les points B, U et S sont-ils alignés ?
Si non, quelle longueur faut-il modifier pour que B appartienne au segment [US] ?

19 [ZU], [UT] et [TZ] sont trois segments dont la longueur peut être égale à 3 cm, 4 cm, 7 cm ou 10 cm. Indique toutes les possibilités pour que les points Z, U et T soient alignés. Fais un schéma dans chaque cas.

20 Marie a recopié l'exercice à faire pour demain. En voici l'énoncé :

« ABCD est un quadrilatère tel que :
AB = 3 cm ;
BC = 5 cm ;
AC = 7 cm ;
CD = 3 cm et
BD = 1 cm. »

Après plusieurs essais sans succès, Marie réalise qu'une des longueurs est fausse. Corrige l'énoncé en changeant une longueur pour qu'il soit possible de placer les quatre points.

21 Soit un segment [AB] mesurant 7 cm. Construis sur la même figure, lorsque cela est possible, des points M, N, P, Q, R et S, du même côté de (AB) ou sur la droite (AB), vérifiant les conditions ci-dessous. Dans les cas où les points sont alignés, tu préciseras la position relative des trois points.

a. AM = 6 cm et BM = 4,5 cm.

b. AN = 4,8 cm et BN = 2,2 cm.

c. AP = 5 cm et BP = 12 cm.

d. AQ = 3,1 cm et BQ = 3 cm.

e. AR = 6,5 cm et BR = 2,4 cm.

f. AS = 11 cm et BS = 4 cm.

22 Le périmètre d'un triangle est 18 cm. Ce triangle peut-il avoir un côté ...

a. de 7 cm ? Justifie.

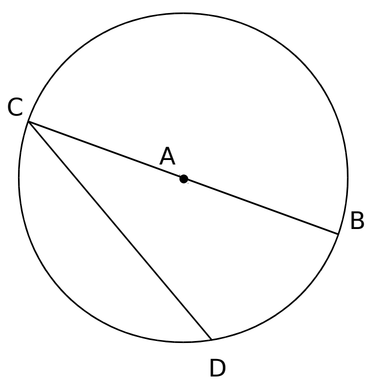
b. de 6,4 cm ? Justifie.

c. de 10,5 cm ? Justifie.

d. de 9 cm ? Justifie.

23 Lucien affirme que, dans un cercle donné, la corde ayant la longueur la plus grande est un diamètre du cercle.

Pour l'expliquer, il propose la figure suivante.

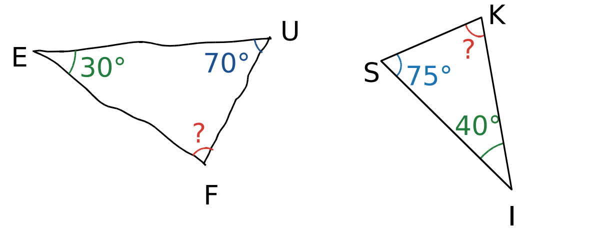


a. Que peut-on déduire de l'inégalité triangulaire dans le triangle ACD ?

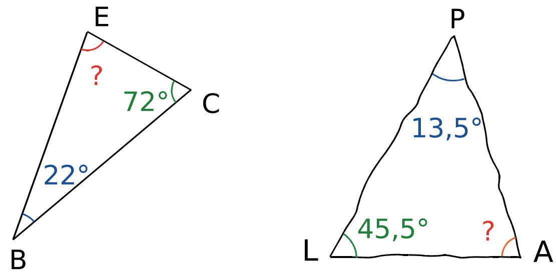
b. Explique pourquoi la longueur de la corde [CD] est toujours inférieure à celle du diamètre.
Dans quel cas est-elle égale au diamètre ?

Somme des angles d'un triangle

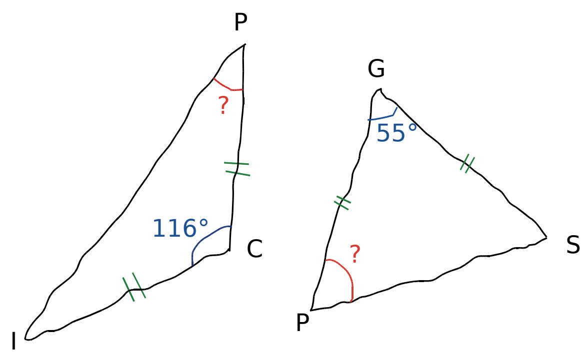
24 Dans chaque cas ci-dessous, calcule la mesure de l'angle inconnu.



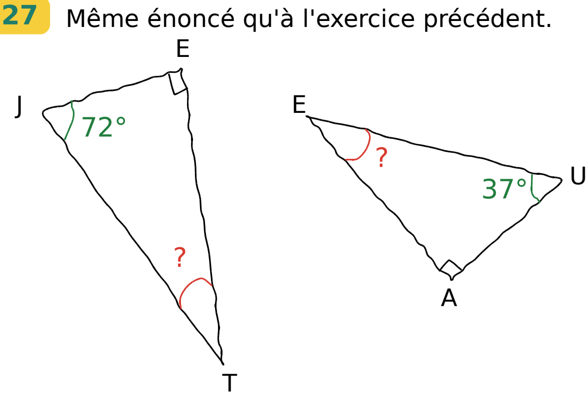
25 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.



26 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.



27 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.



28 ***Sans figure !***

a. PIF est un triangle tel que $\widehat{IFP}$ = 44° et $\widehat{FPI}$ = 40°. Calcule la mesure de $\widehat{PIF}$.

b. COL est un triangle tel que $\widehat{CLO}$ = 55° et $\widehat{LCO}$ = 1°. Calcule la mesure de $\widehat{COL}$.

29 ***Sans figure ! (bis)***

a. AME est un triangle tel que $\widehat{AME}$ = 15,5° et $\widehat{AEM}$ = 155,5°. Calcule la mesure de $\widehat{MAE}$.

b. PUR est un triangle tel que $\widehat{PUR}$ = 5,5° et $\widehat{PRU}$ = 160,5°. Calcule la mesure de $\widehat{UPR}$.

c. ART est un triangle tel que $\widehat{ART}$ = 0,1° et $\widehat{ATR}$ = 10°. Calcule la mesure de $\widehat{TAR}$.

30 Dans chaque cas ci-dessous, fais un schéma à main levée, puis calcule l'angle $\widehat{OUI}$.

a. OUI est rectangle en I et $\widehat{IOU}$ = 58°.

b. OUI est isocèle en I et $\widehat{IOU}$ = 58°.

c. OUI est isocèle en O et $\widehat{IOU}$ = 58°.

d. OUI est rectangle en U et $\widehat{IOU}$ = 58°.

e. OUI est rectangle isocèle en I.

31 Dans chaque cas ci-dessous, fais un schéma à main levée avec les mesures des 3 angles du triangle.

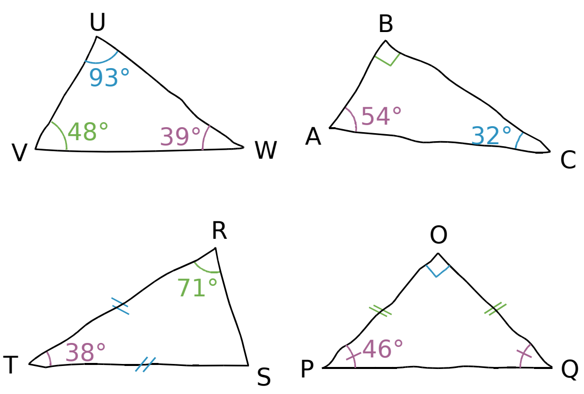
a. ZUT est rectangle en Z et $\widehat{ZUT}$ = 14,1°.

b. KIS est isocèle en I et $\widehat{KIS}$ = 100,2°.

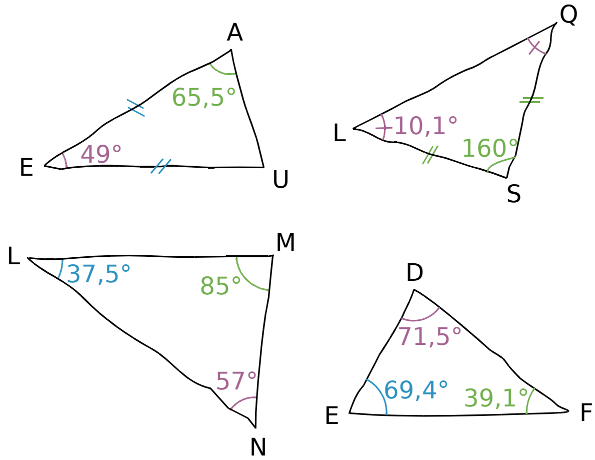
c. BUG est isocèle en G et $\widehat{BUG}$ = 1,1°.

d. OPF est équilatéral.

32 Les triangles représentés ci-dessous à main levée existent-ils ? Justifie chacune de tes réponses par un calcul.



33 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.



34 ***À toi de choisir !***

60°	50°	10°	40°
90°	80°	60°	80°
50°	60°	50°	10°

Dans ce tableau, choisis trois nombres correspondant aux mesures d'angles d'un triangle...

a. quelconque ;

b. équilatéral ;

c. non constructible ;

d. isocèle non équilatéral.

35 Dans chacun des cas suivants, quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie.

a. $\widehat{BAC}$ = 28° et $\widehat{ABC}$ = 124°.

b. $\widehat{BAC}$ = 37° et $\widehat{ABC}$ = 53°.

c. $\widehat{ACB}$ = 60° et BA = BC.

36 **TICE Tableur**

On connait la mesure de deux angles d'un triangle et on veut déterminer la mesure du troisième à l'aide d'un tableur.

B3

	A	B
1	Mesure du premier angle (en °)	57
2	Mesure du deuxième angle (en°)	72
3	Mesure du troisième angle (en°)	

a. Quelle formule faut-il écrire dans la cellule B3 ?

b. Teste ta formule avec les données des exercices **24** et **25**.

37 **TICE Tableur**

On connait la mesure de l'angle principal d'un triangle isocèle et on veut déterminer la mesure des angles à la base avec un tableur.

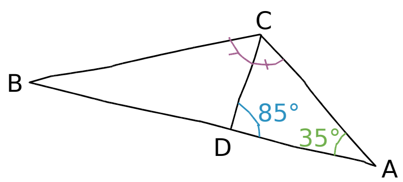
B2

	A	B
1	Mesure de l'angle principal (en °)	80
2	Mesure d'un angle à la base(en°)	

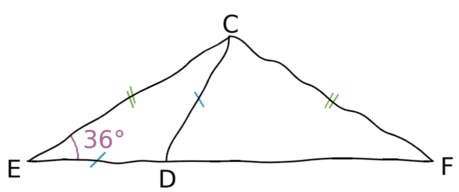
a. Quelle formule faut-il écrire dans la cellule B2 ?

b. Teste ta formule avec les données de l'exercice **26**.

38 Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$, sachant que les points A, D et B sont alignés. Justifie.



39 ***Calculs, démonstration, construction***

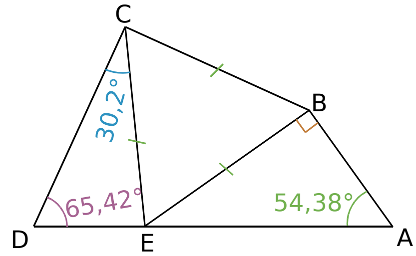


a. Sur cette figure à main levée, les points E, D et F sont alignés. En utilisant les indications portées sur la figure, calcule la mesure des angles $\widehat{ECD}$, $\widehat{EDC}$, $\widehat{CDF}$ et $\widehat{DCF}$.

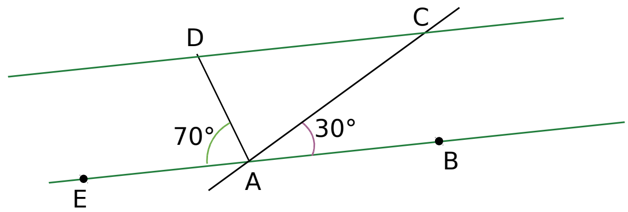
b. Que peut-on dire du triangle CDF ? Justifie.

c. Construis la figure lorsque CD = 5 cm.

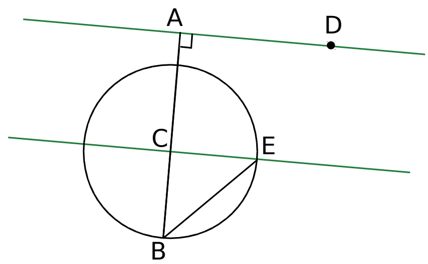
40 En observant la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, Aline affirme que les points D, E et A sont alignés. Qu'en penses-tu ?



41 Les droites en vert sont parallèles. Calcule la mesure des angles du triangle ACD.



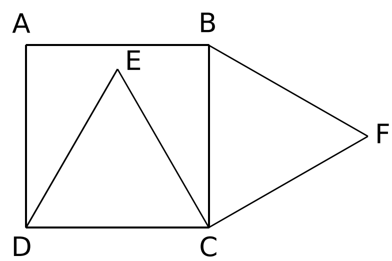
42 Les droites en vert sont parallèles. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{CEB}$. Justifie.



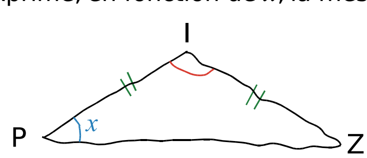
43 ABCD est un carré. DEC et BFC sont équilatéraux.

a. Que peut-on conjecturer en ce qui concerne les points A, E et F ?

b. Calcule la mesure de tous les angles de la figure et démontre cette conjecture.



44 Exprime, en fonction de x, la mesure de $\widehat{ZIP}$.



Cas d'égalité de triangles

45 Dans chaque cas ci-dessous, construis un triangle correspondant aux données. Compare avec ton voisin et indique dans quels cas on peut affirmer que les triangles construits sont isométriques.

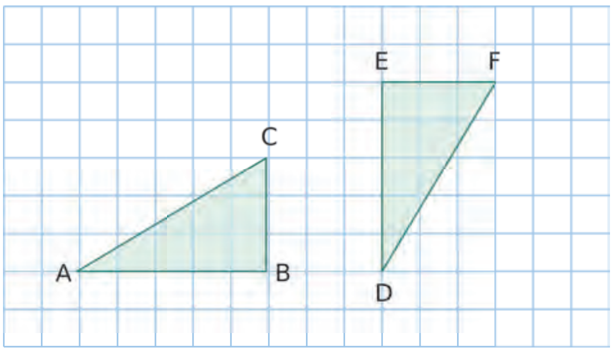
a. ABC tel que : AB = 5 cm et AC = 4 cm.

b. DEF tel que : $\widehat{FED} = 70°$ et $\widehat{DFE} = 30°$.

c. IJK tel que : IJ = 6 cm, JK = 7 cm et KL = 8 cm.

d. LMN tel que :
LM = 6 cm, $\widehat{LMN} = 60°$ et $\widehat{MLN} = 20°$.

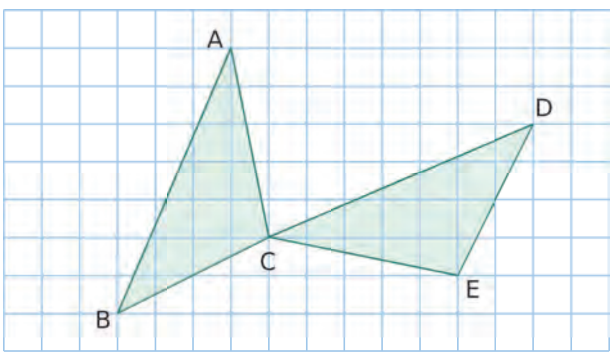
46 Reproduis cette figure.



a. Pourquoi peut-on affirmer que les triangles ABC et DEF sont isométriques ?

b. Code les côtés de même longueur et colorie d'une même couleur les angles de même mesure.

47 Reproduis cette figure.



a. Que peux-tu dire des triangles ABC et CDE ?

b. Code les côtés de même longueur et colorie d'une même couleur les angles de même mesure.

48 Soient un triangle ABC isocèle en A et I le milieu de [BC].

a. Démontre que les triangles AIB et AIC sont isométriques.

b. Pourquoi les angles $\widehat{AIB}$ et $\widehat{AIC}$ sont-ils droits ?

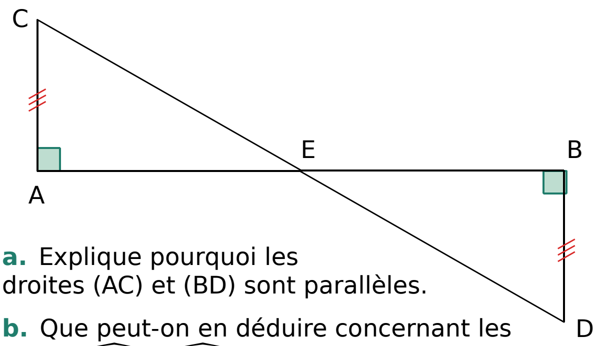
49 ***Du triangle au quadrilatère***

a. Construis un triangle ABC tel que BC = 6 cm, BA = 3 cm et $\widehat{ABC} = 70°$.

b. Construis le triangle BCD tel que CD = 3 cm, $\widehat{BCD} = 70°$, et les points A et D ne soient pas placés du même côté de la droite (BC).

c. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? Justifie.

50 (AB) et (CD) se coupent en E.



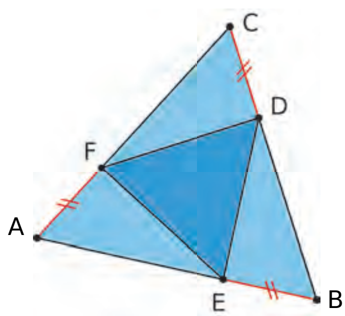
a. Explique pourquoi les droites (AC) et (BD) sont parallèles.

b. Que peut-on en déduire concernant les angles $\widehat{ACE}$ et $\widehat{EDB}$?

c. Démontre que les triangles ACE et EBD sont isométriques.

d. Que peux-tu en déduire sur le point E et les segments [AB] et [CD] ?

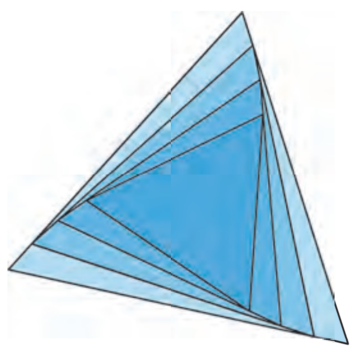
51 Soit un triangle équilatéral ABC. D, E et F appartiennent aux côtés tels que CD = BE = AF.



a. Explique pourquoi les triangles CFD, DEB et AFE sont isométriques.

b. Que peut-on déduire pour le triangle DEF ? Justifie.

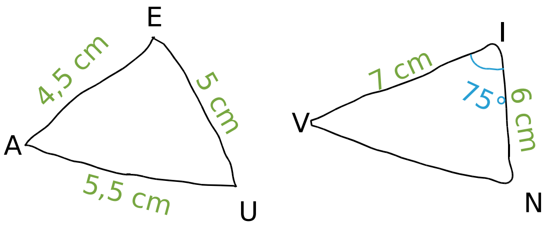
c. Reproduis la figure ci-dessous en commençant par tracer un triangle équilatéral de côté 10 cm. Construis successivement les six triangles suivants en prenant 1 cm comme décalage.



d. Comment apprécier la qualité de la figure finale ? Pourquoi ?

Construction de triangles

52 Reproduis en vraie grandeur.



53 Dans chaque cas ci-dessous, replace les informations sur une figure à main levée.

a. Le triangle SUR tel que :
SU = 4,5 cm, $\widehat{USR}$ = 60° et $\widehat{RUS}$ = 40°.

b. Le triangle QTD tel que :
QT = 1 dm, TD = 7 cm et $\widehat{QTD}$ = 110°.

54 Dans chaque cas ci-dessous, replace les informations sur une figure à main levée.

a. Le triangle POL isocèle en P tel que :
PO = 14 cm et LO = 5 cm.

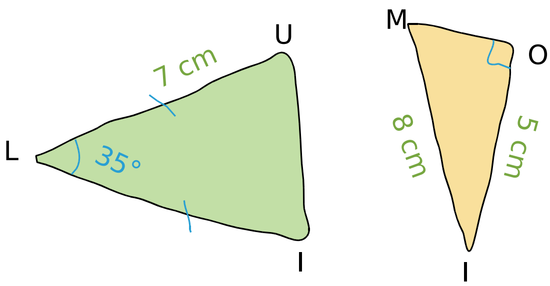
b. Le triangle DYS isocèle en Y tel que :
DS = 7,2 cm et $\widehat{DYS}$ = 95°.

55 Dans chaque cas ci-dessous, replace les informations sur une figure à main levée.

a. Le triangle FAC rectangle en C tel que :
CA = 6,5 cm et $\widehat{AFC}$ = 50°.

b. Le triangle BUT rectangle isocèle en U tel que :
BU = 3,8 cm.

56 Reproduis en vraie grandeur les triangles suivants.



57 Après avoir tracé une figure à main levée, construis en vraie grandeur les triangles suivants.

a. Le triangle GHI tel que :
GH = 8 cm, HI = 5 cm et GI = 6 cm.

b. Le triangle MNO tel que :
MN = 4,5 cm, MO = 7 cm et $\widehat{NMO}$ = 48°.

58 Après avoir tracé une figure à main levée, construis en vraie grandeur les triangles suivants.

a. Le triangle DEF tel que :
$\widehat{FDE}$ = 45°, DE = 8 cm et $\widehat{FED}$ = 28°.

b. Le triangle ABC tel que :
AB = 4 cm, AC = 6,7 cm et $\widehat{BAC}$ = 132°.

59 Après avoir effectué les calculs nécessaires, trace chaque triangle ci-dessous en vraie grandeur.

a. Le triangle EFG tel que :
EF = 7,5 cm, $\widehat{EFG}$ = 49° et $\widehat{EGF}$ = 72°.

b. Le triangle équilatéral PLM de périmètre 15 cm.

60 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

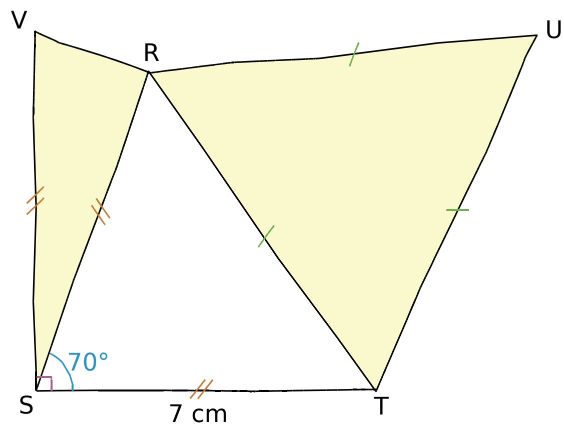
a. Le triangle RST isocèle en S de périmètre 13 cm et tel que ST = 4 cm.

b. Le triangle AYB isocèle et rectangle en Y tel que BA = 7 cm.

c. Le triangle OCI isocèle en I tel que :
CO = 4,5 cm et $\widehat{CIO}$ = 30°.

61 ***Construire puis décrire***

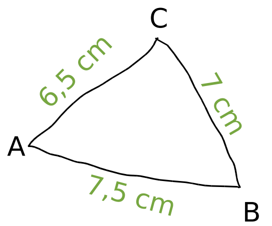
a. Sur ton cahier, reproduis en vraie grandeur la figure suivante.



b. Écris le programme de construction.

Hauteurs d'un triangle

62 Construis le triangle ABC ci-dessous, puis construis la hauteur issue de A.



63 ***Prenons de la hauteur !***

a. Construis un triangle DER ayant tous ses angles aigus, puis les hauteurs de ce triangle.

b. Construis un triangle NRV tel que $\widehat{NRV}$ soit un angle obtus, puis les hauteurs de ce triangle.

c. Construis un triangle GHT rectangle en T, puis les hauteurs de ce triangle.

d. Observe les trois figures.
Que remarques-tu ?

64 TICE Géométrie Dynamique

a. Construis deux droites sécantes en H.

b. Construis un triangle ayant pour hauteurs les deux droites tracées.

c. Y a-t-il plusieurs solutions possibles ? Si oui, propose quelques figures.

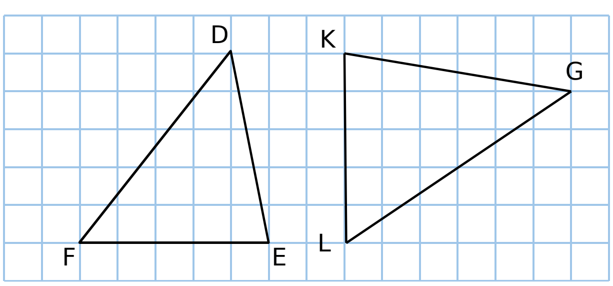
65 Construis un triangle PIG tel que :
PI= 5 cm, $\widehat{IPG}$ = 120° et $\widehat{PIG}$ = 30°.

a. Construis la hauteur issue de G.

b. Construis la médiatrice de [PI].

c. Démontre que les deux droites tracées sont parallèles.

66 Reproduis cette figure sur ton cahier. Mesure la hauteur issue de D pour le triangle DEF et celle issue de G pour le triangle KLG. Puis calcule l'aire de ces deux triangles.

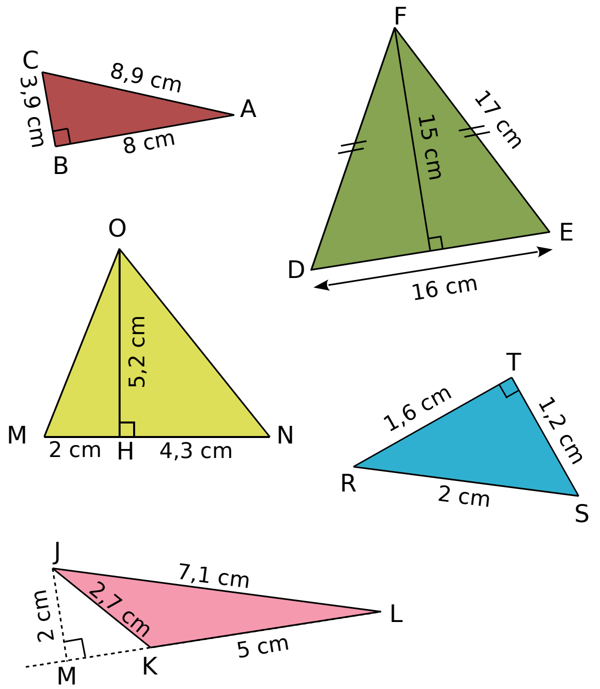


67 Pour chaque triangle, fais une figure à main levée puis calcule son aire.

a. ABC rectangle en A tel que :
AB = 3 cm et AC = 8 cm.

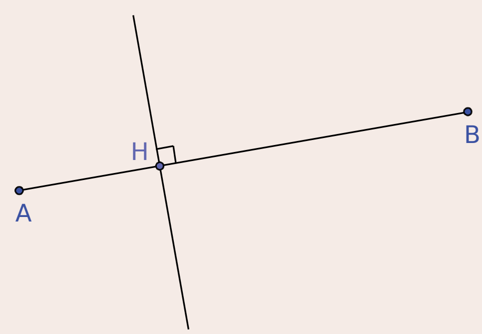
b. DEF rectangle en E tel que :
DF = 13 cm, DE = 5 cm et EF = 12 cm.

68 Calcule l'aire de chaque triangle.
(Attention, les triangles ne sont pas dessinés en vraie grandeur.)



69 TICE Géométrie Dynamique

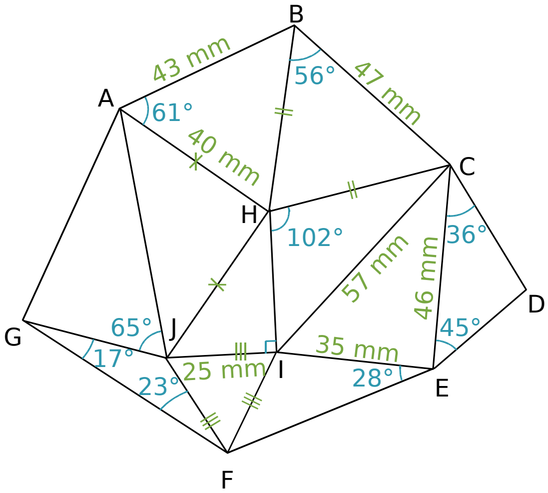
a. Construis :
- un segment [AB] de longueur 7 cm ;
- le point H de [AB] tel que AH = 2 cm ;
- la perpendiculaire à [AB] passant par H.



b. On considère un point C tel que la droite (CH) soit la hauteur du triangle ABC.
ABC peut-il être isocèle en C ?

c. Construis le point C tel que ABC soit isocèle en B. Y a-t-il une seule possibilité ?

70 ***Triangles à gogo !***



a. Parmi les onze triangles tracés, indique ceux qui sont isocèles, rectangles ou équilatéraux.

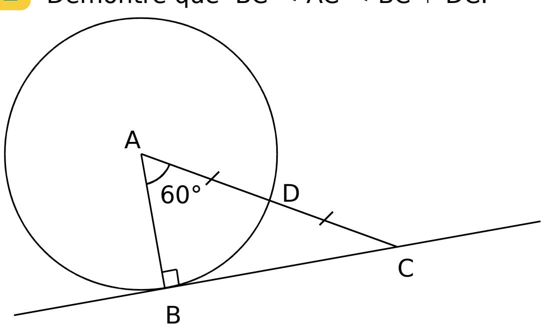
b. Calcule le périmètre du triangle CIE.

c. Recopie et complète le tableau suivant.

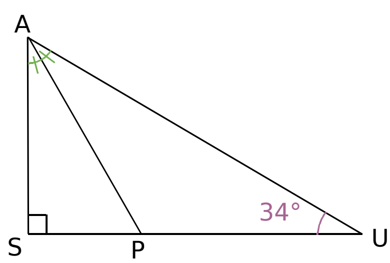
Triangle	Je connais ou je peux calculer :
BHC	Je connais un côté et un angle adjacent à ce côté. Je peux calculer tous les angles.
...	...

d. Quels sont les triangles dont on ne connait pas assez de données pour pouvoir les construire individuellement ?

71 Démontre que BC < AC < BC + DC.



72 Est-il vrai que l'angle $\widehat{SPA}$ mesure 34° de plus que l'angle $\widehat{PAS}$? Justifie ta réponse.



73 Laure a trouvé un triangle intéressant dont tous les angles ont pour mesure un entier pair (c'est-à-dire multiple de 2) : 44°, 66° et 70°.

a. Trouve un autre exemple de triangle dont les mesures d'angles sont paires.

En poursuivant ses recherches, elle a trouvé un triangle dont les mesures sont des multiples de 3 : 45°, 51° et 84°.

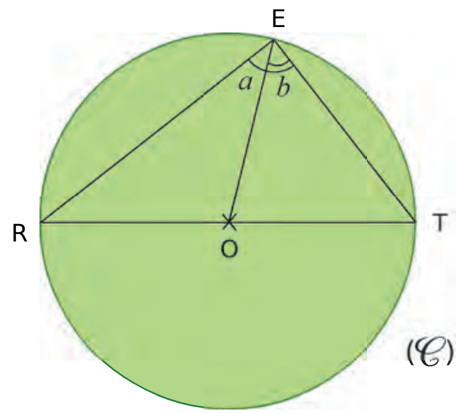
b. Trouve un autre exemple de triangle dont les mesures d'angles sont des multiples de 3.

c. Continue les recherches de Laure en cherchant des triangles dont les mesures des angles sont des multiples de 4.

d. Peut-on généraliser la recherche avec des multiples de n'importe quel nombre entier ? Justifie.

74 ***Triangles et cercle***

Soient ($\mathscr{C}$), un cercle de centre O et de diamètre [RT], et E, un point quelconque de ($\mathscr{C}$).



a. Reproduis cette figure et code-la. Quelle est la nature des triangles ORE et TEO ?

b. On désigne par a et b les mesures respectives des angles $\widehat{REO}$ et $\widehat{OET}$. Quelles sont les mesures des angles $\widehat{ORE}$ et $\widehat{OTE}$?

c. En considérant le triangle RET, explique pourquoi $2 \times a + 2 \times b = 180°$.

d. Déduis-en que le triangle RTE est rectangle et précise en quel point.

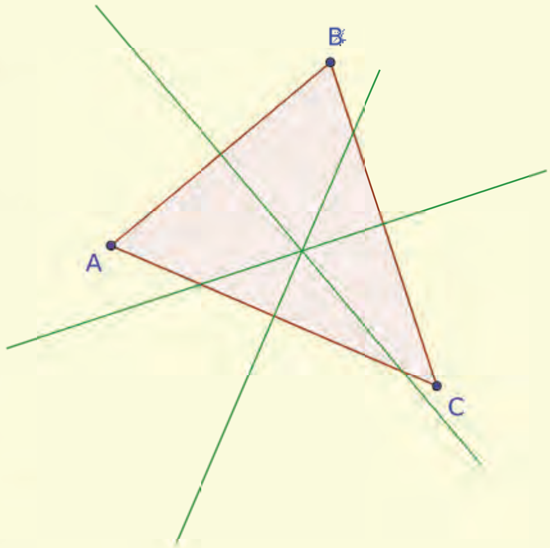
e. Recopie et complète la propriété suivante :

« Si un côté d'un triangle est un ... du cercle ... à ce triangle, alors ce triangle est ... . ».

75 **TICE Géométrie Dynamique**

Construis un triangle quelconque ABC. Essaie de placer un point M à l'intérieur du triangle de telle sorte que les triangles ABM, ACM et BCM aient la même aire.

Cercle d'Euler



Utilise un logiciel de géométrie dynamique pour effectuer la construction suivante.

a. Construis un triangle ABC.

b. Construis, en vert, les médiatrices des côtés du triangle.

c. Déplace les sommets du triangle.
- Que remarques-tu ?
- Appelle O leur point d'intersection.

d. Construis, en rouge, le cercle de centre O passant par A.
- Que remarques-tu ?
(Pour la justification de ce résultat, voir l'exercice **48**, page 107).

e. Construis, en bleu, les trois hauteurs du triangle.
- Quelle conjecture peux-tu faire ?
- Appelle H leur point d'intersection.
- Déplace les sommets du triangle. Les points O et H sont-ils toujours à l'intérieur du triangle ?
- Selon toi, à quelle condition ces points sont-ils à l'intérieur du triangle ?
- Peut-on avoir O et H sur un côté du triangle ? Sur un sommet ?

f. Construis les milieux des trois côtés du triangle et, en vert, les segments joignant chaque sommet au milieu du côté opposé. Ces segments sont les médianes du triangle.
- Quelle conjecture peux-tu faire ?
- Appelle G leur point d'intersection.
- Est-il possible d'avoir ce point G à l'extérieur du triangle ?
- Te semble-t-il possible d'avoir les trois points O, H et G confondus ?

g. Construis, en orange, la droite (OH). Cette droite est appelée la droite d'Euler.
- Que remarques-tu ?

h. Construis, en orange, le cercle de centre le milieu du segment [OH] et passant par le milieu du segment [AB]. Ce cercle est appelé le cercle d'Euler.
- Par quels points remarquables de la figure semble passer ce cercle ?

i. Leonhard Euler (1707 - 1783) est un mathématicien et physicien suisse.

Retrouve sur Internet les notations qu'il a introduites en mathématiques. Tu retrouveras certaines d'entre elles pendant tes années de collège.

G4

Parallélogrammes

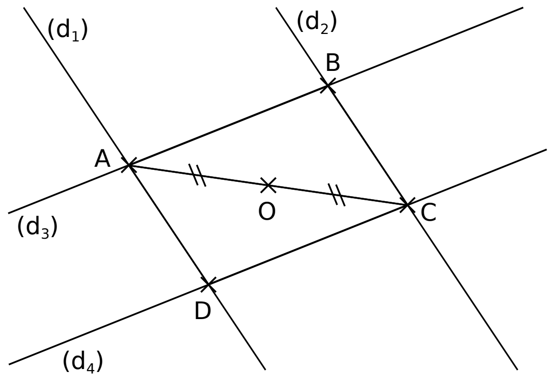
Activités

1 Propriétés du parallélogramme

Cours : 1-B

PARTIE 1

ABCD est un parallélogramme et O est le milieu du segment [AC]. On considère la symétrie centrale de centre O.



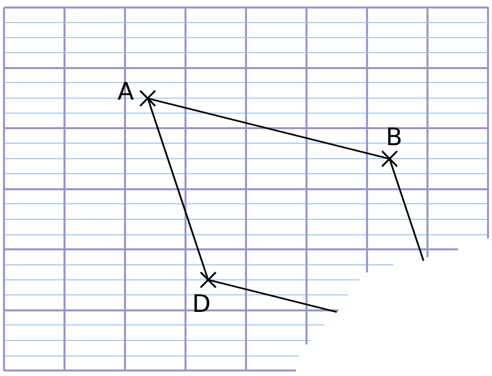
a Explique pourquoi le symétrique de la droite (d_1) est la droite passant par C et parallèle à (d_1). Quel est le symétrique de la droite (d_1) ?

b Quel est le symétrique de la droite (d_4) ?

c Quel est le symétrique du point D ? Pourquoi ?

d Quelle propriété du parallélogramme as-tu démontrée ici ?

PARTIE 2



Kévin a retrouvé sa construction du parallélogramme ABCD mais il est très embêté car sa feuille est déchirée. Il doit mesurer les côtés de la figure pour déterminer son périmètre.

e Explique comment Kévin peut tout de même déterminer le périmètre du parallélogramme ABCD.

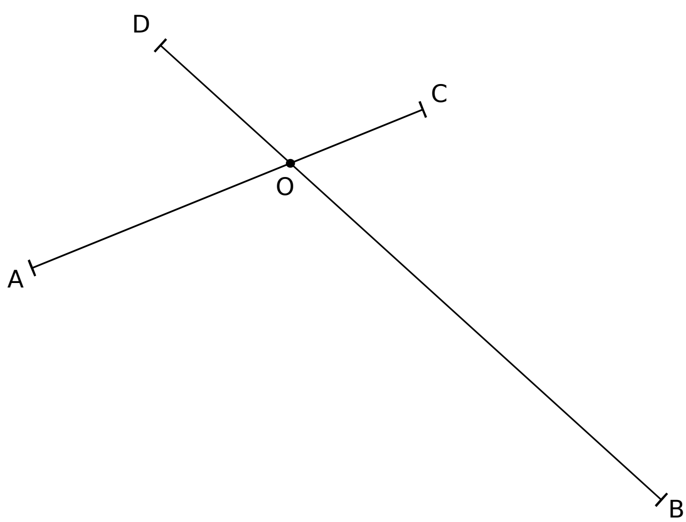
f Explique comment construire la diagonale [AC] sans utiliser le point C.

2 Reconnaitre un parallélogramme

Cours : 1-C

[AC] est un segment de longueur 5 cm et [BD] est un segment de longueur 8 cm. Ces segments se coupent en O.

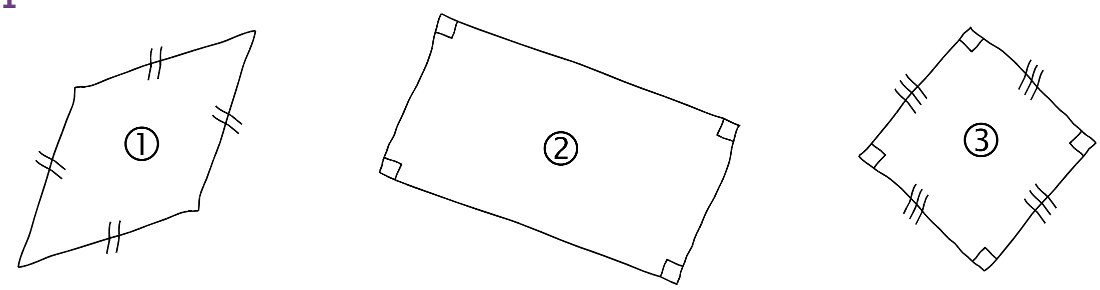
Comment positionner les segments [AB] et [CD] pour obtenir un parallélogramme ABCD ? Justifie.



3 Parallélogrammes particuliers

Cours : 2

PARTIE 1



a Quelle est la nature de chacun de ces quadrilatères ?

PARTIE 2

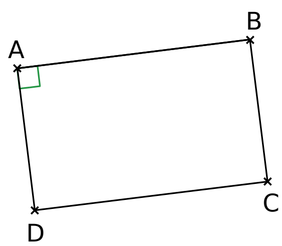
TICE Géométrie Dynamique

b Effectue cette construction.

- Place trois points A, B et D non alignés ;
- Construis le parallélogramme ABCD à l'aide de la définition du parallélogramme.

c À quelle condition, sur les côtés [AB] et [AD], le parallélogramme ABCD semble-t-il être un rectangle ? Un losange ?

d ***Démonstration***



ABCD est un parallélogramme.

On considère la figure ci-contre.

- Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?
- Quelle propriété as-tu démontrée ici ?

PARTIE 3

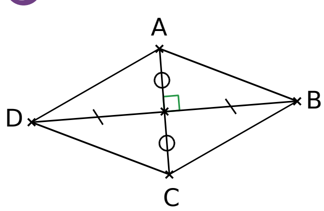
TICE Géométrie Dynamique

e Effectue cette construction.

- Place trois points A, B et O non alignés ;
- Construis le parallélogramme ABCD de centre O.

f À quelle condition, sur les diagonales, le parallélogramme ABCD semble-t-il être un rectangle ? Un losange ?

g ***Démonstration***



On considère la figure ci-contre.

- Pourquoi ABCD est-il un parallélogramme ?
- Pourquoi BA = BC ? DA = DC ? AB = AD ?
- Que peut-on en conclure pour ABCD ?
- Quelle propriété as-tu démontrée ici ?

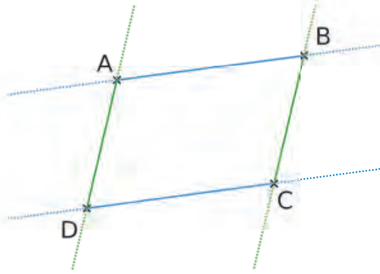
Cours

1 Parallélogrammes

→ 11 24

A Définition

Définition Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

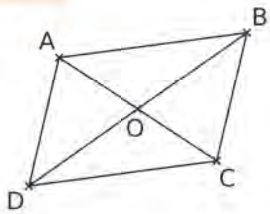


Exemple :
Les droites (AB) et (DC) sont parallèles.
Les droites (AD) et (BC) sont parallèles.
Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

B Propriétés

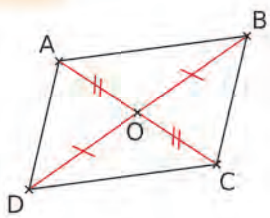
Propriété 1 Un parallélogramme a un **centre de symétrie** qui est le point d'intersection de ses **diagonales**.

Exemple :
Soit ABCD un parallélogramme de centre O.
- O est le centre de symétrie du parallélogramme ABCD.
- [AB] et [CD] sont symétriques par rapport à O.
- [AD] et [BC] sont symétriques par rapport à O.
- Les angles opposés sont symétriques par rapport à O.



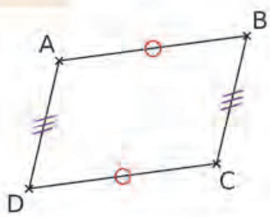
Propriété 2 **Si** un quadrilatère est un **parallélogramme**, **alors** ses diagonales se coupent en leur milieu.

Exemple :
Soit ABCD un parallélogramme de centre O.
Donc ses diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu, O.



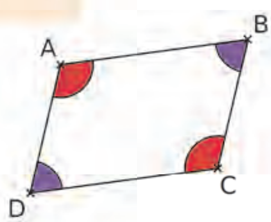
Propriété 3 **Si** un quadrilatère est un **parallélogramme**, **alors** ses côtés opposés ont la même longueur.

Exemple :
Soit ABCD un parallélogramme.
Ses côtés opposés ont la même longueur,
donc AB = CD et AD = BC.



Propriété 4 **Si** un quadrilatère est un **parallélogramme**, **alors** ses angles opposés ont la même mesure.

Exemple :
Soit ABCD est un parallélogramme.
Ses angles opposés ont la même mesure,
donc $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ et $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$.



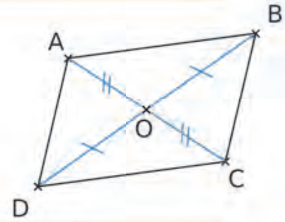
C Reconnaitre un parallélogramme

Propriété 1 **Si** un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, **alors** c'est un **parallélogramme**.

Exemple :

Les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en O, qui est le milieu des diagonales [AC] et [BD].

Donc le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

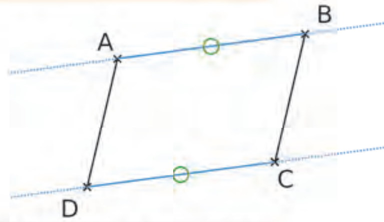


Propriété 2 **Si** un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, **alors** c'est un **parallélogramme**.

Exemple :

Les droites (AB) et (CD) sont parallèles et AB = CD.
Les côtés opposés [AB] et [CD] du quadrilatère ABCD sont parallèles et ont la même longueur.

Donc le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.



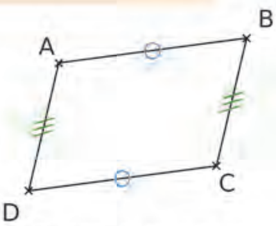
Propriété 3 **Si** un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur, **alors** c'est un **parallélogramme**.

Exemple :

AB = CD et AD = BC

Le quadrilatère ABCD a ses côtés opposés de même longueur.

Donc le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.



Remarque :

Pour démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme, on peut également utiliser la définition du parallélogramme et démontrer que ses côtés opposés sont parallèles.

2 Parallélogrammes particuliers

→ 45 54

A Le rectangle

Définition Un **rectangle** est un quadrilatère qui a ses quatre angles droits.

Propriété 1 **Si** un quadrilatère est un **rectangle**, **alors** c'est un parallélogramme.

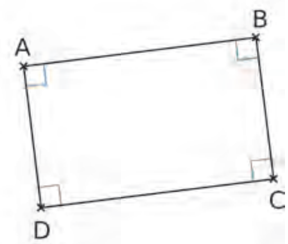
Démonstration :

Soit ABCD un rectangle. Il a donc quatre angles droits.

(AB) et (CD) sont perpendiculaires à la même droite (BC), elles sont donc parallèles entre elles.

(AD) et (BC) sont perpendiculaires à la même droite (DC), elles sont donc parallèles entre elles.

Donc ABCD est un parallélogramme.



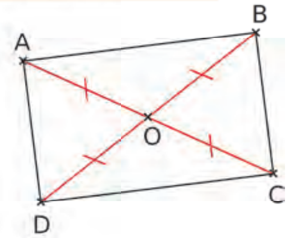
Remarque : Un **rectangle** a donc toutes les propriétés d'un parallélogramme.

Propriété 2 **Si** un quadrilatère est un **rectangle**,
alors ses diagonales se coupent en leur milieu et ont la même longueur.

Exemple :

Soit ABCD un rectangle.

Donc ses diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu et ont la même longueur : OA = OB = OC = OD et AC = BD.



B Reconnaitre un rectangle

Propriété 1 **Si** un quadrilatère possède trois angles droits,
alors c'est un **rectangle**.

Cette propriété a été démontrée à l'exercice **13**, page 102.

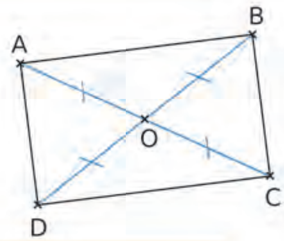
Propriété 2 **Si** un parallélogramme a ses diagonales de même longueur,
alors c'est un **rectangle**.

Cette propriété est démontrée à l'exercice **60**, page 140.

Exemple :

Soit ABCD un parallélogramme tel que AC = BD.

Donc le parallélogramme ABCD est un rectangle.

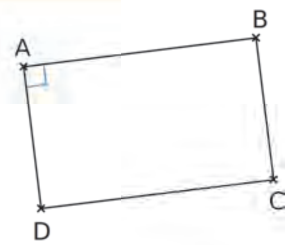


Propriété 3 **Si** un parallélogramme a un angle droit,
alors c'est un **rectangle**.

Démonstration :

ABCD est un parallélogramme dont l'angle $\widehat{DAB}$ est droit.

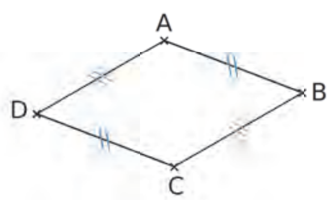
(AB) et (CD) sont parallèles et, comme (AD) est perpendiculaire à (AB), (AD) est également perpendiculaire à (DC).
Donc l'angle $\widehat{ADC}$ est droit également.
Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCD}$ sont droits également.
Donc le parallélogramme ABCD est un rectangle.



C Le losange

Définition Un **losange** est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur.

AB = BC = CD = DA
ABCD est un losange.



Propriété 1 **Si** un quadrilatère est un **losange**,
alors c'est un parallélogramme.

Démonstration :

En effet, les côtés opposés du losange ont la même longueur, donc c'est un parallélogramme.

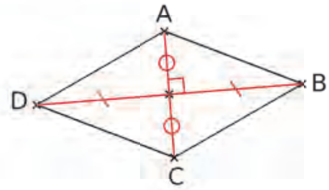
Remarque : Un **losange** a donc toutes les propriétés d'un parallélogramme.

Propriété 2 **Si** un quadrilatère est un **losange**, **alors** ses diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.

Exemple :

Soit ABCD un losange.

Donc ses diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires : OA = OB = OC = OD et (AC) ⊥ (BD).



D Reconnaitre un losange

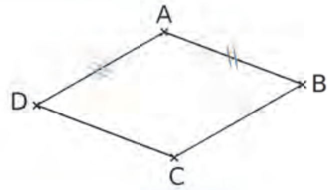
Propriété 1 **Si** un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, **alors** c'est un **losange**.

Démonstration :

ABCD est un parallélogramme et de plus AB = BC.

Ses côtés opposés ont donc la même longueur, AB = CD et BC = AD. Donc AB = BC = CD = AD.

Le quadrilatère ABCD a ses quatre côtés de même longueur, c'est donc un losange.



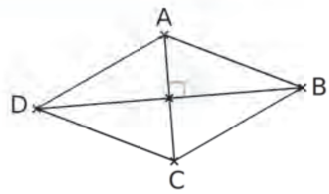
Propriété 2 **Si** un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, **alors** c'est un **losange**.

Cette propriété est démontrée à l'exercice **61**.

Exemple :

Soit ABCD un parallélogramme.
Ses diagonales [AC] et [BD] sont perpendiculaires.

Donc le parallélogramme ABCD est un losange.

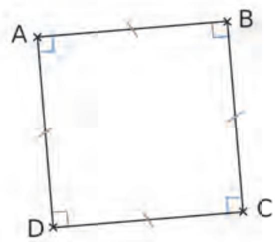


E Le carré

Définition Un **carré** est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.

Exemple :

Soit ABCD un carré.
AB = BC = CD = AD
(AB) ⊥ (BC) ; (BC) ⊥ (CD) ; (CD) ⊥ (DA) ; (DA) ⊥ (AB)



Remarques :

Un **carré** est un quadrilatère qui est à la fois un rectangle et un losange.
Un **carré** a donc toutes les propriétés d'un parallélogramme, d'un rectangle et d'un losange.

F Reconnaitre un carré

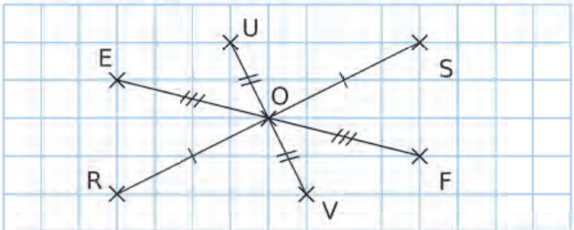
Propriété 1 **Si** un losange a un angle droit, **alors** c'est un **carré**.

Propriété 2 **Si** un rectangle a deux côtés consécutifs de même longueur, **alors** c'est un **carré**.

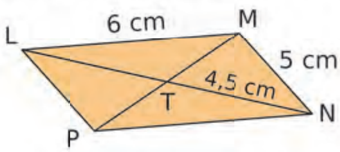
Voir aussi les Questions FLASH dans le manuel numérique !

À l'oral !

1 Quels parallélogrammes peut-on obtenir en joignant des points de la figure ?



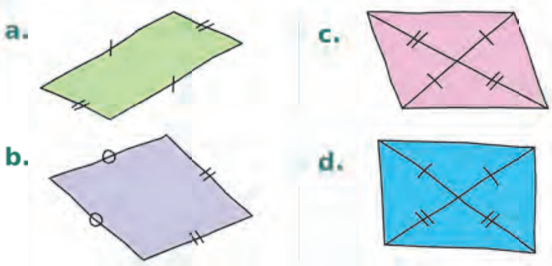
2 LMNP est un parallélogramme de centre T.



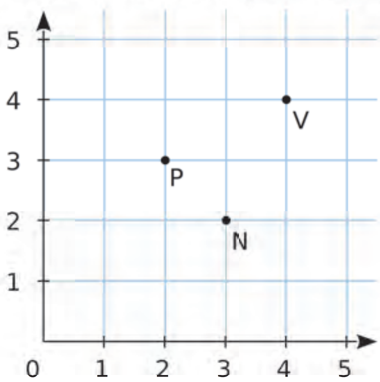
a. Cite les droites parallèles. Justifie.

b. Cite toutes les longueurs que tu peux déterminer. Justifie.

3 Dans chaque cas ci-dessous, indique si les codages permettent ou non de prouver que le quadrilatère est un parallélogramme. Justifie.

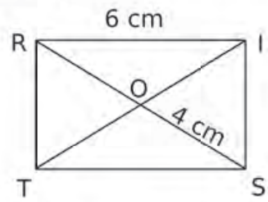


4 Donne les coordonnées de S et R pour que SPVN et NPRV soient des parallélogrammes.

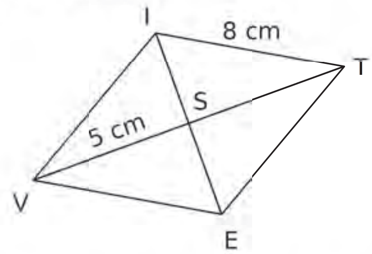


5 Pour chaque figure ci-dessous, détermine tous les éléments que tu peux : longueurs et angles droits. Justifie à chaque fois.

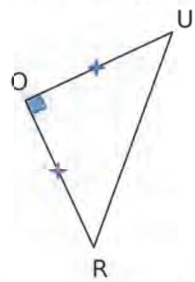
a. RIST est un rectangle.



b. VITE est un losange.



6 On a commencé la construction du carré RUSE de centre O. Explique, en justifiant, comment terminer la construction...



a. ... avec le compas et la règle non graduée ;

b. ... avec une équerre uniquement ;

c. ... avec une règle graduée uniquement.

7 **Vrai ou Faux**

P.1. Un parallélogramme a deux axes de symétrie.

P.2. Si E et F sont les symétriques respectifs de G et H par rapport à O, alors EFGH est un parallélogramme de centre O.

P.3. Un parallélogramme a quatre angles égaux.

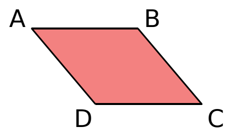
P.4. Si un quadrilatère a trois angles droits, alors c'est un rectangle.

P.5. Si un quadrilatère a trois côtés égaux, alors c'est un losange.

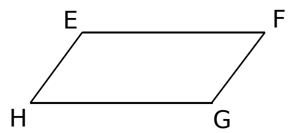
Propriétés du parallélogramme

8 Parmi tous ces noms, relève ceux qui correspondent au parallélogramme ci-dessous.

ABCD	BDAC	ACDB	BADC
BDCA	DABC	CBAD	CABD
BCDA	ABDC	DBAC	ADCB
BACD	DACB	CDBA	DCBA

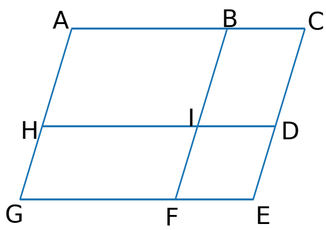


9 **a.** Trouve tous les noms possibles du parallélogramme ci-contre (8 réponses).



b. Trouve quatre noms utilisant les lettres E, F, G et H qui ne correspondent pas à ce parallélogramme.

10 Cite tous les parallélogrammes que tu vois sur le dessin ci-dessous (un seul nom par parallélogramme).



Les droites (AC), (HD) et (GE) sont parallèles.

Les droites (AG), (BF) et (CE) sont parallèles.

11 IJKL est un parallélogramme.

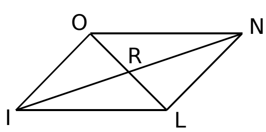
a. Dessine-le à main levée. Code les longueurs et les angles égaux.

b. Écris les égalités de longueurs et les égalités d'angles.

12 On considère le parallélogramme LION ci-dessous. Recopie et complète les phrases.

a. N est l'image de ... par la symétrie de ... .

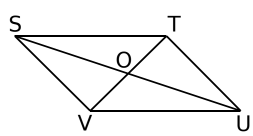
b. L'image du segment [IL] par la symétrie de centre ... est le segment ... .



c. OI = ...   **d.** $\widehat{ILN}$= ...   **e.** RL = ...

13 STUV est un parallélogramme de centre O.

Sachant que OV = 3 cm et SU = 8 cm, indique la longueur de quatre autres segments. Justifie.



14 **QCM**

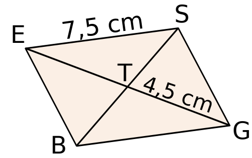
a. Le parallélogramme EDBC peut aussi s'appeler...

R.1	R.2	R.3
EDCB	DBCE	CBED

b. PURE est un parallélogramme tel que PU = 5 cm et UR = 3 cm, alors...

R.1	R.2	R.3
PE = 3 cm	RE = 3 cm	RP = 5 cm

c. ESGB est un parallélogramme de centre T, alors...



R.1	R.2	R.3
BS = 7,5 cm	TS = 4,5 cm	GE = 9 cm

15 Pour chaque énoncé ci-dessous, trace une figure à main levée, puis justifie tes réponses.

a. Le quadrilatère NOIR est un parallélogramme tel que RN = 4 cm. Donne la longueur OI.

b. Le quadrilatère BLEU est un parallélogramme de centre S tel que sa diagonale [BE] a pour longueur 8 cm. Donne la longueur BS.

c. Le quadrilatère VERT est un parallélogramme tel que l'angle $\widehat{VER}$ a pour mesure 53°. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{VTR}$?

16 **TICE Géométrie Dynamique**

a. Construis trois segments [AB], [CD] et [EF] ayant le même milieu O.

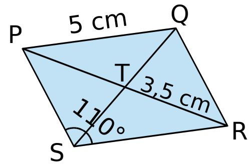
b. Construis trois parallélogrammes dont les sommets sont A, B, C, D, E ou F.

c. Nomme chacun des trois parallélogrammes.

17 PQRS est un parallélogramme de centre T.

a. Quelle est la mesure du segment [TP] ? Justifie.

b. Quelles autres mesures de longueurs ou d'angles est-il possible de déterminer ? Justifie.



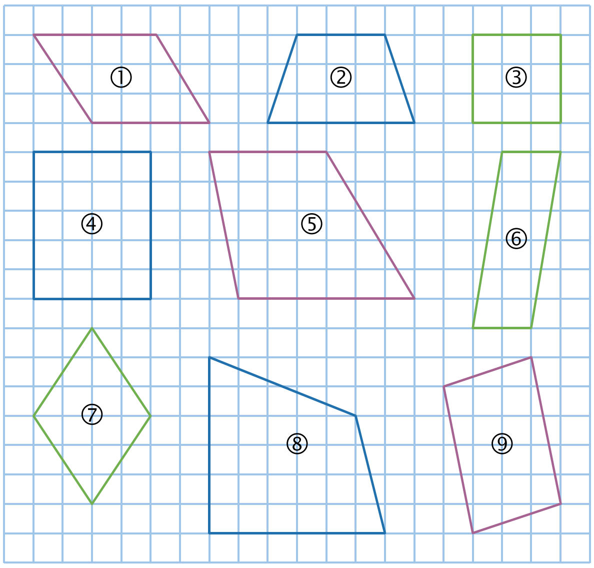
c. Peut-on déterminer la longueur de [SP] ?

18 **TICE Géométrie Dynamique**

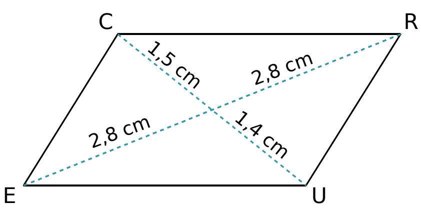
Fais une conjecture sur la somme de deux angles consécutifs d'un parallélogramme.

Démontrer (parallélogramme)

19 Observe les quadrilatères ci-dessous et cite tous ceux qui sont des parallélogrammes en justifiant ta réponse.



20 Le quadrilatère CRUE ci-dessous est-il un parallélogramme ? Explique pourquoi.



21 ***Programme de tracé***

a. Place trois points R, S et T non alignés et trace la droite (d) parallèle à (RS) passant par T.

b. Trace le cercle de centre T et de rayon RS. Il coupe la droite (d) en deux points, U et V.

c. Nomme les deux quadrilatères dont trois des sommets sont R, S et T. Démontre que ce sont des parallélogrammes.

22 Dans chaque cas ci-dessous, trace une figure codée à main levée, puis démontre que le quadrilatère est un parallélogramme.

a. JEUX est un quadrilatère de centre K, tel que KJ = KU et KX = KE.

b. GARS est un quadrilatère tel que (GA) est parallèle à (SR) et (GS) est parallèle à (RA).

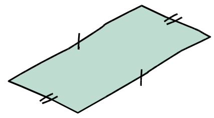
c. VERS est un quadrilatère non croisé, tel que (VE) est parallèle à (SR) et VE = SR.

23 **QCM**

a. I est le milieu des segments [EP] et [BR]. Quel quadrilatère est un parallélogramme ?

R.1	R.2	R.3
EPBR	EIRP	ERPB

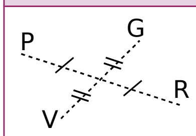
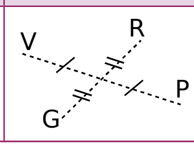
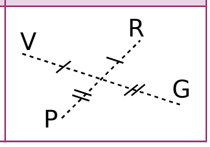
b.



On sait que ce quadrilatère est un parallélogramme car...

R.1	R.2	R.3
ses diagonales se coupent en leur milieu	ses côtés opposés sont égaux	ses côtés opposés sont parallèles

c. Dans quel cas le quadrilatère VRGP est-il un parallélogramme ?

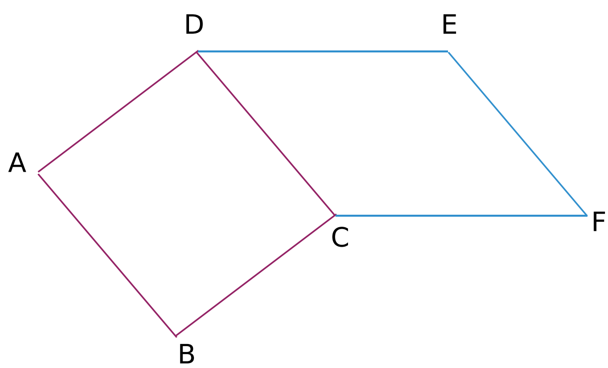
R.1	R.2	R.3
		

24 On considère un triangle BAS.

a. Construis le point I symétrique du point A par rapport au point B. Construis le point L symétrique du point S par rapport au point B.

b. Démontre que le quadrilatère LISA est un parallélogramme.

25 ABCD et CDEF sont des parallélogrammes.



a. Démontre que ABFE est un parallélogramme.

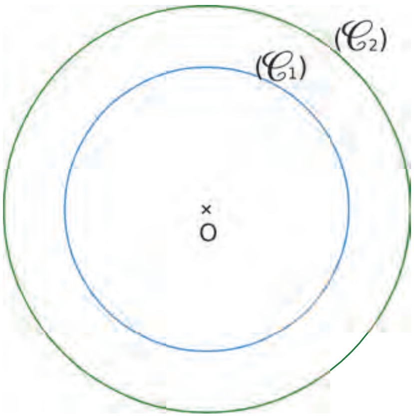
b. Déduis-en que AE = BF.

26 **TICE Géométrie Dynamique**

Construis un quadrilatère et affiche la mesure des quatre angles de ce quadrilatère. Quand ses angles opposés sont égaux, quelle semble être la nature du quadrilatère ?

27 ***Avec des cercles***

a. Construis un cercle ($\mathscr{C}_1$) de centre O et de rayon 3,5 cm et un cercle ($\mathscr{C}_2$) de centre O et de rayon 5 cm.

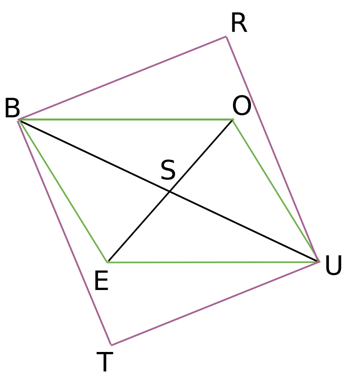


b. Place deux points, N et P, sur ($\mathscr{C}_1$) tels que [NP] soit un diamètre de ($\mathscr{C}_1$).
Place deux autres points, Q et R, sur ($\mathscr{C}_2$), non alignés avec N et P, tels que [QR] soit un diamètre de ($\mathscr{C}_2$).

c. Démontre que le quadrilatère NQPR est un parallélogramme.

d. Donne les longueurs NP et QR. Justifie ta réponse.

28 ***L'un dans l'autre***



Les quadrilatères BOUE et BRUT sont des parallélogrammes.

a. Que représente le point S pour le quadrilatère BRUT ? Pourquoi ?

b. Démontre que TE = RO.

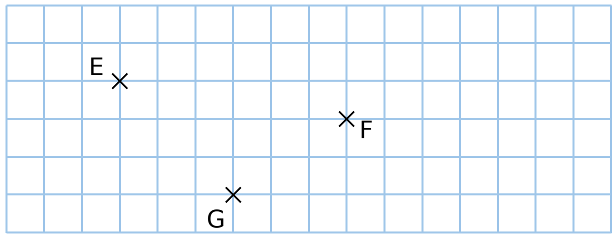
29 Soit ABCD un parallélogramme de centre O et I, J, K et L les milieux respectifs des segments [AO], [BO], [CO] et [DO].

a. Démontre que IBKD est un parallélogramme.

b. On peut obtenir deux autres parallélogrammes en reliant des points de la figure. Trouve-les et justifie que ces deux figures sont bien des parallélogrammes.

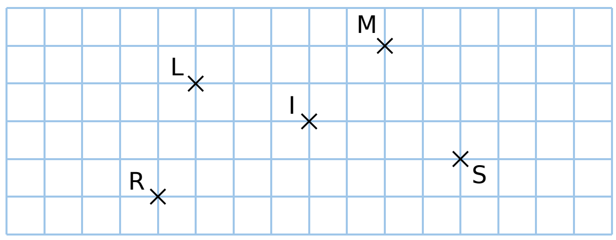
Construction (parallélogramme)

30 Reproduis la figure suivante puis trace le parallélogramme EFGH.



31 Reprends la figure de l'exercice précédent et trace les parallélogrammes EGPF et EGFM.

32 Reproduis la figure suivante puis trace les parallélogrammes LIVR, RUMS et SKIM.



33 Construis les parallélogrammes ABCD, EFGH et IJKL, de centre M, respectant les conditions suivantes.

a. AB = 5 cm, AD = 3,5 cm et BD = 7 cm.

b. EF = 2 cm, EH = 4,5 cm et EG = 3,5 cm.

c. LK = 6 cm, JM = 5 cm et IM = 4 cm.

34 Peut-on construire un parallélogramme ABCD tel que AD = 4 cm, AB = 2,8 cm et BD = 7 cm ? Pourquoi ?

35 Soient trois points P, I et M non alignés.

a. Place, à main levée, un point N tel que les points P, I, M et N soient les sommets d'un parallélogramme.

b. Combien y a-t-il de positions possibles pour le point N ? On appellera ces points N_1, N_2...

c. Dans chaque cas, trace puis nomme le parallélogramme obtenu.

36 Trace un segment [GR] de longueur 7 cm. Construis un parallélogramme dont [GR] est un côté puis un autre dont [GR] est une diagonale.

37 Dans chaque cas ci-dessous, construis un parallélogramme en respectant les contraintes données.

a. LISE, tel que LI = 5 cm et IS = 2,5 cm, en utilisant l'équerre et la règle graduée.

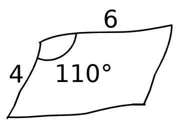
b. MARC, tel que MR = 7 cm et AC = 6 cm, en utilisant la règle graduée.

c. NOAH, tel que NO = 3 cm et NA = 8 cm, en utilisant le compas et la règle graduée.

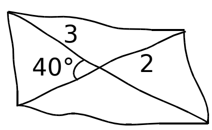
d. Les parallélogrammes tracés sont-ils les mêmes pour tous les élèves de la classe ?

38 Construis, en vraie grandeur, les parallélogrammes schématisés ci-dessous, en utilisant les instruments de ton choix. (Les longueurs sont exprimées en centimètres.)

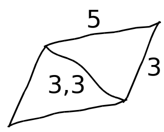
a.



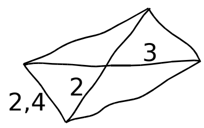
b.



c.



d.



39 ***Dans un repère***

a. Place les points suivants dans un repère :
J(– 1 ; 0), K(1 ; 1) et L(4 ; – 2).

b. Place les points M et N pour que JKLM et JKMN soient des parallélogrammes.
Que remarques-tu ?

c. Donne les coordonnées des points M et N.

40 Après avoir tracé une figure à main levée, construis en vraie grandeur :

a. un parallélogramme VERT
tel que VT = 5 cm, $\widehat{ERT}$ = 125° et VE = 4 cm ;

b. un parallélogramme BLEU de centre I
tel que BL = 6 cm, UI = 3 cm et IE = 4 cm ;

c. un parallélogramme NOIR
tel que NI = 62 mm, $\widehat{NIR}$ = 40° et $\widehat{RNI}$ = 30°.

41 Construis un parallélogramme dont le périmètre est 16 cm et dont la longueur d'un côté est le triple de celle du côté précédent.

42 Trace deux cercles concentriques de centre O. En te servant uniquement d'une règle non graduée, trace un parallélogramme de centre O dont deux sommets appartiennent à l'un des cercles et les deux autres à l'autre cercle.

Propriétés des parallélogrammes particuliers

43 **QCM**

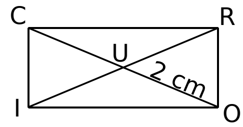
a. RIEN est un losange, alors...

R.1	R.2	R.3
RE = IN	RI = IE	RI = RE

b. PLUS est un rectangle, alors...

R.1	R.2	R.3
PL = LU	PL = PU	PU = SL

c.



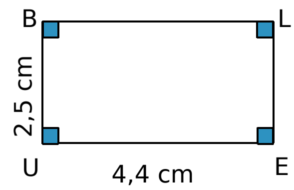
CROI est un rectangle.

R.1	R.2	R.3
RI = 4 cm	RO = 2 cm	RI = 2 cm

d. ZUTE est un losange de centre S, alors...

R.1	R.2	R.3
$\widehat{ZUT}$ = 90°	$\widehat{UST}$ = 90°	$\widehat{SET}$ = 90°

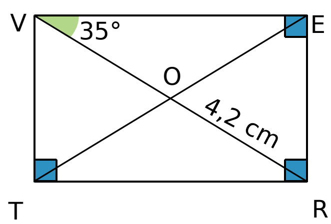
44 ***Un parallélogramme particulier***



a. Quelles sont les mesures des segments [BL] et [LE] ? Justifie.

b. Que peut-on dire des diagonales [BE] et [LU] ? Justifie.

45 ***Propriétés du rectangle***



a. Recopie et complète en justifiant.

OV = …	$\widehat{RVT}$ = …
ET = …	$\widehat{OEV}$ = …

b. Cite tous les triangles isocèles de la figure.

c. Cite tous les triangles rectangles de la figure.

46 ***Propriétés du carré***

a. Construis, sur une feuille blanche, un carré NOIR tel que NO = 5,2 cm.

b. Construis son centre et ses axes de symétrie.

c. Explique pourquoi $\widehat{NOR}$ = 45°.

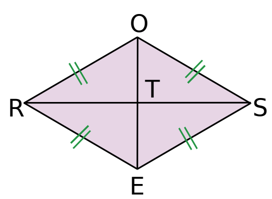
d. Soit S le centre de ce carré.
Recopie et complète en justifiant.
$\widehat{OSN}$= … ; $\widehat{SNO}$= … ; $\widehat{OIN}$= … ; $\widehat{RNI}$= … .

47 ***Faux semblants***

a. Construis un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur et qui n'est pas un carré.
Quelle est la nature de ce quadrilatère ?

b. Construis un quadrilatère qui a quatre angles droits et qui n'est pas un carré.
Quelle est la nature de ce quadrilatère ?

48 Dans chaque cas ci-dessous, on donne certaines mesures d'un losange ROSE de centre T. Trouve celles qui sont demandées. Justifie tes réponses en appliquant les propriétés du losange.



a. On donne : RO = 9,1 cm, $\widehat{ORE}$ = 50°.
On cherche : son périmètre $\mathscr{P}$, $\widehat{ORS}$, $\widehat{OSE}$ et $\widehat{ROS}$.

b. On donne : RT = 2,8 cm, OE = 4,2 cm.
On cherche : OT, RS et $\widehat{RTO}$.

c. On donne : RE = 5,1 cm, $\widehat{RES}$ = 110°.
On cherche : RO, $\widehat{REO}$, $\widehat{ROE}$ et $\widehat{ORE}$.

49 Pour chaque énoncé ci-dessous, trace une figure à main levée et justifie tes réponses.

a. Le quadrilatère PONT est un losange de centre E. Démontre que l'angle $\widehat{PEO}$ est droit.

b. Le quadrilatère CRUE est un rectangle de centre O tel que CU = 5,5 cm. Que vaut OE ?

c. Le quadrilatère BALI est un rectangle de centre M. Démontre que le triangle BAM est isocèle.

d. Le quadrilatère TORE est un carré de centre D tel que TO = 3,7 cm. Donne la longueur OR.

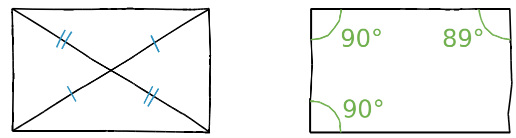
50 Sur une feuille blanche, trace deux droites perpendiculaires (d) et (d'). Construis deux carré(s) ayant (d) et (d') pour axes de symétrie, tels que…

a. … les côtés du premier mesurent 5 cm ;

b. … les diagonales du second mesurent 5 cm.

Démontrer (parallélogrammes particuliers)

51 Les deux quadrilatères ci-dessous sont-ils des rectangles ? Justifie ta réponse.



52 ***Petites démonstrations***

a. Le quadrilatère CHAT est un parallélogramme tel que AT = TC.
Démontre que c'est un losange.

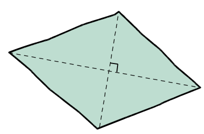
b. Le quadrilatère GRIS est un parallélogramme tel que GI = RS.
Démontre que c'est un rectangle.

c. Le quadrilatère NUIT est un parallélogramme de centre S tel que SN = SU et les droites (IN) et (UT) sont perpendiculaires.
Démontre que c'est un carré.

53 **QCM**

a. SPGK a trois angles droits, donc c'est…

R.1	R.2	R.3
un rectangle	un carré	un losange

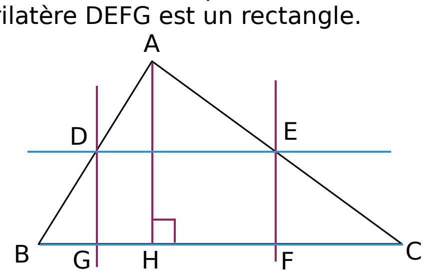
b.  Ce parallélogramme est…

R.1	R.2	R.3
un rectangle	un carré	un losange

c. Pour que le rectangle TARE soit un carré, il suffit que…

R.1	R.2	R.3
TA = AR	$\widehat{TAR}$ = 90°	TR = EA

54 Sur la figure ci-dessous, les droites de même couleur sont parallèles. Prouve que le quadrilatère DEFG est un rectangle.



55 ***Qui peut le PLUS…***

a. Construis un rectangle PLUS.

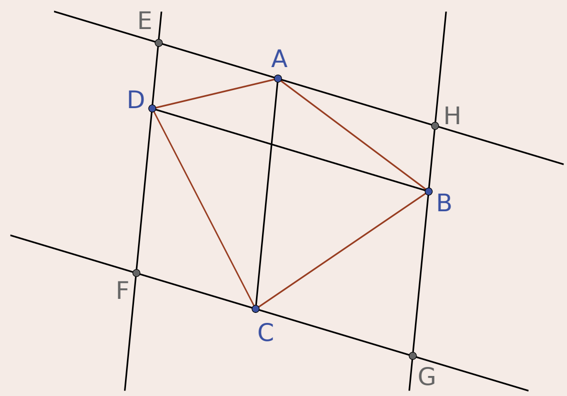
b. Construis les points E et A, symétriques respectifs des points U et P par rapport à L.

c. Quelle semble être la nature du quadrilatère PEAU ?

d. Démontre la conjecture que tu as faite à la question précédente.

56 **TICE Géométrie Dynamique**

a. Construis un quadrilatère ABCD puis trace les parallèles aux diagonales, passant par les sommets A, B, C et D. Les droites ainsi obtenues se coupent en E, F, G et H.

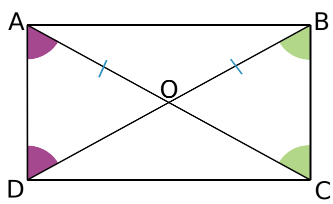


b. Démontre que le quadrilatère EFGH est un parallélogramme.

c. On suppose maintenant que ABCD est un rectangle. Modifie la figure et démontre que EFGH est un losange.

d. On suppose enfin que ABCD est un losange. Modifie la figure et démontre que EFGH est un rectangle.

57 Sur la figure ci-dessous :
$\widehat{OAD} = \widehat{ODA}$, $OA = OB$ et $\widehat{OBC} = \widehat{BCO}$.



a. Quelle est la nature des triangles AOD, BOA et COB ? Justifie.

b. Que peux-tu en déduire pour les longueurs OA, OB, OC et OD ?

c. Démontre alors que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

d. Les angles $\widehat{OAD}$ et $\widehat{OBC}$ ont-ils la même mesure ? Explique pourquoi.

58 **TICE Géométrie Dynamique**

a. Construis un rectangle ABCD de centre O.

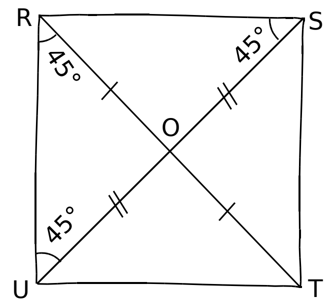
b. Construis le cercle de centre O passant par A. Que remarques-tu ? Démontre ce résultat.

c. On dit que des points sont **cocycliques** lorsqu'ils sont situés sur un même cercle.

En règle générale, les sommets d'un parallélogramme sont-ils cocycliques ?

d. Éric affirme : « *Si quatre points sont cocycliques, alors ils sont les sommets d'un rectangle.* » Explique pourquoi il a tort.

59 ***En utilisant le codage de la figure***



a. Démontre que le quadrilatère RSTU est un parallélogramme.

b. Peut-on être plus précis sur la nature du quadrilatère RSTU ? Justifie.

60 Dans cet exercice, on se propose de démontrer la propriété suivante :

« Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle. »

Soit ABCD est un parallélogramme dont les diagonales ont la même longueur. On appelle O son centre.

a. Construis la figure et code les angles $\widehat{ODA}$, $\widehat{DAO}$, $\widehat{OAB}$ et $\widehat{ABO}$. Justifie ton codage.

b. En considérant le triangle DAB, que vaut la somme $\widehat{DAO} + \widehat{OAB}$? Justifie et conclus.

61 Dans cet exercice, on se propose de démontrer la propriété suivante :

« Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange. »

ABCD est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires. On appelle O son centre.

a. Démontre que A appartient à la médiatrice du segment [BD].

b. Quelle est la nature du triangle ABD ? Justifie.

c. Déduis-en que ABCD est un losange.

Construction (parallélogrammes particuliers)

62 Dans chacun des cas, construis deux figures non superposables quand c'est possible.

a. Un rectangle de diagonale 7 cm.

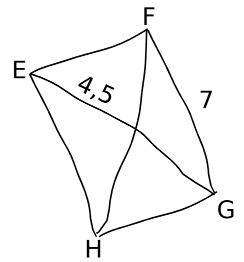
b. Un losange de côté 4 cm.

c. Un carré de diagonale 6 cm.

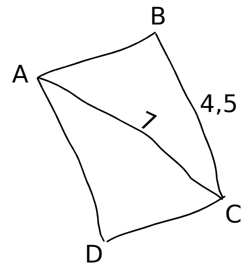
63 Construis un triangle LIN rectangle en I. Trace ensuite le rectangle LINU en utilisant le compas et la règle non graduée.

64 Construis en vraie grandeur les rectangles, dessinés ci-dessous à main levée, en respectant les mesures indiquées sur les figures.
(Les longueurs sont données en centimètres.)

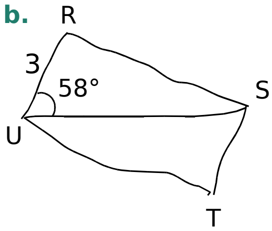
a.



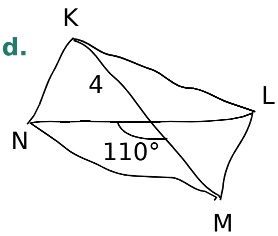
c.



b.

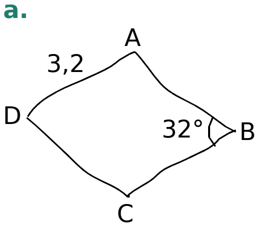


d.

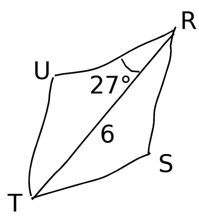


65 Construis les losanges suivants.

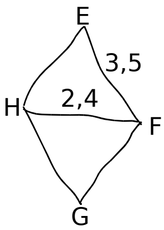
a.



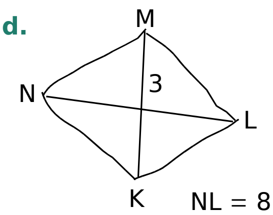
c.



b.



d.



66 Réalise une figure à main levée, puis construis le quadrilatère demandé.

a. Le rectangle MANU
tel que MN = 9 cm et MA = 5 cm.

b. Le losange OURS
tel que OR = 8 cm et US = 6 cm.

c. Le rectangle PAUL
tel que PA = 8 cm et $\widehat{LAU} = 53°$.

d. Le losange LOUP de centre I
tel que OI = 4,5 cm et LO = $\frac{2}{3}$ OP.

67 Construis un losange de périmètre 20 cm et dont l'une des diagonales mesure 6 cm.

68 ***Avec l'équerre et la règle graduée***

Place un point C puis construis un carré MUSE de centre C et de diagonale mesurant 6,4 cm.

69 ***Avec les axes de symétrie***

a. Trace une droite (d). Place un point S sur la droite (d) et un point L hors de cette droite, tels que (LS) ne soit pas perpendiculaire à (d).
Construis un losange dont S et L sont deux sommets et (d) un axe de symétrie.

b. Trace une droite (d). Place un point T sur la droite (d) et place un point R hors de cette droite.
Construis un rectangle dont R est un sommet, T un point d'un côté et (d) un axe de symétrie.

70 ***Avec le centre de symétrie***

a. Construis un triangle ABH rectangle en H tel que BH = 3 cm et AH = 2,1 cm.

b. Construis le point C symétrique du point B par rapport à la droite (AH).

c. Place les points D et E tels que BCDE soit un rectangle de centre A.

d. Place le point O tel que le quadrilatère COBA soit un losange de centre H.

71 **TICE Géométrie Dynamique**

a. Construis un losange constitué de deux triangles équilatéraux.

b. Construis, à l'extérieur du losange, quatre carrés ayant chacun pour côté un côté du losange.

c. Poursuis ainsi le pavage du plan avec des carrés et des losanges. Colorie.

72 Vrai ou Faux

P.1. Le centre de tout parallélogramme est le centre d'un cercle passant par les quatre sommets du parallélogramme.

P.2. Il existe des quadrilatères non croisés qui ont un centre de symétrie et qui ne sont pas des parallélogrammes.

P.3. Si ABCD et ABEG sont deux carrés distincts, alors CDGE est un rectangle.

P.4. Si un quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.

P.5. Si un quadrilatère a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.

73 *Bissectrices*

a. Construis un parallélogramme ABCD tel que $\widehat{ADC}$= 110°, DA = 5 cm et DC = 9 cm.

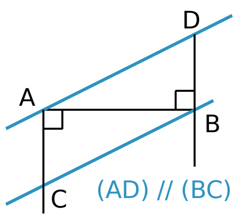
b. Construis la bissectrice de l'angle $\widehat{ADC}$, qui coupe le segment [AB] en K, et la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$, qui coupe le segment [DC] en L.

c. Démontre que $\widehat{KDC}$ = $\widehat{ABL}$.

d. Démontre que $\widehat{AKD}$ = $\widehat{KDC}$.

e. Démontre que le quadrilatère LBKD est un parallélogramme.

74 *Triangle et cercle*



a. En utilisant les informations de la figure, démontre que ACBD est un parallélogramme.

b. Trace le cercle de diamètre [AB] et appelle O son centre. Place un point M en dehors du cercle et de la droite (AB). Place le point N, symétrique du point M par rapport au point O. Démontre que AMBN est un parallélogramme.

c. AMBN peut-il être un rectangle ? Justifie.

75 TICE Géométrie Dynamique

Construis une droite (AC) et places-y un point E. Construis la perpendiculaire à (AC) passant par E et places-y un point B.

a. À l'aide de parallèles, construis le parallélogramme ABCD.

b. Active la trace du point D et déplace le point B. Que remarques-tu ?

c. À quel ensemble appartient le point D ?

d. Caractérise cet ensemble et explique ton raisonnement.

76 *Au feu !*

a. Construis le parallélogramme FEUX tel que FE = 5 cm, EU = 6 cm et $\widehat{FEU}$ = 50°.

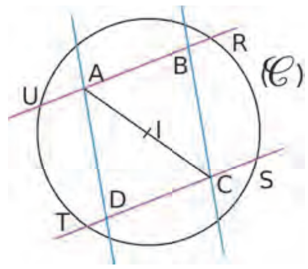
b. Trace la perpendiculaire à (FE) passant par F, elle coupe (UX) en R. Trace la perpendiculaire à (UX) passant par U, elle coupe (FE) en G.

c. Quelle est la nature du quadrilatère FRUG ? Justifie ta réponse.

77

ABCD est un parallélogramme de centre I.
Le cercle ($\mathscr{C}$) a pour centre I.

On considère la symétrie centrale de centre I.

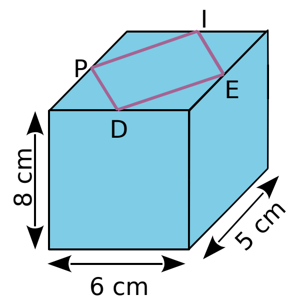


a. Quels sont les symétriques de (AB) et de ($\mathscr{C}$) ? Explique pourquoi le symétrique du point U est nécessairement le point S.

b. Démontre que RSTU est un rectangle.

78

On a tracé le quadrilatère PIED sur la face supérieure d'un parallélépipède rectangle, de telle sorte que chaque sommet du quadrilatère soit le milieu d'une arête de la face.



a. Trace le quadrilatère PIED en vraie grandeur.

b. Démontre que c'est un losange.

c. Quels quadrilatères obtient-on si on procède de la même façon sur les autres faces ?

d. Quelle particularité le parallélépipède doit-il avoir pour que PIED soit un carré ?

e. Quelles particularités doit-il avoir pour que les quadrilatères tracés sur toutes ses faces soient des carrés ?

79

ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD]. La perpendiculaire à (AC) passant par D coupe (AB) en I, et la perpendiculaire à (AC) passant par B coupe (DC) en J.

a. Construis la figure.

b. Démontre que le quadrilatère IBJD est un parallélogramme.

80 *Figures juxtaposées*

a. Construis un triangle équilatéral ABC de 5 cm de côté.

b. À l'extérieur du triangle, et de telle sorte que les figures ne se recouvrent pas, place les points D et E tels que ABDE soit un rectangle avec AD = 7 cm.

c. De la même façon, place les points F et G tels que ACFG soit un losange avec $\widehat{ACF} = 150°$.

d. En justifiant, donne la mesure de l'angle $\widehat{CAG}$ puis celle de l'angle $\widehat{BAG}$. Que peut-on en déduire pour les points G, A et E ? Justifie.

81 TICE Géométrie Dynamique

ABC est un triangle. Le point M appartient au côté [AC] et la parallèle à (BC) passant par M coupe le côté [AB] en N.

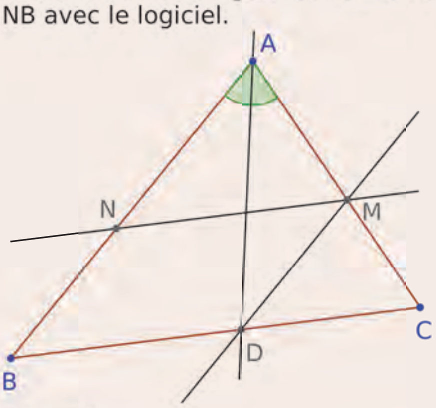
On cherche la position du point M de telle sorte que AM = NB.

__Partie 1__ **:** Construis la figure. Déplace le point M de telle sorte que la longueur affichée pour AM soit la même que celle affichée pour NB. Trace les segments [AM] et [NB] puis demande au logiciel si les longueurs de ces segments sont égales. Explique sa réponse.

__Partie 2__ **:** Voici un programme de construction permettant d'avoir une égalité parfaite.

- Construis la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$. Elle coupe le segment [BC] en D.
- Construis la parallèle à (AB) passant par D. Elle coupe le côté [AC] en M.
- Construis la parallèle à (BC) passant par M. Elle coupe le côté [AC] en N.
- Trace les segments [AM] et [NB].

Construis une nouvelle figure et vérifie l'égalité AM = NB avec le logiciel.



__Partie 3__ **:** Démonstration

a. Pourquoi BN = DM ?

b. Compare les angles $\widehat{NAD}$ et $\widehat{ADM}$.

c. Que peut-on en déduire concernant le triangle AMD ?

d. Conclus.

82 *Aire d'un parallélogramme*

a. ABCD est un parallélogramme de centre O. H est le point de la droite (BD) tel que les droites (AH) et (BD) sont perpendiculaires.

- Exprime, en fonction de AH, l'aire des triangles ABO et ADO.
- Que peut-on en déduire en ce qui concerne les triangles ABO, BCO, CDO et ADO ?
- Conclus.

b. EFGH est un parallélogramme de centre I tel que EI = 5 cm, FI = 4 cm et (EI) perpendiculaire à (FI). Construis EFGH et calcule son aire.

83

[AB] est un segment de milieu I. (d_1) est la droite perpendiculaire à [AB] passant par A, et (d_2) est la droite perpendiculaire à [AB] passant par B. On considère la symétrie de centre I.

a. Construis la figure.

b. Explique pourquoi le symétrique de la droite (d_1) est une droite passant par B et parallèle à (d_1). Quel est le symétrique de la droite (d_1) ?

c. Place un point M sur (d_1) et appelle N le point d'intersection des droites (d_2) et (MI). Que peut-on dire des points M et N ?

d. Quelle est la nature du quadrilatère ANBM ? Justifie.

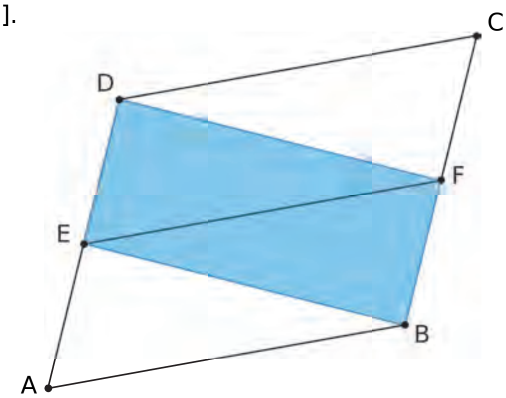
e. ANBM peut-il être un rectangle ? Un losange ? Pourquoi ?

84

ABCD est un parallélogramme de centre O.

a. En utilisant une symétrie centrale, explique pourquoi les aires des triangles ADB et BCD sont égales. Exprime l'aire du parallélogramme ABCD en fonction de l'aire du triangle ABD.

b. __Application 1__ : ABCD est un parallélogramme. E et F sont les milieux respectifs des côtés [AD] et [BC].



Explique pourquoi l'aire du parallélogramme ABCD est égale au double de l'aire de DFBE.

c. __Application 2__ : Construis un parallélogramme ABCD d'aire égale à 12 cm², et qui ne soit ni un rectangle, ni un losange.

Droite des milieux

a. Construis un triangle ABC. Construis les points I et J, milieux respectifs des côtés [AB] et [AC].

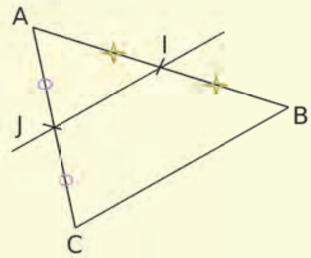
b. Que peux-tu conjecturer concernant la **droite des milieux** (IJ) ?

c. Place le point I', symétrique du point I par rapport à J.

d. Que dire du quadrilatère AICI' ? Comment le démontrer ?

e. Déduis-en que les segments [I'C] et [IB] sont parallèles et de même longueur.

f. Prouve alors la conjecture émise au **b.** : « *Si, dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés, alors...* ».



Théorème de Varignon

a. Construis un quadrilatère ABCD. Construis les points I, J, K et L, milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA] du quadrilatère ABCD.

b. Que peux-tu conjecturer quant au quadrilatère IJKL ?

c. En appliquant deux fois la propriété de la **droite des milieux dans un triangle** (voir l'exercice précédent), démontre que les droites (IJ) et (KL) sont parallèles.

d. Démontre de façon analogue que (IL) et (JK) sont parallèles.

e. Déduis-en que IJKL est un parallélogramme.

Ce résultat a été démontré par Pierre Varignon, mathématicien français du 17^{e} siècle. Il est connu sous le nom de **théorème de Varignon**.

Géométrie dynamique

a. Construis un quadrilatère ABCD et le **parallélogramme de Varignon** associé IJKL. (Voir l'exercice précédent).

b. Quelle semble être la nature du quadrilatère IJKL lorsque ABCD est un losange ?

c. Quelle semble être la nature du quadrilatère IJKL lorsque ABCD est un rectangle ?

d. Quelle semble être la nature du quadrilatère IJKL lorsque ABCD est un carré ?

e. Peux-tu faire en sorte que IJKL soit un rectangle sans que ABCD soit un parallélogramme ? Quelle semble être, toutefois, la particularité du quadrilatère ABCD dans ce cas ?

f. Peux-tu faire en sorte que IJKL soit un losange sans que ABCD soit un parallélogramme ? Quelle semble être, toutefois, la particularité du quadrilatère ABCD dans ce cas ?

g. Semble-t-il possible que IJKL soit un carré sans que ABCD soit un parallélogramme ? Quelle semble être, toutefois, la particularité du quadrilatère ABCD dans ce cas ?

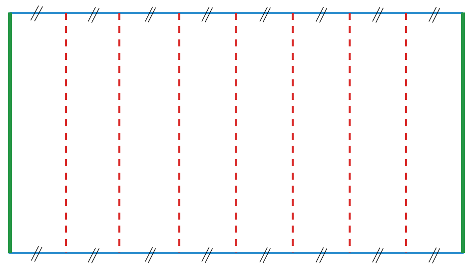
G5

Espace

Activités

1 La machine à prismes

Cours : 1



a Prends une feuille de papier A4 puis réalise les pliages nécessaires pour obtenir les marques en pointillés de la figure ci-contre.

b Repasse **en rouge** les marques de pliage, **en vert** les deux largeurs de la feuille et **en bleu** ses deux longueurs.

c Fais coïncider les bords **verts** de la feuille. On obtient ainsi un solide sans « fond » ni « couvercle ».
Quelle est la forme des deux faces de contour **bleu** appelées « bases » ?

d Observe ton solide puis réponds aux questions suivantes.

- Combien de faces comporte ton solide (y compris les bases) ?
- Quelles sont les formes des autres faces appelées « faces latérales » ?
- Combien de sommets comporte ton solide ?

2 Sections de cylindre

Cours : 2

TICE Géométrie Dynamique

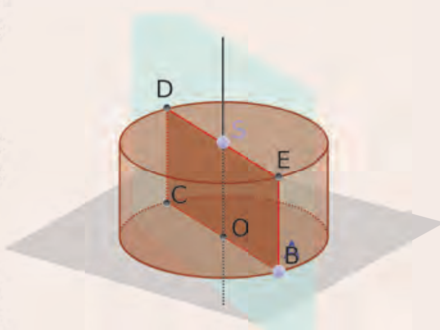
a Affiche les fenêtres *Algèbre*, *Graphique* et *Graphique 3D*.
Masque les axes de la fenêtre 3D.

- Dans la fenêtre *Graphique*, construis un point O à l'origine du repère et un point A.
- Construis le cercle de centre O passant par A.
- Construis un point M appartenant à ce cercle, puis construis le rayon [OM].
- Dans la fenêtre 3D, construis les droites passant respectivement par les points O et M, et perpendiculaires au plan contenant le cercle construit.
- Place un point S sur la droite perpendiculaire passant par O.
- Construis ensuite le point T sur la seconde perpendiculaire, tel que OMTS soit un rectangle. Pour ce faire, tu peux construire le plan parallèle au plan contenant le cercle et passant par S.

b Active la trace du rectangle OMTS puis déplace le point M. Quel solide est engendré par OMTS ?

Efface le point M. Tu ne dois plus avoir que les points O, S et A, ainsi que le cercle de centre O.

c Construis le rayon [OA]. À l'aide du bouton *Cylindre*, désigne dans l'ordre les points O et S, puis le segment [OA] (dans la fenêtre *Algèbre*). Décris alors le solide obtenu.
À quoi correspond la valeur numérique associée à ce cylindre dans la fenêtre *Algèbre* ? Peux-tu retrouver cette valeur par un calcul ? Lequel ?
Indication : Affiche les longueurs OA et OS.



d Construis le plan passant par les points O, S et A et construis l'intersection de ce plan avec le cylindre. Décris cette intersection.

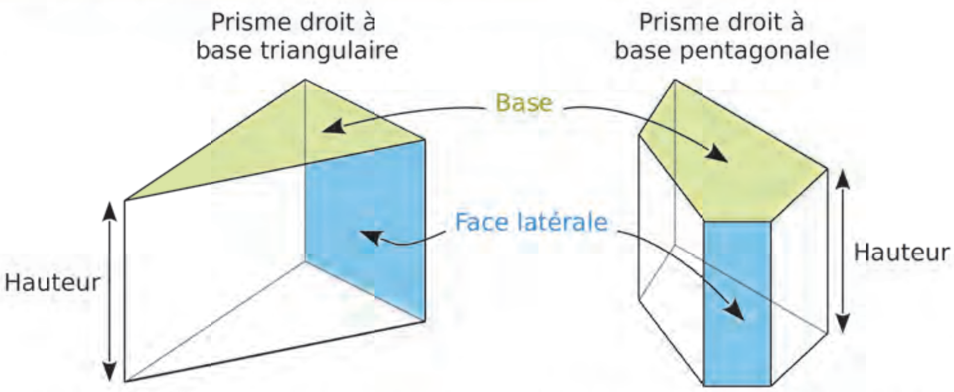
e Construis un point N appartenant à la droite (OS). Construis le plan passant par N et qui est parallèle au plan contenant le cercle. Construis l'intersection de ce plan avec le cylindre. Décris cette intersection.

1 Prisme droit

→ 12

A Vocabulaire

Définition Un **prisme droit** est un solide dans lequel :
- les deux **bases** sont des polygones superposables ;
- les **faces latérales** sont des rectangles.



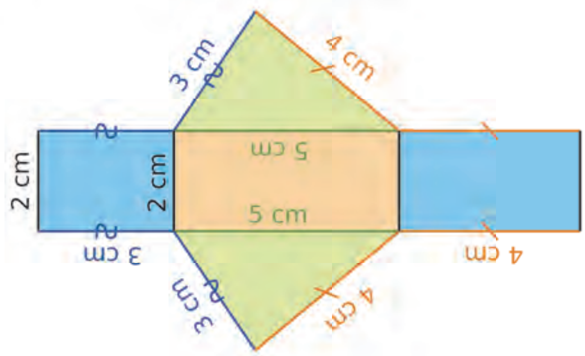
- Les bases de ce prisme sont des triangles.
- Il a 5 faces dont 3 faces latérales, 9 arêtes et 6 sommets.

- Les bases de ce prisme sont des pentagones.
- Il a 7 faces dont 5 faces latérales, 15 arêtes et 10 sommets.

Remarques :
- Toutes les **faces latérales** ont une dimension commune : la **hauteur** du prisme.
- Le nombre de **faces latérales** est égal au nombre de côtés du polygone de base.

B Patron

Exemple :
Voici le **patron** d'un prisme droit. Sa **base** est un triangle dont les côtés ont pour longueur 5 cm, 4 cm et 3 cm, et dont la **hauteur** est égale à 2 cm.

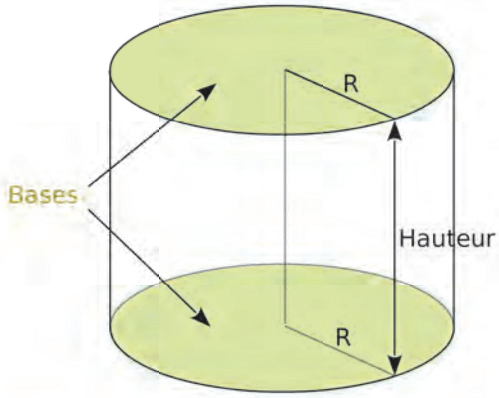


2 Cylindre de révolution

→ 12

A Vocabulaire

Définition Un **cylindre de révolution** est un solide dans lequel :
- les deux **bases** sont des disques superposables ;
- la **surface latérale** est un rectangle enroulé autour des **bases**.



- Les deux **bases** sont des disques de même rayon.
- La droite qui joint les centres des deux **bases** est appelée **axe** du cylindre.
- La **hauteur** du cylindre est la longueur du segment qui joint les centres des deux disques de base.

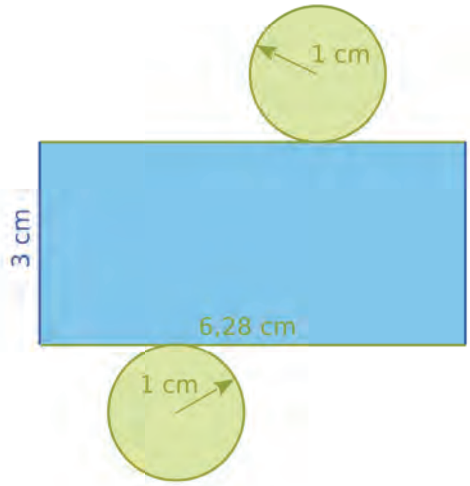
B Patron

Exemple :

Voici le **patron** d'un cylindre de révolution de hauteur 3 cm ayant pour **base** un disque de rayon 1 cm.

La surface latérale de ce cylindre est un rectangle :

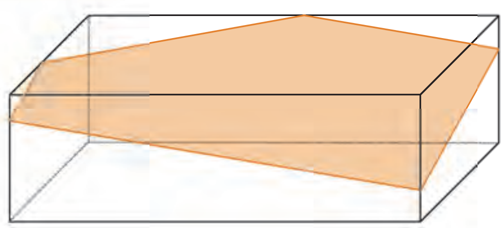
- qui a pour largeur la hauteur du prisme, soit 3 cm ;
- qui a pour longueur le périmètre du disque de base, soit $2 \times \pi \times r = 2 \times \pi \approx 6{,}28$ cm.



3 Sections

→ 26

Définition La **section** d'un solide par un plan est l'intersection entre ce solide et le plan.



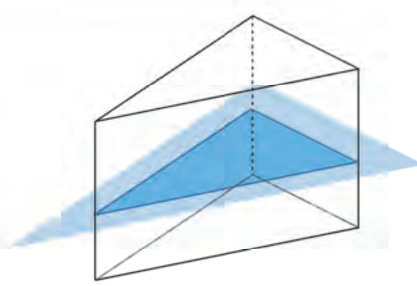
Propriété 1 La **section** d'un prisme par un **plan parallèle à une base** est un **polygone** identique à la base.

Exemple :

On coupe un prisme à base triangulaire par un plan parallèle à sa base. La **section** est un **triangle** identique au triangle de base.

Remarque :

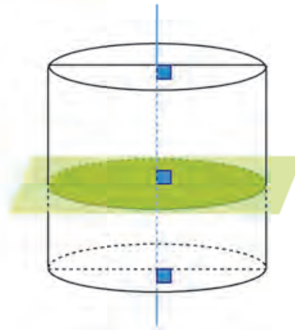
Les pavés droits sont des prismes droits particuliers, pour lesquels la **section** d'un plan par un plan parallèle à la base est un rectangle identique à cette base.



Propriété 2 La **section** d'un cylindre de révolution par **un plan perpendiculaire à son axe** est un **disque** identique au disque de base.

Exemple :
On coupe un cylindre de révolution de hauteur 4 cm dont le rayon de la base est 1 cm, par un plan perpendiculaire à son axe.

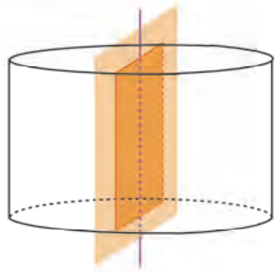
La **section** est un **disque** de rayon 1 cm.



Propriété 3 La **section** d'un cylindre de révolution par un **plan contenant son axe** est un **rectangle**.

Exemple :
On coupe un cylindre de révolution de hauteur 5 cm, dont le rayon de la base est 2 cm, par un plan contenant son axe.

La **section** est un **rectangle** de longueur la hauteur du cylindre : 5 cm et de largeur le diamètre de la base : 4 cm.



4 Volume

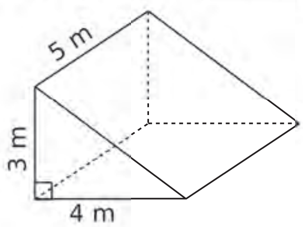
→ 30

Propriété Pour calculer le volume d'un **prisme droit** ou d'un **cylindre de révolution**, on multiplie l'aire d'une base par sa hauteur.

$$\mathcal{V} = \mathcal{A}_{\text{base}} \times h$$

Exemples :

- Un grenier a la forme d'un prisme droit à base triangulaire. On veut calculer son volume.



On calcule l'aire d'une base qui est un triangle rectangle :

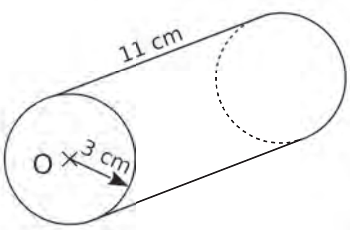
$\mathcal{A}_{\text{base}} = \dfrac{4 \text{ m} \times 3 \text{ m}}{2} = \dfrac{12 \text{ m}^2}{2} = 6 \text{ m}^2.$

On multiplie l'aire d'une base par la hauteur :

$\mathcal{V} = \mathcal{A}_{\text{base}} \times h = 6 \text{ m}^2 \times 5 \text{ m} = 30 \text{ m}^3.$

Le volume de ce grenier est de 30 m^3.

- Une canette a la forme d'un cylindre de révolution.
  On veut calculer sa contenance en centilitres.



On calcule l'aire d'une base qui est un disque de rayon 3 cm :

$\mathcal{A}_{\text{base}} = \pi \times 3 \times 3 \text{ cm} = 9\pi \text{ cm}^2$

On multiplie l'aire d'une base par la hauteur :

$\mathcal{V} = \mathcal{A}_{\text{base}} \times h = 9\pi \text{ cm}^2 \times 11 \text{ cm} = 99\pi \text{ cm}^3 \approx 311 \text{ cm}^3$

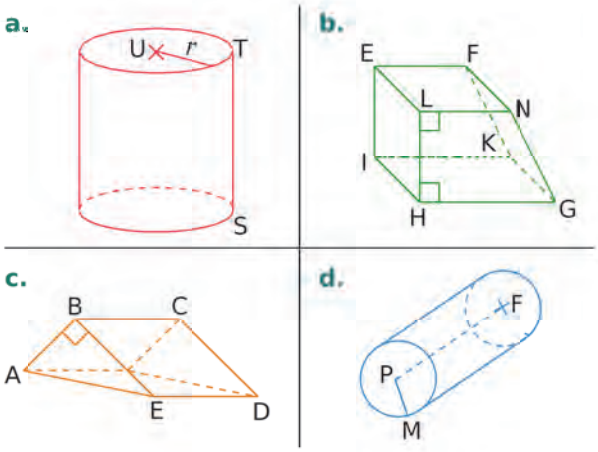
Le volume de cette canette est d'environ 311 cm^3.

Comme 10 cm^3 = 1 cL, on en déduit que sa contenance est d'environ 31 cL.

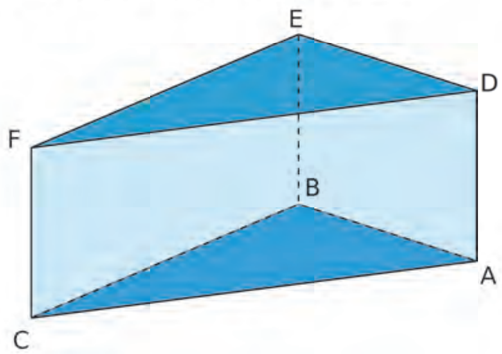
À l'oral !

Voir aussi les Questions FLASH dans le manuel numérique !

1 On a représenté ci-dessous des prismes droits et des cylindres de révolution. Donne la nature des bases et nomme une hauteur dans chaque cas.



2 Le prisme ci-dessous a pour base un triangle rectangle en E tel que : FD = 10 cm ; FE = 8 cm ; ED = 6 cm et AD = 4 cm.



a. Combien ce solide a-t-il d'arêtes, de faces, de sommets ?

b. Quelles sont toutes les longueurs que tu peux déterminer ?

c. Donne l'aire de la face ACFD.

d. Donne l'aire totale du prisme.

e. Donne le volume du prisme.

3 On considère à nouveau le prisme de l'exercice précédent.

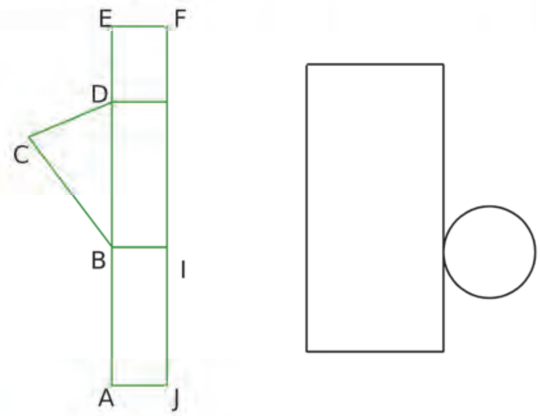
a. Nomme deux arêtes perpendiculaires à [DA].

b. Nomme une face parallèle à la face DEF.

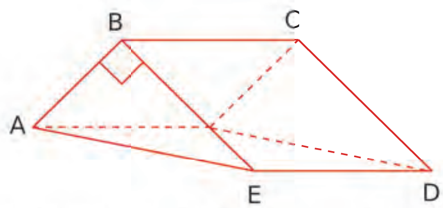
4 On a reproduit ci-dessous deux patrons qui ne sont pas terminés.

a. Propose une façon de compléter chaque patron.

b. Les indications sont-elles suffisantes pour calculer le volume du cylindre ? Si oui, explique comment le calculer.



5 Voici un prisme droit à base triangulaire.



[AB], [BE] et [BC] ont des longueurs entières en centimètres. Donne toutes les possibilités pour AB, BE et BC afin que le volume de ce prisme droit soit de 18 cm^3.

6 **Vrai ou Faux**

P.1. Un prisme droit a toujours un nombre pair de faces.

P.2. Un prisme droit dont la base a 17 côtés a 34 sommets.

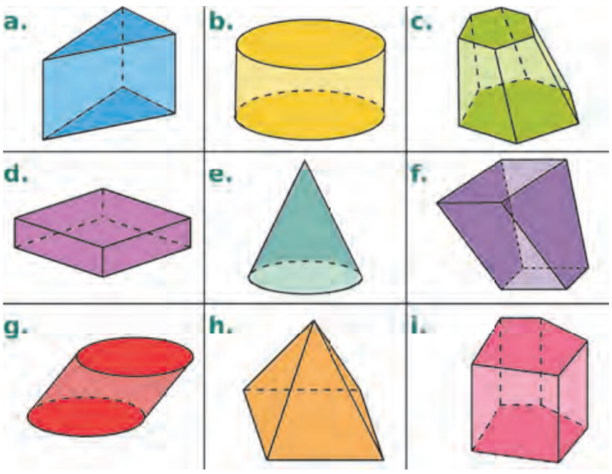
P.3. Le patron d'un cylindre de révolution est constitué de 3 disques dont deux sont identiques.

P.4. Les sections d'un même cylindre par un plan parallèle à son axe ont toutes la même aire.

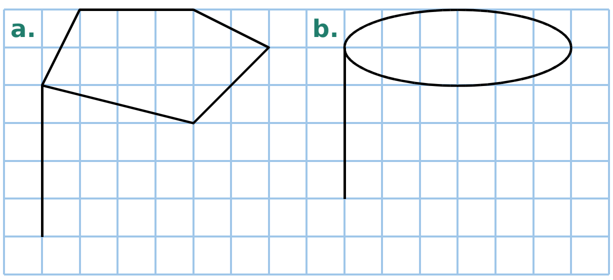
P.5. Un parallélépipède rectangle est un prisme droit.

Vocabulaire

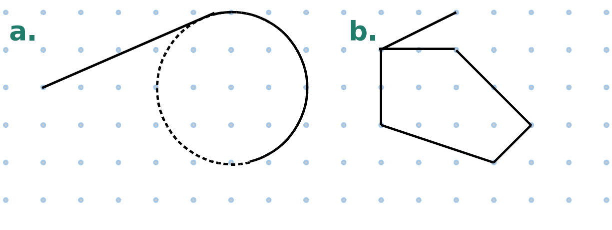
7 Parmi les solides suivants, lesquels sont des cylindres de révolution ? Des prismes droits (précise alors la nature des bases) ?
Explique tes réponses.



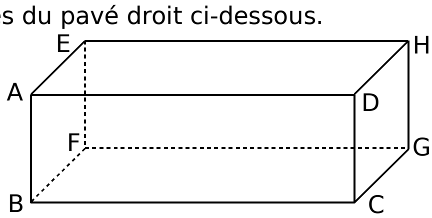
8 Reproduis les figures suivantes sur ton cahier puis complète-les pour obtenir des représentations en perspective cavalière d'un prisme droit et d'un cylindre de révolution.



9 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.



10 Donne le nombre de faces, de sommets et d'arêtes du pavé droit ci-dessous.

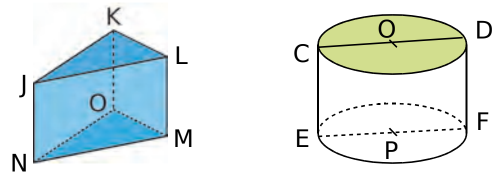


11 Reprends la figure de l'exercice précédent.

a. Quelle face est parallèle à AEFB ?

b. Quelles arêtes sont parallèles à (EH) ?

12 ***Description des solides***



a. Décris les solides ci-dessus : nature du solide, nature des bases, nombre de faces et hauteur.

b. Pour le solide JKLMNO, nomme les arêtes de même longueur.

13 **QCM**

a. Si un prisme droit a 8 faces en tout, alors sa base est...

R.1	R.2	R.3
un hexagone	un pentagone	un octogone

b. Le segment qui joint les centres des deux bases d'un cylindre a pour longueur...

R.1	R.2	R.3
le rayon d'une base	la hauteur du cylindre	le diamètre d'une base

c. Un prisme droit à base triangulaire possède...

R.1	R.2	R.3
6 arêtes	6 faces	6 sommets

14 **TICE Tableur**

a. Pour un prisme droit dont la base est un pentagone, donne son nombre de faces, de sommets et d'arêtes.

b. Dans un tableur, reproduis la feuille de calcul suivante.

	A	B
1	Nombre de côtés d'une base	5
2	Nombre de faces	
3	Nombre d'arêtes	
4	Nombre de sommets	

c. Programme les cellules B2, B3 et B4 pour déterminer le nombre de faces, d'arêtes et de sommets du prisme en fonction du nombre de côtés d'une base.

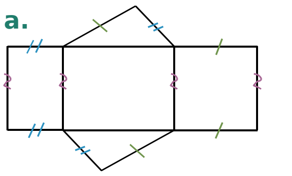
d. Vérifie les résultats de l'exercice **10**.

Exercices Je m'entraine

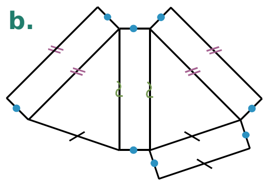
Représentations de solides

15 Parmi les patrons suivants, lesquels sont des patrons de prisme droit ? De cylindre ?
Pour ceux qui ne le sont pas, explique pourquoi.

a.

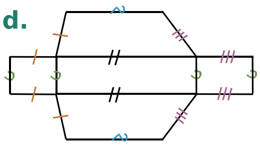


b.



c.

d.



16 Soit un prisme droit, de hauteur 2 cm et ayant pour base un triangle dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 4 cm.

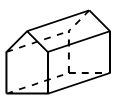
a. Construis un schéma codé à main levée du patron de ce prisme.

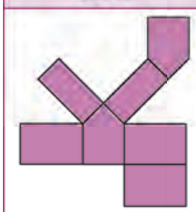
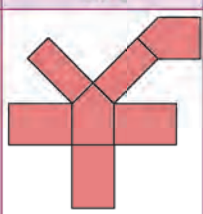
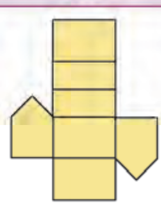
b. Construis ce patron en vraie grandeur.

c. Dessine-le en perspective cavalière.

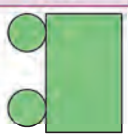
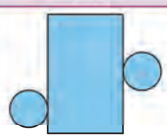
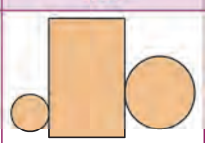
17 **QCM**

a. Quel est le patron de ce prisme droit ?



R.1	R.2	R.3
		

b. Quel est le patron possible d'un cylindre ?

R.1	R.2	R.3
		

18 Un cylindre de révolution de hauteur 7 cm a pour base un disque de rayon 2 cm.

a. À main levée, dessine une représentation de ce cylindre de révolution en perspective cavalière, puis inscris les longueurs données sur ton dessin.

b. Construis un patron de ce cylindre.

19 Représente chacun des prismes décrits ci-après en perspective cavalière. Décris ensuite précisément ses faces et construis-en un patron.

a. Il a cinq faces, dont une est un rectangle de 6 cm sur 4 cm, et dont une autre est un triangle de côtés 3 cm, 4 cm et 5 cm.

b. Il a cinq faces, dont une est un triangle équilatéral de côté 5 cm, et dont une autre est un carré de 5 cm de côté.

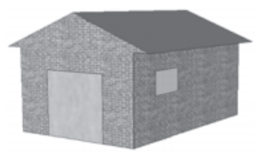
c. Il a huit faces, dont six sont des rectangles de 3 cm sur 4 cm. Un côté de la base mesure 3 cm.

20 L'assemblage ci-contre a été réalisé avec sept dés identiques.

a. Au total, combien de points sont visibles quand l'assemblage est vu de dessus ?

b. Représente la vue de gauche.

21 La gamme de base d'un constructeur de garages comprend des modèles avec une seule fenêtre et une seule porte.
Georges choisit le modèle ci-contre dans la gamme de base.

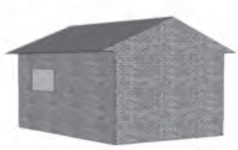


Les illustrations ci-dessous représentent différents modèles vus de derrière. Une seule correspond au modèle choisi par Georges.
Laquelle ?

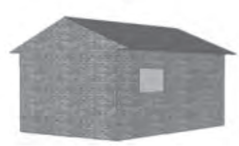
A

B

C



D



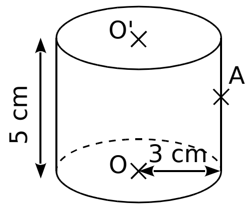
22 On a empilé parfaitement un pavé droit à base carrée (côté 4 cm), d'une hauteur de 5 cm, et un cylindre de rayon de base 2 cm et de hauteur 7 cm.

a. Construis la vue de dessus de cet assemblage.

b. Construis la vue de droite de cet assemblage.

Sections de solides

23 Sections de cylindre



a. Construis en vraie grandeur la section du cylindre par un plan contenant la droite (OO').

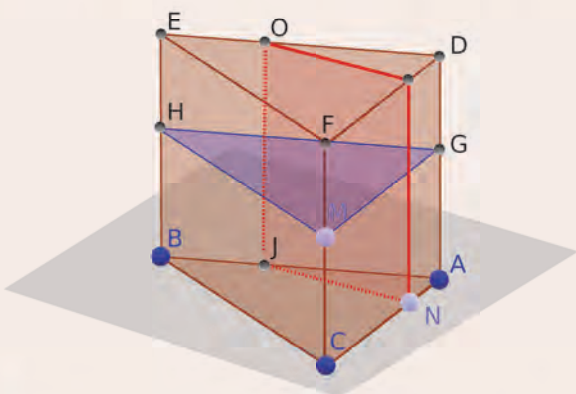
b. Construis en vraie grandeur la section du cylindre par un plan parallèle aux bases et passant par le point A.

24 TICE Géométrie Dynamique

a. Construis un triangle ABC puis, dans la fenêtre *Graphique 3D*, construis un prisme droit de base ABC et de hauteur 5.

b. Construis un point M sur une arête latérale. Construis ensuite le plan parallèle à la base ABC et passant par le point M. Demande l'intersection du plan et du prisme. Décris cette intersection quand M se déplace sur l'arête.

c. Place un point N sur l'arête [AC]. Construis ensuite le plan perpendiculaire au côté et passant par le point N. Demande l'intersection du plan et du prisme. Décris cette intersection quand N se déplace sur le côté.



d. Recommence le même travail avec un prisme dont la base est un rectangle, puis avec un prisme dont la base est un polygone régulier à cinq côtés.

e. Que peut-on dire de la section d'un prisme droit par un plan parallèle à une base du prisme ?

f. Que peut-on dire de la section d'un prisme droit par un plan perpendiculaire à un côté de la base du prisme ?

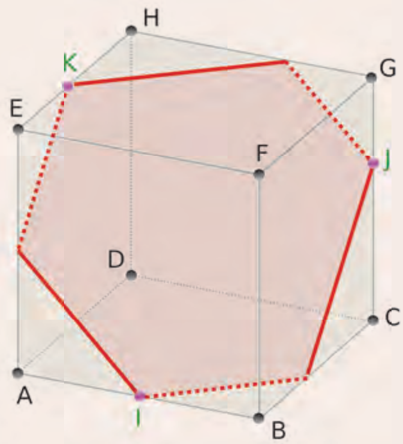
25 TICE Géométrie Dynamique

a. Construis un cube ABCDEFGH.

b. Construis un point I appartenant à l'arête [AB], un point J appartenant à l'arête [CG] et un point K appartenant à l'arête [EH].

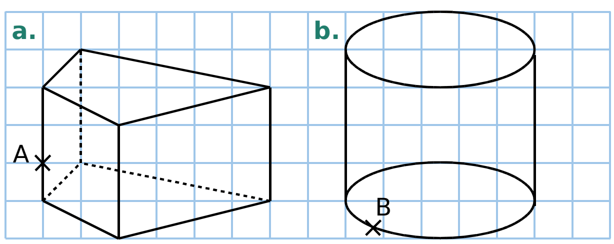
c. Construis le plan passant les points I, J et K.

d. Demande l'intersection de ce plan avec le cube. On obtient alors la section du cube par ce plan.



e. Est-il possible que la section soit :
- un triangle ?
- un quadrilatère ?
- un parallélogramme ?
- un hexagone ?
- un hexagone régulier ?

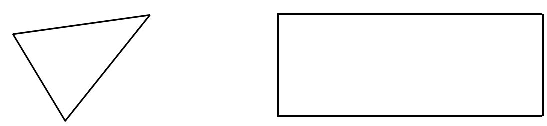
26 Reproduis ces solides dans un quadrillage.



a. Construis la section du prisme par un plan parallèle aux bases et passant par le point A.

b. Construis la section du cylindre par un plan contenant le point B et l'axe du cylindre.

27 Voici, en grandeur réelle, les sections d'un prisme par un plan parallèle à sa base, et par un plan perpendiculaire à sa base. Construis un patron de ce prisme.

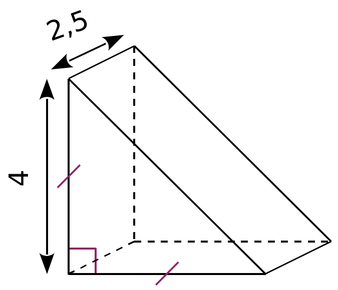


Aires et volumes

28 Calcule l'aire des bases des solides suivants, puis calcule leur volume.

Solide	Base	Hauteur
Prisme 1	Carré de côté 6 cm	12 cm
Prisme 2	Rectangle de 8 m sur 2,5 m	1,5 m
Cylindre	Rayon de base 3 cm	2,5 dm

29 Le dessin ci-dessous représente un prisme droit dont la base est un triangle rectangle isocèle. (L'unité est le centimètre.)



a. Quelle est la hauteur de ce prisme ?

b. Calcule l'aire d'une base.

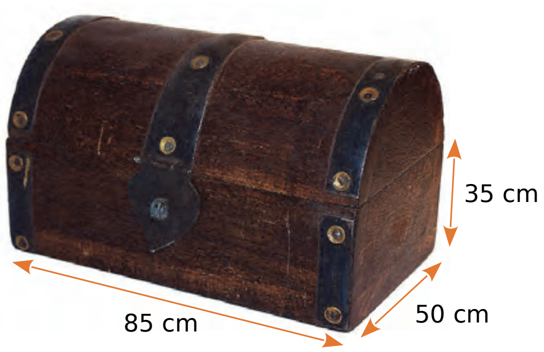
c. Calcule le volume du prisme.

30 ***Appliquer les formules***

a. Un prisme droit de hauteur 10 cm a pour base un polygone d'aire 7,4 cm². Calcule son volume.

b. Un cylindre de révolution de hauteur 11 mm a pour base un disque d'aire 0,9 cm². Calcule son volume en mm³.

31 Un coffre ancien est composé d'un pavé droit surmonté d'un demi-cylindre. Calcule le volume de ce coffre, arrondi au cm³.

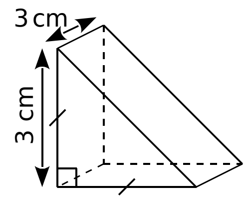


32 Un récipient cylindrique de diamètre 5 cm et de hauteur 10 cm est rempli d'eau aux $\frac{5}{6}$ de sa hauteur. Peut-on y plonger un cube d'arête 31 mm sans que l'eau déborde ? Explique ta réponse.

33 Un seau a la forme d'un cylindre de révolution. Le fond du seau est un disque de diamètre 30 cm. Sa hauteur mesure 4,5 dm. Quelle est, en litres, la contenance de ce seau ?

34 **QCM**

a. Le volume du prisme ci-contre est...



R.1	R.2	R.3
27 cm³	13,5 cm³	42,39 cm³

b. Le volume d'un cylindre de rayon de base 3 cm et de hauteur 4 cm est...

R.1	R.2	R.3
36π cm³	24π cm³	24 cm³

35 **TICE Tableur**

a. Calcule le volume exact en cm³ d'un cylindre de hauteur 15 cm, dont le rayon de la base est 10 cm. Donne une valeur approchée du résultat, en litres au dixième.

b. À l'aide d'un tableur, reproduis la feuille de calcul suivante.

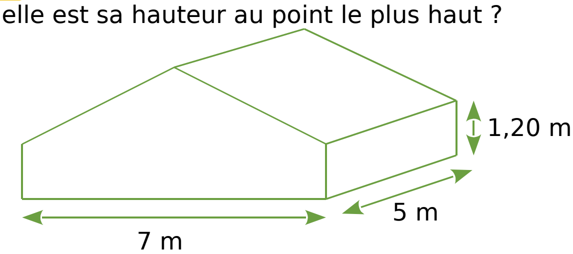
	A	B
1	Hauteur (en cm)	15
2	Rayon de la base (en cm)	10
3	Volume du cylindre (en cm³)	
4	Volume du cylindre (en L)	

c. Programme les cellules B3 et B4 qui te permettront de calculer le volume du cylindre, en cm³ et en litres, en fonction de sa hauteur et du rayon de la base.

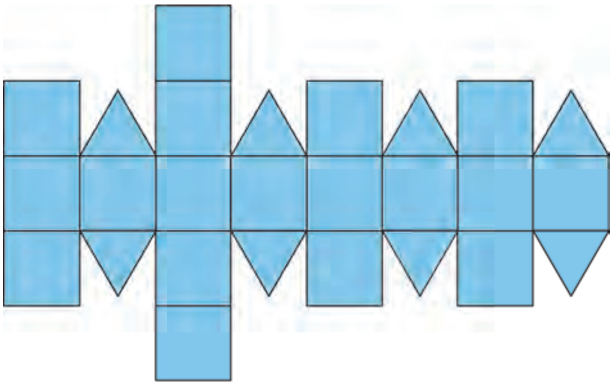
d. Utilise ta feuille de calcul pour répondre aux questions suivantes :

- Le volume du cylindre est-il doublé si on double sa hauteur ? Sinon, que remarques-tu ?
- Le volume du cylindre est-il doublé si on double son rayon ? Sinon, que remarques-tu ?

36 Le volume de cette pièce est de 77 m³. Quelle est sa hauteur au point le plus haut ?



37 Voici le patron du rhombicuboctaèdre.



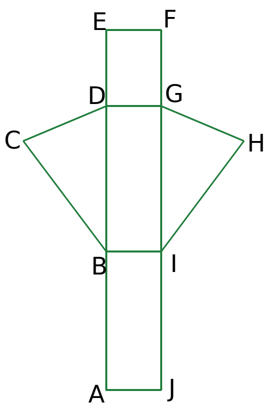
a. Construis-le (2,5 cm pour le côté du carré).

b. Cherche sur Internet l'étymologie du mot « rhombicuboctaèdre ».

c. Cherche sur Internet d'autres patrons de solides à construire. Par exemple :

- rhomboèdre
- octaèdre
- dodécaèdre
- icosaèdre

38 Voici un patron possible d'un prisme droit à base triangulaire.



a. Reproduis ce dessin à main levée.

b. Code les segments de même longueur et les angles de même mesure. Trace l'axe (d) de la symétrie qui transforme le triangle BCD en IGH.

c. Nomme les faces latérales et les bases.

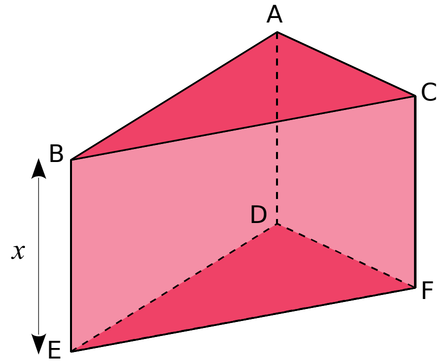
d. Quel point est sur la médiatrice de [AC] ? Justifie.

39 Un tuyau de transport du pétrole (pipeline) a la forme d'un cylindre de diamètre intérieur 60 cm et de diamètre extérieur 65 cm.

La longueur du pipeline qui va de la raffinerie au port est de 850 m. Une entreprise de peinture demande 15,85 € par m² pour la pose et la fourniture d'un revêtement spécial anti-corrosion, à l'intérieur et à l'extérieur de ce pipeline.

Calcule le montant des travaux à effectuer.

40 ABCDEF est un prisme droit dont la base est un triangle rectangle en A, tel que AB = 4 cm, AC = 3 cm et BC = 5 cm.



La hauteur de ce prisme est variable : on note donc x la mesure de cette hauteur, en cm.

a. Calcule le volume de ce prisme droit lorsque sa hauteur est de 7 cm.

b. Détermine une expression littérale du volume du prisme en fonction de sa hauteur x.

c. Calcule ce volume pour $x = 4$ et $x = 8$. Que remarques-tu ?

d. Est-il possible d'obtenir un prisme de volume 60 cm^3 ? Si oui, pour quelle hauteur ?

41 **TICE Tableur**

a. On considère un pavé droit ayant pour dimensions 8 cm, 5 cm et 2 cm. Calcule son aire totale, son volume et la longueur totale de ses arêtes.

b. Dans un tableur, reproduis la feuille de calcul suivante.

	A	B
1	Hauteur (en cm)	2
2	Longueur (en cm)	8
3	Longueur (en cm)	5
4	Volume du pavé (en cm^3)	
5	Aire du pavé (en cm^2)	
6	Longueur totale des arêtes (cm)	

c. Programme les cellules B4, B5 et B6 permettant de calculer les trois grandeurs en faisant varier les dimensions du pavé droit.

42 **Vrai ou Faux**

P.1. Un prisme droit a toujours un nombre pair de sommets.

P.2. Si je multiplie l'arête d'un cube par 10, son volume est multiplié par 1 000.

Géométrie dynamique

Dans un logiciel de géométrie dynamique, affiche le quadrillage.
Dans ce problème, on suppose qu'une unité correspond à 1 cm.

Il s'agit de construire des prismes droits dont la base est un pentagone régulier et dont le volume est de 12 cm³.

a. Peux-tu trouver les dimensions d'un tel prisme droit ? Où se situe la difficulté ?

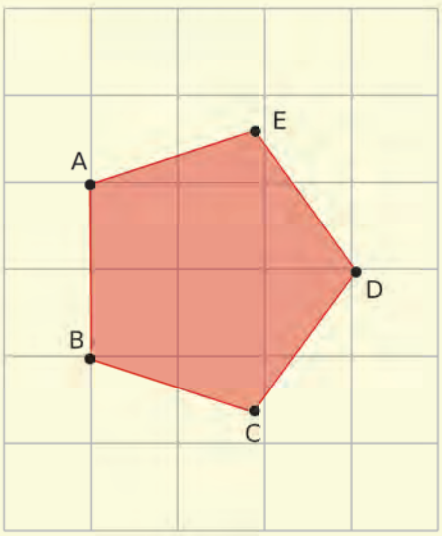
PARTIE 1

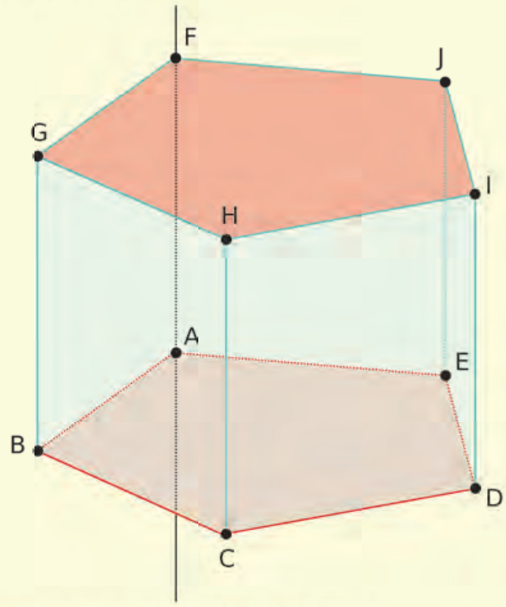
On cherche un tel prisme en fixant la longueur d'un côté du pentagone régulier à 2.

b. Pour construire le pentagone, place deux points A et B tels que AB = 2, puis termine le polygone ABCDE à l'aide de l'outil *Polygone régulier*.

c. Construis la droite perpendiculaire à la base ABCDE et passant par le point A.

d. Place un point F sur cette perpendiculaire, puis construis le prisme.





e. Détermine, grâce au logiciel, l'aire du pentagone, ainsi que le volume du prisme.
Combien valent-ils lorsque la hauteur AF vaut 2 ? Ces valeurs sont-elles en accord avec la formule du volume d'un prisme droit vue en cours ?

f. Calcule pour quelle hauteur le volume du prisme droit est de 12. Vérifie la cohérence de ton résultat en déplaçant le point F.

PARTIE 2

On cherche d'autres prismes droits qui répondent au problème en modifiant la longueur du côté du pentagone de base.

g. Construis une nouvelle figure en plaçant A et B quelconques et affiche la longueur AB.

h. Pour chacune des longueurs AB ci-dessous, détermine une approximation de la longueur AF pour que le volume du prisme soit de 12. Complète de ton mieux le tableau suivant.

Longueur AB (cm)	1	1,5	2,5	3	5
Longueur AF (cm)					

i. Si on double la longueur d'un côté du pentagone, la hauteur du prisme qui convient est-elle divisée par deux ?

D1 Proportionnalité

- Grandeurs proportionnelles
- Pourcentages
- Échelles

Activités

1 Situation de proportionnalité ?

Cours : 1-A

a Au supermarché BioFood, 3 L de jus de fruit coutent 10 €.

- Combien coutent 12 L de jus de fruit ?
- Combien de litres de jus de fruit peut-on acheter avec 30 € ?
- Comment appelle-t-on une telle situation ?
- Recopie et complète ce tableau :

Litres de jus de fruit	3	12	
Prix	10		30

- Recopie et complète : « *Dans cette situation, le ... et le nombre de litres de jus de fruits achetés sont ... .* »

b Une fusée avance dans l'espace à la vitesse constante de 50 000 km/h.

- Quelles sont les deux grandeurs dans cette situation ?
- Donne des exemples de différentes valeurs pour ces deux grandeurs et complète le tableau correspondant.
- Sont-elles proportionnelles ? Justifie.

c À 6 ans, Arnaud chaussait du 30 et à 13 ans, il chausse du 38.
Quelles sont les deux grandeurs de cette situation ? Sont-elles proportionnelles ? Justifie.

d Un abonnement à une série de spectacles propose la formule suivante : forfait de 30 € et 5 € par spectacle. Est-ce une situation de proportionnalité ?

e On peut acheter de l'enduit de lissage par sac de 1 kg, de 5 kg et de 25 kg. Le mode d'emploi précise qu'il faut 2,5 L d'eau pour 10 kg d'enduit. Est-ce une situation de proportionnalité ?

2 Calculs en situation de proportionnalité

Cours : 1-B

Lors d'une course, un marathonien court à un rythme régulier. Il atteint le premier point de ravitaillement (8 km) en 26 minutes et le second point (11 km) en 35 minutes.

a Est-ce une situation de proportionnalité ?

b Déduis-en successivement en quel temps il parcourt 19 km, 3 km puis 16 km.

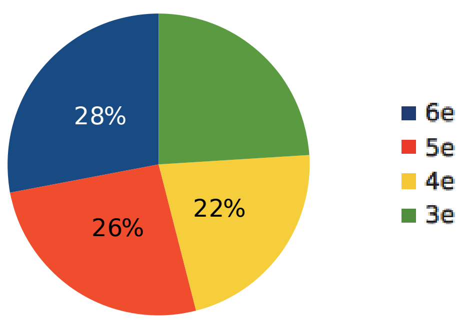
c Résume toutes les informations précédentes à l'aide d'un tableau.
Comment appelle-t-on un tel tableau ?

d Dans chaque cas, calcule la proportion Distance/Temps.
Que remarques-tu ? Déduis-en la distance qu'il parcourt en une heure.

3 Appliquer un pourcentage

Cours : 2

Voici la répartition des élèves d'un collège de 500 élèves. Calcule le nombre d'élèves par niveau.



1 Situation de proportionnalité

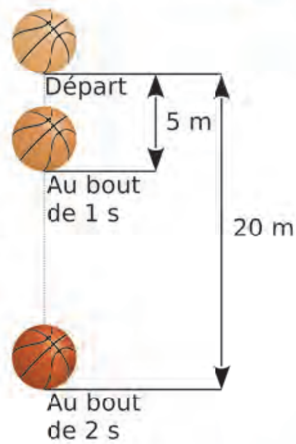
A Grandeurs proportionnelles

→ 17

Définition On dit que deux grandeurs sont **proportionnelles** quand les valeurs prises par l'une s'obtiennent en multipliant celles prises par l'autre par un même nombre non nul, appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemples :

- La longueur du côté et le périmètre d'un carré sont proportionnels car le périmètre d'un carré s'obtient en multipliant la longueur de son côté par 4.
- Voici la distance parcourue par un ballon en chute libre. →
  En 1 seconde, il parcourt 5 m et en 2 s, il parcourt 20 m. Pour passer de la durée de chute à la distance parcourue, on ne multiplie pas par un même nombre, donc la durée de chute et la distance parcourue ne sont pas proportionnelles.



B Tableau de proportionnalité

→ 15

Propriété 1 Quand on regroupe les valeurs prises par deux grandeurs proportionnelles dans un tableau, on obtient un **tableau de proportionnalité**.

Propriété 2 Dans un tableau de proportionnalité, les nombres de la seconde ligne s'obtiennent en multipliant les nombres correspondants de la première ligne par le **coefficient de proportionnalité**.

Exemple :

À la vitesse de 70 km/h, une voiture consomme 5 L aux 100 km.

- La consommation de carburant et la distance parcourue sont proportionnelles.
- À cette vitesse, quand la voiture parcourt une distance de 1 km, elle consomme 0,05 L (5 L ÷ 100). On peut regrouper ces résultats dans un tableau de proportionnalité.

Kilométrage parcouru	100	1	15
Consommation (en L)	5	0,05	?

× 0,05

- À cette vitesse, la consommation, en litres de carburant, est égale au produit du nombre de kilomètres parcourus par 0,05 qui est le **coefficient de proportionnalité**.
- Dans cette situation de proportionnalité, ce coefficient permet de calculer la consommation à partir du kilométrage parcouru : par exemple, à cette vitesse et pour 15 km, la consommation sera de 15 × 0,05 = 0,75 L.

Propriété 3 On peut compléter un tableau de proportionnalité à l'aide des propriétés de linéarité.

Exemple :
2 kg de kiwis contiennent 64 g de sucre et 5 kg de kiwis, 160 g. On souhaite déterminer la masse de sucre contenue dans 8 kg, 7 kg et 13 kg de kiwis.

Masse de kiwis (en kg)	7	2	5	15	13 = 15 − 2
Masse de sucre (en g)	224	64	160	480	416 = 480 − 64

2 Applications de la proportionnalité

A Appliquer un pourcentage

→ 34

Exemple :
Lors de soldes, une réduction de 15 % est accordée sur les articles d'un magasin. Cela signifie que :
- la réduction et le prix initial d'un article sont proportionnels ;
- si le prix initial d'un article est de 100 €, alors la réduction est de 15 €.

On cherche la réduction d'un article coutant 80 €. On regroupe ces données dans un tableau de proportionnalité.

Prix initial	100	80
Réduction	15	?

Le coefficient de proportionnalité est 0,15.

Donc la réduction recherchée est égale à 80 × 0,15 = 12 €.

Propriété Pour calculer x % d'une quantité, on multiplie cette quantité par x et on divise par 100.

Exemple : 25 % de 350 est égal à (350 × 25) ÷ 100 = 87,5

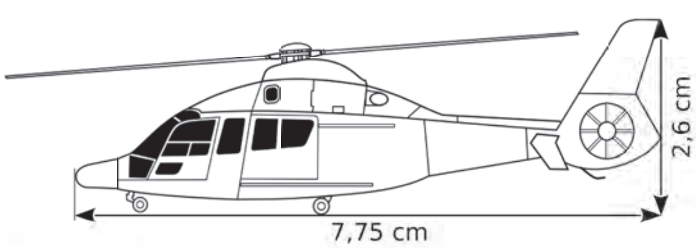
B Échelle

→ 48

Définition L'échelle d'une carte ou d'un plan est le coefficient de proportionnalité qui permet de passer des distances réelles aux distances correspondantes sur la carte ou le plan, exprimées dans la même unité.

$$\text{Échelle} = \frac{\text{distances sur le plan}}{\text{distances réelles}}$$

Exemple :
Ce dessin représente le plan d'un hélicoptère SA.365 Dauphin.



Dans la réalité, il a pour hauteur 3,9 m, donc l'échelle est :
$$\frac{\text{distances sur le plan}}{\text{distances réelles}} = \frac{2,6}{390} = \frac{1}{150}.$$
Ce qui signifie que 1 cm sur le plan correspond à 150 cm dans la réalité.

Distance réelle (en cm)	390	x
Distance sur le plan (en cm)	2,6	7,75

La longueur réelle de l'appareil est donc x = 7,75 × 150 = 1 162,5 cm ≈ 11,63 m.

À l'oral !

1 Les grandeurs ci-dessous sont-elles proportionnelles ?

a. L'âge d'une personne et son année de naissance.

b. L'aire d'un carré et la longueur de son côté.

c. Le prix de 5 kg de pommes et le prix d'un kilo de pommes (sans remise).

d. Le poids d'une personne et son âge.

2 Le pouvoir couvrant d'une peinture est de 5 L pour 15 m².
Calcule les surfaces que l'on a recouvertes en utilisant 2 L, 13 L, 15 L et 32 L de cette peinture.

3 Quand Skipi court à 12 km/h, il saute 4 m en longueur. Quand il court à 20 km/h, il saute 6 m en longueur. La longueur de son saut est-elle proportionnelle à sa vitesse ?

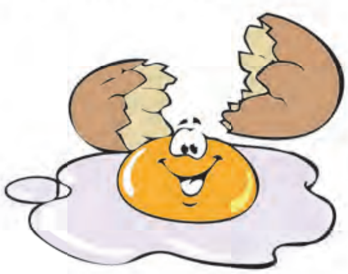
4 Propose trois méthodes différentes pour compléter ce tableau de proportionnalité.

Nombre de séances	3	9	12
Prix à payer (en €)	15	45	

5 Un œuf est constitué principalement de trois parties (le reste peut être négligé) :

- la coquille qui représente 10 % de la masse de l'œuf ;
- le blanc qui en représente 60 % ;
- le jaune.

Sachant qu'un œuf moyen pèse 60 g, calcule de deux façons la masse du jaune.



6 Calcule mentalement.

a. 13,1 % de 100 g **b.** 100 % de 3,17 L

c. 10 % de 38 cm **d.** 50 % de 24 moutons

7 Trouve un énoncé de problème avec un calcul de pourcentage s'appuyant sur le tableau de proportionnalité suivant.

...	66	55
...	120	100

8 Associie la proportion au pourcentage correspondant.

$\frac{1}{2}$ •	• 25 %
50 sur 200 •	• 75 %
21 parmi 28 •	• 10 %
$\frac{1}{10}$ •	• 20 %
0,2 •	• 50 %

9 Un plan est à l'échelle $\frac{1}{1\,000}$.

a. Quelle longueur réelle est représentée par 2 cm sur le plan ?

b. Quelle longueur sur le plan représente 35 m dans la réalité ?

c. Même question avec 100 m.

10 **Vrai ou Faux**

P.1. Le temps passé devant la télévision par un enfant est proportionnel à son âge.

P.2. 20 % de 40 = 40 % de 20

P.3. Si un prix augmente de 100 %, alors il est doublé.

P.4. 28 % est compris entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{3}{4}$.

P.5. Une même distance sera représentée plus grande sur un plan à l'échelle $\frac{1}{500}$ que sur un plan à l'échelle $\frac{1}{1\,000}$.

Grandeurs proportionnelles

11 Un cinéma propose les tarifs suivants.

Nombre de séances	1	4	12
Prix à payer (en €)	7	28	80

Le prix à payer est-il proportionnel au nombre de séances ? Justifie ta réponse.

12 Dans chacune des situations suivantes, détermine les deux grandeurs qui interviennent et précise si elles sont proportionnelles.

a. J'ai dépensé 6,30 € en achetant 2,7 kg de tomates.

b. À 5 ans, Marius pesait 25 kg.

c. J'ai invité mes amis au cinéma : cela m'a couté 24 € pour nos 6 tickets.

d. À vitesse régulière, cette voiture consomme 17,5 L de carburant pour parcourir 250 km.

e. Un décimètre cube d'or pèse environ 19 kg.

f. Une maison de 90 m² habitables comporte 3 chambres.

g. Émile a 10 ans et il chausse du 35.

h. Ce robinet a un débit de 12 L/min : on peut remplir 12 L en le laissant couler durant 1 minute.

i. Après avoir révisé pendant 45 minutes, je n'ai fait que 2 erreurs à l'évaluation !

13 **QCM**

a. Quelles sont les grandeurs proportionnelles ?

R.1	R.2	R.3
L'âge et la taille d'une personne	Le périmètre d'un carré et la longueur de son côté	La taille d'un avion et sa vitesse

b. Si 4 crayons coutent 7 €, alors...

R.1	R.2	R.3
7 crayons coutent 4 €	5 crayons coutent 8 €	6 crayons coutent 10,50 €

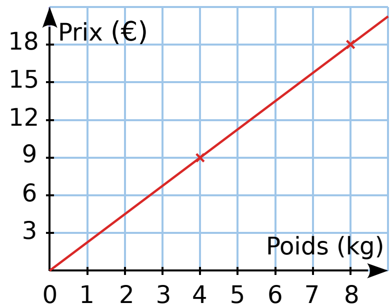
14 Un épicier propose à ses clients un assaisonnement constitué d'un mélange de sel et de poivre. Ce mélange est élaboré selon les proportions suivantes : une dose de poivre pour trois doses de sel. Recopie et complète ce tableau.

Poivre (en g)	10			35		
Sel (en g)		60	36		90	75

15 Un carton de 6 bouteilles de jus de fruit coute 4,20 €. Recopie puis complète le tableau de proportionnalité en justifiant par un calcul.

Nombre de bouteilles	6	1	4	
Prix (en €)	4,2			13,3

16 Le graphique suivant représente le prix des pommes en fonction du poids acheté.



a. Le prix des pommes est-il proportionnel au poids ? Explique.

b. Combien coutent 10 kg de ces pommes ? Explique ton raisonnement.

c. Une autre variété de pommes est proposée, au prix de 14 € la cagette de 6 kg. Cette variété est-elle plus ou moins chère que la précédente ? Justifie ta réponse.

17 Au marché, 1 kg de carottes coute 0,35 €, 2 kg de tomates 2,60 € et 5 kg de pommes de terre 2 €. Une ratatouille « flèchoise » est un plat constitué de ces trois légumes à parts égales.

Avant cuisson et épluchage, les ingrédients de la recette pèsent 1,2 kg. Quel est le prix du plat préparé ?

18 On verse 4 cL de menthe dans un verre de 30 cL. On complète avec de l'eau à ras bord.

a. Combien verse-t-on d'eau pour 1 cL de menthe ?

b. Quelle quantité de menthe doit-on mettre dans un verre de 45 cL pour obtenir exactement le même gout ?

19 Une usine produit 1 200 bouteilles en 3 heures.

a. Combien de bouteilles produit-elle en 1 heure ? En 2 heures ?

b. Combien de temps faut-il pour produire 6 000 bouteilles ?

20 La consommation moyenne d'une voiture s'élève, selon son constructeur, à 4,5 L/100 km.

a. Comment interpréter la valeur donnée par le constructeur ?

b. Quelle quantité de carburant sera consommée lors d'un trajet de 320 km ?

c. Quelle est, en km, l'autonomie moyenne de cette voiture, sachant que son réservoir a une capacité de 55 litres ?

21 Voici ce que l'on peut lire sur l'emballage d'un paquet de pâtes.

Valeur nutritionnelle pour 100 g :
Calories : 350 kcal
Protéines : 12 g
Glucides : 70 g
Lipides : 2,5 g

a. Calcule l'apport calorique d'une portion de 60 g de ces pâtes.

b. Quelle quantité de glucides contient-elle ?

22 Voici ce que l'on peut lire sur l'étiquette d'une bouteille d'un litre de jus d'orange.

	Valeurs nutritionnelles moyennes pour 100 mL
Protéines	0,4 g
Glucides	11,8 g
Lipides	< 0,1 g
Valeur énergétique moyenne : 50 Kcal	

Recopie puis complète le tableau suivant.

Volume de jus d'orange	200 mL	250 mL	1 L	2 L
Protéines				
Glucides				
Lipides				
Valeur énergétique moyenne				

23 Six œufs au chocolat sont vendus 14 €.

a. Combien coute un œuf ?

b. Combien coutent dix œufs ?

24 Une bouteille de 1,5 L de soda contient l'équivalent de 30 morceaux de sucre. Quelle quantité de sucre avale-t-on en buvant une canette de 33 cL de soda ?

25 Pour effectuer des calculs longs et complexes, les entreprises louent du temps de calcul sur des super-ordinateurs. On leur facture 2 130 € l'heure de calcul. Combien paieront-elles pour un calcul qui dure...

a. 40 min ?

b. 2 h 12 min ?

c. 3 h 25 min ?

d. 1 jour 2 h 30 s ?

26 Un télésiège fonctionne de 9 h à 16 h 45 sans s'arrêter et peut transporter jusqu'à 1 200 skieurs toutes les 20 minutes.

Quel nombre maximal de skieurs ce télésiège peut-il déposer chaque jour en haut des pistes ?

27 Un pétrolier navigue à allure constante. Il effectue 15 miles en 2 heures. Donne la distance qui sera couverte en :

a. 6 heures **b.** 8 h 30 min **c.** 10 h 45 min

28 Un véhicule a effectué 98 km en 1 h 10 min. En supposant sa vitesse régulière, quelle distance a-t-il parcourue en une heure ?

29 Un automobiliste parcourt une distance de 127 km à la vitesse moyenne de 110 km/h.

a. Combien de temps dure le trajet ?

b. Combien de temps l'automobiliste gagnerait-il en roulant à la vitesse moyenne de 130 km/h ?

30 Un robinet fuit de façon régulière et remplit un seau de 6 L en 45 minutes.

a. Quel volume d'eau s'échappe en 15 minutes ?

b. Si on laisse couler le robinet pendant une heure, quel volume d'eau s'écoulera-t-il ?

c. On place une bassine de 50 L sous le robinet. En combien de temps sera-t-elle remplie ?

Pourcentages

31 Associe chaque étiquette bleue à l'étiquette verte correspondante.

prendre 10 %	**multiplier par 2**
prendre 25 %	**diviser par 10**
prendre 75 %	**multiplier par 3 et diviser par 4**
prendre 30 %	**diviser par 4**
prendre 50 %	**multiplier par 0,3**
prendre 200 %	**diviser par 2**

32 Calcule mentalement.

a. 10 % de 356
b. 50 % de 180
c. 75 % de 40
d. 25 % de 30
e. 200 % de 125
f. 150 % de 100

33 Calcule.

a. 33 % de 100 g
b. 30 % de 200 m
c. 70 % de 15 €
d. 150 % de 15 kg
e. 65 % de 48 g
f. 7,5 % de 11,80 €

34 Dans un collège de 360 élèves, 171 d'entre eux sont des garçons. Calcule de deux manières différentes le pourcentage de filles.

35 Le chocolat blanc contient 20 % de beurre de cacao, 14 % de matière sèche d'origine lactique et 55 % de sucre. Calcule la masse de chacun de ces ingrédients dans une tablette de chocolat blanc de 150 g.

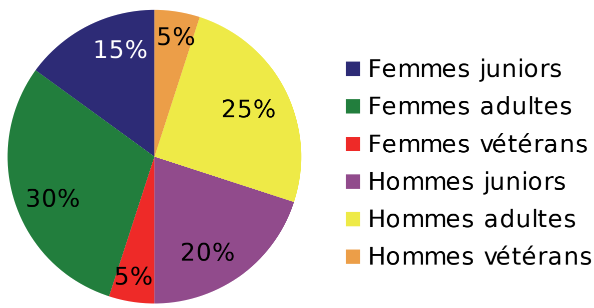
36 ***Un peu d'air !***

L'air est constitué principalement d'azote et d'oxygène. Dans un volume d'air donné, le volume d'azote correspond à 78,6 % du volume total et celui d'oxygène à 20,9 %.
Sachant qu'une salle de classe a un volume moyen de 125 m^3, calcule le volume, en m^3, de chacun des deux gaz présents dans cette salle.

37 Au 1er janvier 2016, le prix du gaz a baissé de 2 %.

Quelle économie cela représente-t-il pour une famille de 4 personnes dont la facture annuelle s'élevait à 1 250 € en 2015 ?

38 Le diagramme circulaire suivant donne la répartition des adhérents d'un club sportif selon leur sexe et leur tranche d'âge.



Le club comporte 240 adhérents. Calcule le nombre d'adhérents dans chaque catégorie.

39 Au cours du dernier semestre, une usine d'électroménager a produit 15 200 réfrigérateurs. Le SAV (Service Après-Vente) a noté des dysfonctionnements sur 608 d'entre eux.
En t'aidant du tableau suivant, détermine le pourcentage d'appareils défectueux.

Appareils défectueux	608	
Appareils produits		100

40 204 pays ont participé aux phases éliminatoires pour la qualification à la coupe du monde de football 2014 au Brésil. Seuls 31 d'entre eux ont été qualifiés, le trente-deuxième étant le pays organisateur.
Quel est le pourcentage, au dixième près, de pays qualifiés pour cette compétition ?

41 Une ville possède deux collèges.

Dans le premier, il y a 350 élèves et 40 % d'entre eux sont demi-pensionnaires.

Dans le deuxième, il y a 620 élèves dont 124 demi-pensionnaires.

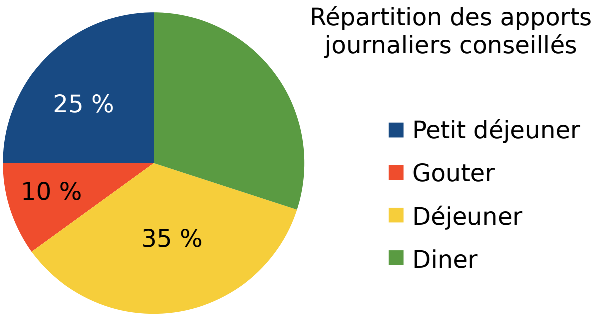
a. Dans le premier collège, combien y a-t-il d'élèves demi-pensionnaires ?

b. Dans le second collège, quel est le pourcentage d'élèves demi-pensionnaires ?

c. Dans les deux établissements réunis, quel est le pourcentage de demi-pensionnaires ?

d. Quelle remarque peux-tu faire ?

42 Les aliments apportent de l'énergie au corps. La quantité d'énergie se mesure en kJ (kilojoules).



Par jour, un adolescent entre 13 et 15 ans a besoin de 12 100 kJ, et une adolescente de 10 400 kJ.

a. Quelle quantité d'énergie doit apporter le petit déjeuner à un adolescent ? Et le diner ?

b. Mêmes questions pour une adolescente.

43 **TICE Tableur**

La **TVA** (Taxe sur la Valeur Ajoutée) est un impôt indirect concernant la plupart des biens de consommation. Elle est ajoutée au prix Hors Taxe (**HT**) d'un article, ce qui donne un prix **TTC** (Toutes Taxes Comprises). Il existe différents taux de TVA en France. Le taux normal concerne la plupart des biens (habits, essence, électroménager, parfums, DVD, etc.) : il est fixé à 20 %. Le taux réduit est fixé à 5,5 % et concerne les produits de première nécessité (eau, lait, conserves, fruits, etc.).

a. Reproduis cette feuille de calcul dans un tableur. Tu choisiras le format *monétaire* pour les cellules B2, B4 et B5, et *pourcentage* pour la cellule B3.

	A	B	C
1	Article	Téléviseur	
2	Prix HT	580,00 €	
3	Taux de TVA	20,00 %	
4	TVA		
5	TTC		

b. Quelle formule peux-tu saisir en B4 pour obtenir le montant de la TVA, en € ?

c. Quelle formule peux-tu saisir en B5 pour obtenir le montant du prix TTC, en € ?

d. Pour le gaz, l'abonnement est taxé à 5,5 %, mais la consommation est taxée à 20 %. Sur sa facture, Kim voit que son abonnement HT s'élève à 23 € et sa consommation HT à 353 €. Utilise ta feuille de calcul pour déterminer le montant de TVA et le prix TTC de cette facture.

44 Lors de l'élection des délégués de classe, les 28 élèves de la classe ont élu Ahmed avec 20 voix et Séraphine avec 18 voix.

a. Calcule le pourcentage d'élèves qui ont voté pour chacun de ces deux délégués.

b. Sachant qu'Éric, qui n'a pas été élu, a eu entre 15 % et 20 % des suffrages, détermine combien d'élèves ont voté pour lui.

c. Calcule le pourcentage de votants pour Éric au dixième près.

45 Un magasin vend des sweats de différentes couleurs au prix de 32,40 € l'unité. Cette semaine, ils sont en promotion.

a. Calcule le montant de la réduction pour chaque sweat.

b. Calcule le nouveau prix de chaque sweat après la réduction.

c. Pour ses clients disposant d'une carte de fidélité, il décide d'appliquer une réduction supplémentaire de 10 % à celle déjà effectuée. Calcule alors le prix de chaque article.

46 **QCM**

a. Pour calculer 5 % d'un nombre, on le...

R.1	R.2	R.3
multiplie par 5	multiplie par 0,5	multiplie par $\frac{5}{100}$

b. 12 % de 150 € correspondent à...

R.1	R.2	R.3
18 €	12 €	8 €

c. Après une remise de 10 %, un pantalon qui coutait initialement 40 € coute...

R.1	R.2	R.3
4 €	36 €	30 €

d. Au 1er janvier 2016, le prix du timbre au tarif « Lettre verte » est passé de 0,68 € à 0,70 €.

Cela correspond à une hausse de...

R.1	R.2	R.3
2 %	20 %	environ 2,9 %

Échelles

47 Simona veut réaliser le plan de sa chambre à l'échelle 1/50.

a. Reproduis et complète le tableau de proportionnalité suivant.

	Échelle	Longueur	Largeur
Dimensions sur le plan (en cm)	1		
Dimensions réelles (en cm)	50	450	380

b. La largeur d'une porte est de 1,8 cm sur le plan. Quelle est sa largeur en réalité ?

48 Annecy et Grenoble sont distantes de 97 km.

a. Sur une carte à l'échelle 1/100 000, quelle distance sépare Annecy de Grenoble ?

b. Chambéry est situé entre Annecy et Grenoble, à 40 km d'Annecy. Combien mesure cette distance sur la carte ?

c. Aix-les-Bains est à 1,1 cm de Chambéry sur la carte. À quelle distance cela correspond-il en réalité ?

49 Exprime, à l'aide d'une fraction de numérateur 1, les échelles suivantes.

a. 1 cm sur un plan représente 100 cm dans la réalité.

b. 5 cm sur une carte représentent 1 500 cm dans la réalité.

c. 1 cm sur une carte correspond à 5 km dans la réalité.

50 Dans chaque cas ci-dessous, détermine l'échelle utilisée.

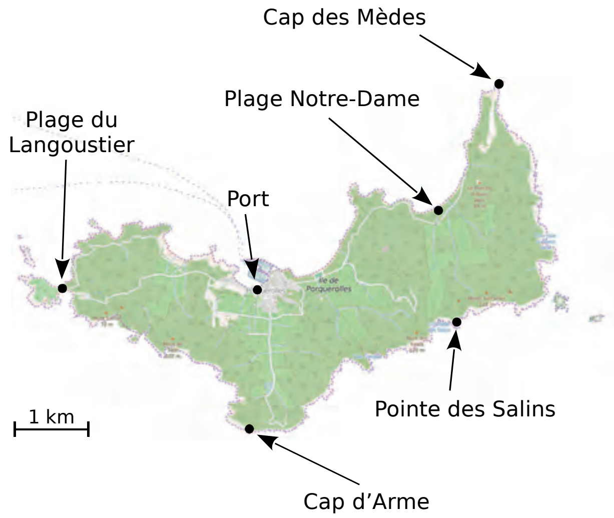
a. Sur une carte routière, la distance entre deux villes est de 15 cm. En réalité, cette distance est de 300 km.

b. Sur la maquette d'un building, la flèche de l'immeuble mesure 12 cm. En réalité, elle mesure 36 m.

c. Sur le plan d'une halle des sports, les gradins ont une longueur de 82,5 cm. En réalité, ils mesurent 55 m.

d. Une tour Eiffel en modèle réduit mesure 18 cm. En réalité, elle mesure 324 m (antennes de télévision incluses).

51 La carte suivante schématise l'ile de Porquerolles.

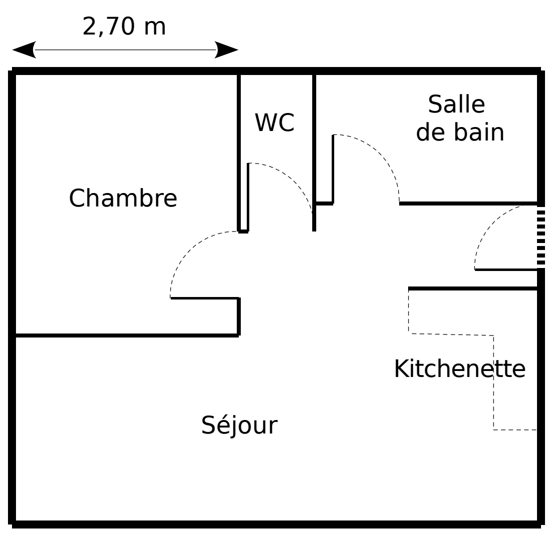


a. Quelle est l'échelle de cette carte ?

b. Quelle distance y a-t-il entre la Plage du Langoustier et le Cap des Mèdes à vol d'oiseau ? Et entre le Port et le Cap d'Arme ?

c. Construis un tableau donnant les distances à vol d'oiseau entre le Cap des Mèdes et les autres points de l'ile.

52 Voici le plan d'un appartement.



a. Quelle est la largeur réelle de cet appartement ? Quelles autres dimensions réelles peux-tu déterminer facilement ?

b. Quelle est l'échelle de ce plan ?

c. Calcule toutes les dimensions réelles et présente-les dans un tableau (on arrondira au centimètre).

d. Quelle est la surface réelle de cet appartement ?

53 Josselin décide de changer les ampoules classiques de son domicile (puissance moyenne de 75 W) pour des ampoules basse consommation d'une puissance moyenne de 15 W.

Rappels : Une ampoule de 75 W consomme 75 Wh, soit 75 W en 1 heure ; 1 kW correspond à 1 000 W.

a. Chaque ampoule est allumée en moyenne 1 h 30 min par jour. Quel nombre de kWh Josselin économisera-t-il pour chaque ampoule, chaque année (on prendra 365 jours) ?

b. Le prix du kWh est approximativement de 0,6 €. Calcule ainsi l'économie réalisée par ampoule et par an, au centime d'euro près.

c. Une ampoule classique coute 1 € et une ampoule basse consommation 7 €.
Dans combien de temps environ Josselin aura-t-il remboursé son investissement ?

54 En janvier 2016, les monnaies suivantes s'échangeaient de la façon suivante :

1 € = 1,09317 dollar US (USD)
1 € = 72,4173 roupies indiennes (INR)
1 yuan chinois (CNY) = 0,141046 €

Combien valent...

a. 3 euros en dollars US ?

b. 20,5 yuans chinois en euros ?

c. 50 euros en roupies indiennes ?

d. 100 dollars US en euros ?

e. 200 roupies indiennes en euros ?

f. 3 000 yuans en dollars ?

55 On considère un cercle de rayon 10 cm et de centre O.

a. Quelle est la longueur de ce cercle ?

b. Quelle est la longueur de la moitié de ce cercle ? Combien mesure l'angle de sommet O qui correspond à cet arc ?

Quelle est la longueur d'un arc de ce cercle correspondant à un angle de...

c. 90° ? **d.** 45° ? **e.** 20° ? **f.** 1° ?

g. Calcule de deux manières la longueur d'un arc de ce cercle correspondant à un angle de 110°.

56 ***Choisis ta remise !***

Pour les soldes, le vendeur d'un magasin propose trois formules de réduction :

- **Formule 1 :** une réduction de 60 % ;
- **Formule 2 :** une réduction de 50 %, puis de 10 % sur ce qui reste à payer après la première réduction ;
- **Formule 3 :** une réduction de 10 %, puis de 50 % sur ce qui reste à payer après la première réduction.

Une proposition est-elle plus avantageuse que les autres ? Si oui, laquelle ? Justifie.

57 La vitesse du son est de 340 mètres par seconde et celle de la lumière est de 299 792 458 mètres par seconde.

a. Exprime ces vitesses en kilomètres par heure.

b. La Terre est assimilée à une sphère de 6 400 kilomètres de rayon. Combien de temps mettrait-on pour en faire le tour à la vitesse du son ?

c. Une Année-Lumière (notée *A.L.*) est une unité de longueur utilisée par les astronomes pour mesurer les distances entre les planètes. Une Année-Lumière est la distance parcourue par la lumière en une année. Exprime cette distance en kilomètres.

58 Vrai ou Faux

P.1. Si un enfant pèse 5,8 kg à 6 mois et 11,6 kg à 1 an, alors il pèsera 23,2 kg à 2 ans.

P.2. Pour calculer 20 % d'un nombre, il suffit de le diviser par 5.

P.3. Augmenter de 200 % une quantité revient à la doubler.

P.4. Si la maquette d'un bateau est réalisée à l'échelle 1/50, alors 50 cm sur la maquette représentent 25 m en réalité.

P.5. Si 3 ouvriers mettent 45 minutes pour repeindre une pièce, alors 1 ouvrier met 15 minutes pour repeindre cette même pièce.

Exercices Synthèse

Degré d'alcool

a. La **masse volumique** de l'alcool pur est 0,8 g/cm³. Cela signifie que chaque cm³ d'alcool pur pèse 0,8 gramme.

- Combien pèse un litre d'alcool pur ? Compare avec la masse d'un litre d'eau.
- Combien pèse un centilitre d'alcool pur ?

b. Le **degré d'alcool** mesure la teneur d'une boisson en alcool. C'est le pourcentage du volume d'alcool pur contenu dans cette boisson. Par exemple, dans 20 cL d'une boisson alcoolisée à 10°, il y a l'équivalent de 10 % de 20 cL, c'est-à-dire 2 cL d'alcool pur.

- Quel volume d'alcool pur, en cL, y a-t-il dans un verre contenant 2 cL d'un apéritif anisé à 45° ? Quelle masse d'alcool pur, en grammes, contient ce verre ?

c. Comment interprètes-tu l'illustration suivante ? Argumente ta réponse.

Alcoolémie

L'alcoolémie mesure la quantité d'alcool pur contenu dans le corps humain. Elle s'exprime en grammes (d'alcool pur) par litre (de sang), notée g/L. En France, le taux d'alcoolémie maximal autorisé au volant est de 0,5 g/L. Pour estimer l'alcoolémie d'une personne, on utilise parfois les formules suivantes.

Pour une femme : $\dfrac{a}{0{,}6 \times \text{Poids (en kg)}}$ et pour un homme : $\dfrac{a}{0{,}7 \times \text{Poids (en kg)}}$

où a désigne la quantité d'alcool pur ingérée, en grammes.

a. Gustave et ses parents s'apprêtent à rentrer chez eux, après un diner chez des amis. Son père, Jacques, a 44 ans et pèse 70 kg. Sa mère, Danièle, a 39 ans et pèse 51 kg. Tous deux ont ingéré 20 g d'alcool. Gustave a 12 ans, pèse 40 kg, n'a bu que du soda mais ne peut pas conduire ! Peuvent-ils rentrer chez eux en voiture ?

b. Selon toi, le taux d'alcoolémie est-il proportionnel à la quantité d'alcool ingérée ? Est-il proportionnel au poids ?

Évolution de l'alcoolémie

Lorsqu'on consomme de l'alcool, l'alcoolémie augmente rapidement : le taux maximum est atteint environ 30 minutes après avoir bu si l'on est à jeun (un peu plus tard si l'on a mangé). L'élimination de l'alcool par le corps est très lente : le taux d'alcoolémie diminue de 0,15 g/L par heure, ce chiffre pouvant varier d'une personne à une autre.

Léa a 22 ans. Elle mesure 1,55 m et pèse 44 kg. Elle vient de boire deux canettes de bière de 25 cL chacune, et n'a rien mangé. Il s'agit d'une bière à 8°.

a. Représente graphiquement l'évolution approximative du taux d'alcoolémie de Léa. Tu prendras, en abscisse, 1 cm pour 30 min et, en ordonnée, 1 cm pour 0,3 g/L.

b. Au bout de combien de temps environ pourra-t-elle prendre le volant ?

D2 Statistiques

- *Vocabulaire, tableaux, graphiques*
- *Fréquence*
- *Moyenne*
- *Médiane*

Activités

1 Animaux de compagnie

Cours : 1

Mélanie a mené une enquête dans la classe de sa sœur. À chacun des 24 élèves, elle a demandé quel était leur animal de compagnie préféré parmi cinq propositions.

Voici leurs réponses, en vrac.

Chien – Chat – Chien – Lapin – Chien – Oiseau – Poisson – Chien – Chat – Chat – Poisson – Lapin – Chat – Lapin – Oiseau – Chien – Chien – Chien – Chat – Chat – Lapin – Chien – Chat – Lapin

a Comment présenter ces données pour qu'elles soient plus lisibles ?

b Quelle est la proportion de la réponse « Oiseau » ?
Calcule les proportions de chaque proposition de réponse.

c Marc affirme que plus de la moitié des élèves ont répondu « Chien » ou « Chat ». A-t-il raison ?

d Moussa souhaiterait visualiser en un seul coup d'œil les réponses qui représentent plus du quart du nombre total de réponses. Quel type de représentation pourrait convenir ?

e Fais une recherche sur les animaux de compagnie en France. Selon toi, les élèves interrogés sont-ils, de ce point de vue, représentatifs de l'ensemble de la population française ?

2 Les salaires

Cours : 2-B

Une petite entreprise d'informatique emploie neuf personnes.
Voici les salaires mensuels bruts versés par cette entreprise à ses employés en 2015 :

3 785 € ; 1 502 € ; 2 200 € ; 1 684 € ; 6 200 € ; 1 709 € ; 1 823 € ; 1 912 € ; 4 885 €

a Si l'on répartissait uniformément la masse salariale de cette entreprise (c'est-à-dire la somme de tous les salaires versés), quel salaire mensuel brut percevrait chaque employé ? Comment appelle-t-on ce salaire ?

b John est salarié de cette entreprise : il affirme qu'il y a autant de salariés qui gagnent plus que lui, que de salariés qui gagnent moins que lui dans cette entreprise. Quel est son salaire ?
Ce nombre est appelé **salaire médian**.

c Les cinq salaires les plus bas ont été augmentés de 100 €.
Quel est l'effet de cette revalorisation sur le salaire moyen ? Sur le salaire médian ?

d Voici l'extrait d'un article de journal.
Qu'en penses-tu ?

NEWS

En 2013, pour faire partie des 50 % les mieux rémunérés, un Français devait gagner au moins 1 772 € net par mois.(...)
Or, le salaire moyen s'affiche à 2 202 euros net, donc largement au-dessus de la médiane. Un écart logique, la moyenne étant gonflée artificiellement par un petit nombre de rémunérations très élevées (celles des grands patrons, par exemple).

1 Série statistique

→ 16

A Vocabulaire

Définitions

- L'**effectif d'une valeur** est le nombre de fois où cette valeur apparait dans la série statistique.
- L'**effectif total** est égal au nombre de données de la série statistique.

Exemple 1 : Dans la classe d'Alexandre

La classe d'Alexandre est composée de 22 élèves. Il interroge ses camarades pour savoir à combien d'écrans (télévision, ordinateur, téléphone, tablette...) ils peuvent facilement accéder à leur domicile. Voici leurs réponses. Elles constituent une **série statistique**.

3 – 5 – 1 – 4 – 2 – 3 – 3 – 2 – 4 – 4 – 5 – 1 – 3 – 3 – 2 – 5 – 4 – 4 – 3 – 2 – 2 – 3

- La **population** étudiée est composée des élèves de la classe.
- Les **individus** statistiques sont les élèves de la classe.
- Le **caractère** étudié est le nombre d'écrans accessibles.
- Le caractère prend différentes **valeurs** dans cette série : 1, 2, 3, 4 ou 5.
- Dans cette série, le caractère est dit **quantitatif**. On peut le mesurer à l'aide de nombres.

On peut regrouper l'ensemble des données dans un **tableau d'effectifs**.

Valeur (nombre d'écrans)	1	**2**	3	4	5
Effectif (nombre d'élèves)	2	**5**	7	5	3

Pour déterminer l'effectif de la valeur « 2 », on compte le nombre de fois où 2 apparait dans la série : il apparait 5 fois.

Remarque : On peut vérifier qu'en ajoutant tous les effectifs, on retrouve bien l'effectif total : $2 + 6 + 7 + 4 + 3 = 22$.

Exemple 2 : Sur le tatami

Dans un club de judo, les 32 judokas se répartissent de la façon suivante.

Valeur (catégorie)	Poussins	Benjamins	Minimes	Cadets	Juniors
Effectif (nombre de judokas)	10	7	6	5	4

- La **population** étudiée est constituée des 32 jeunes judokas.
- Le **caractère** étudié est la catégorie.
- Le caractère prend différentes **valeurs** dans cette série : « Poussins », « Benjamins », « Minimes », « Cadets » et « Juniors ».
- Dans cette série, le caractère est dit **qualitatif**. On ne peut pas le mesurer avec des nombres.

B Fréquences

Définition

La **fréquence** d'une valeur est le quotient : $\dfrac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}$.

Elle peut être exprimée sous forme décimale (exacte ou approchée) ou fractionnaire.
Dans le cas de pourcentage, on parle de **fréquence en pourcentage**.

Exemple 1 : Dans la classe d'Alexandre

7 élèves sur **22** ont répondu « 3 ». La fréquence de la valeur « 3 » est donc : $\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{22}} \approx 31,8$ %.

Exemple 2 : Sur le tatami

Catégorie	Poussins	Benjamins	Minimes	Cadets	Juniors
Effectif	10	7	6	5	4
Fréquence (en %)	31,25	21,875	18,75	15,625	12,5

Parmi les **32** judokas du club, **10** sont poussins.

La fréquence des poussins est donc : $\frac{\mathbf{10}}{\mathbf{32}} = 0,21875$ soit 21,875 %.

Remarque : La somme des fréquences donne 1, c'est-à-dire 100 %.

2 Indicateurs (caractères quantitatifs)

A Moyenne

→ 24

Définition La **moyenne** d'une série statistique est la somme des valeurs de la série rapportée au nombre d'individus, c'est-à-dire la somme des valeurs rapportée à l'effectif total.

Propriété

Pour calculer la **moyenne** M d'une série statistique :

- on additionne toutes les valeurs du caractère de la série ;
- on divise la somme obtenue par l'effectif total de la série.

Si x_1, x_2, ..., x_p représentent les valeurs du caractère de la série, on a alors :

$$\mathrm{M} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_p}{p}.$$

Exemple 1 : Dans la classe d'Alexandre

Le nombre moyen d'écrans par élève est d'environ 3, puisque :

$$\mathrm{M} = \frac{3+5+1+4+2+3+3+2+4+4+5+1+3+3+2+5+4+4+3+2+2+3}{22} = \frac{68}{22} \approx 3,1$$

B Médiane

→ 34

Définition On appelle **médiane** m d'une série statistique dont les valeurs sont ordonnées, tout nombre qui partage cette série en deux sous-séries de même effectif.

Exemple 1 : Dans la classe d'Alexandre

On commence par ranger les données de la série par ordre croissant :

1 – 1 – 2 – 2 – 2 – 2 – 2 – 3 – 3 – 3 – 3 – 3 – 3 – 3 – 4 – 4 – 4 – 4 – 4 – 5 – 5 – 5

On les sépare en deux groupes de 11 données :

1 – 1 – 2 – 2 – 2 – 2 – 2 – 3 – 3 – 3 – 3 - 3 – 3 – 3 – 4 – 4 – 4 – 4 – 4 – 5 – 5 – 5

La valeur « 3 » sépare cette série en deux sous-séries de même effectif, donc « 3 » est la médiane de la série statistique.

Remarque :

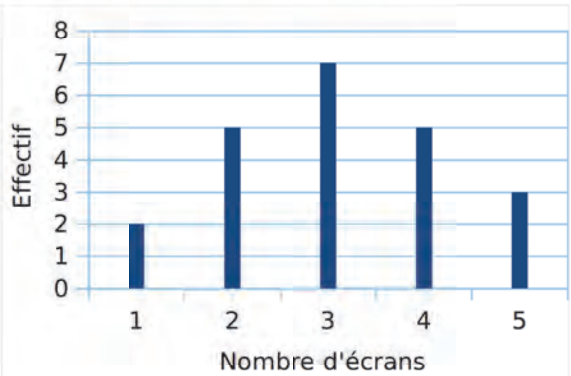
En général, la médiane et la moyenne d'une série statistique sont des nombres différents.

3 Représentations graphiques

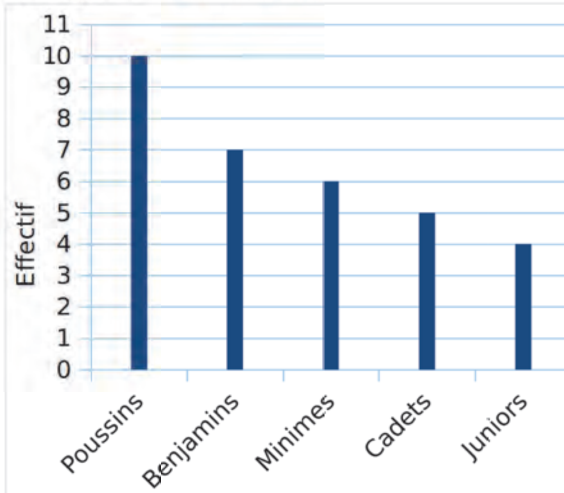
A Diagramme en bâtons

Définition Un diagramme en bâtons est un graphique qui, à chaque valeur, associe un bâton (segment) de hauteur proportionnelle à l'effectif correspondant.

Exemple 1 : Dans la classe d'Alexandre



Exemple 2 : Sur le tatami

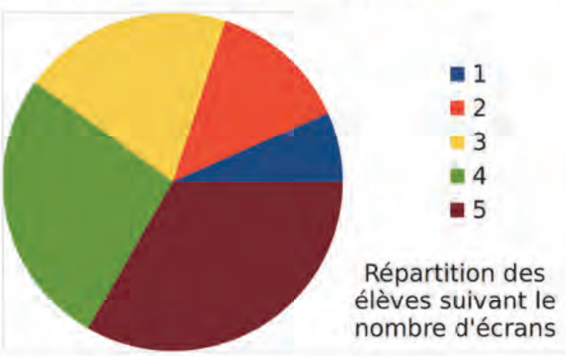


B Diagramme circulaire

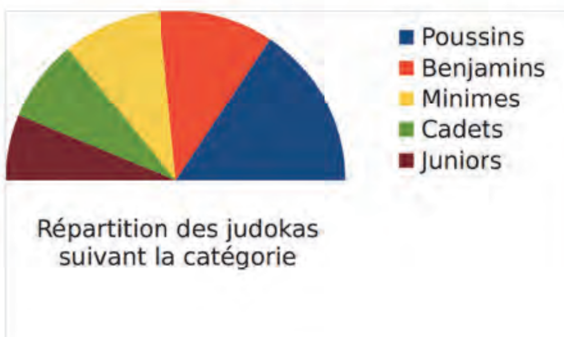
Définition Un diagramme circulaire est un graphique sous forme de disque qui, à chaque valeur, associe un secteur dont l'angle au centre est proportionnel à l'effectif correspondant.

Remarque :
On parle de diagramme semi-circulaire lorsqu'il est formé d'un demi-disque.

Exemple 1 : Dans la classe d'Alexandre



Exemple 2 : Sur le tatami



Remarques :

- Dans un diagramme circulaire, la somme des angles des secteurs est de 360°.
- Dans un diagramme semi-circulaire, la somme des angles des secteurs est de 180°.

Exercices

À l'oral !

Voir aussi les Questions FLASH dans le manuel numérique !

1 Voici une série statistique incomplète, et le tableau d'effectifs correspondant, incomplet lui aussi. Sachant que la population est constituée de 11 enfants, retrouve toutes les informations manquantes.

3 – 1 – 2 – 3 – 0 – 2 – 2 – ...

Nombre d'enfants	0	1	2	3
Effectif	2	1	5	

2 Une série statistique a les caractéristiques suivantes :

- l'effectif total est de 5 ;
- le caractère prend trois valeurs différentes ;
- la moyenne de la série est de 4.

Dans chaque cas, explique pourquoi les séries suivantes ne peuvent pas convenir :

a. 7 – 5 – 4 – 5 – 7 **b.** 3 – 5 – 3 – 5

c. 1 – 3 – 4 – 5 – 7

3 Une tirelire contient 50 pièces de monnaie (de 5 cts 10 cts, 20 cts ou 50 cts). Ces pièces constituent la population d'une série statistique pour laquelle le caractère étudié est la valeur monétaire, en centimes.

a. La fréquence de la valeur 20 est $\frac{1}{5}$.
Combien y a-t-il de pièces de 20 centimes ?

b. On compte 30 pièces de 5 centimes.
À quelle fréquence cela correspond-il ?

c. La fréquence de la valeur 50 est 10 %.
Quel est l'effectif de la valeur 50 ?

d. Quel est l'effectif de la valeur 10 ?

4 Voici une série statistique :

1 – 23 – 50 – 27 – 99

a. Calcule, de tête, la moyenne de cette série.

b. Comment modifier la série pour que sa moyenne augmente de 1 ?
Y a-t-il plusieurs possibilités ?

c. Comment modifier la série pour que sa médiane augmente de 1 ?
Y a-t-il plusieurs possibilités ?

5 Voici une série statistique :

7 ; 10 ; 12 ; 18 ; 20

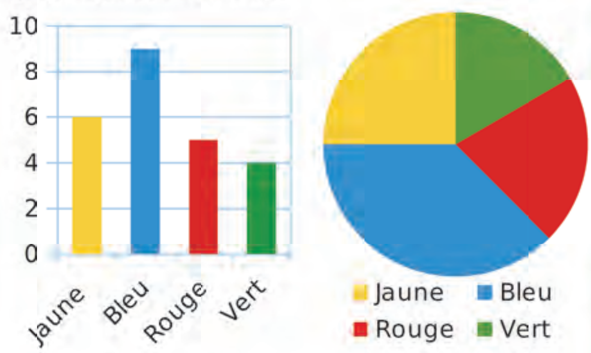
Construis quatre phrases au sujet de cette série, à partir de certains mots et nombres ci-dessous.

médiane moyenne

13 12 20 13,4

% fréquence

6 On a demandé à un groupe de personnes leur couleur préférée parmi quatre couleurs. Les résultats sont consignés dans les deux graphiques ci-dessous.



a. Quel graphique permet de déterminer, sans calcul, la fréquence de la couleur « jaune » ?

b. Quel graphique permet de déterminer l'effectif total de cette série ?

7 **Vrai ou Faux**

P.1. Si une valeur a pour fréquence 0, alors son effectif est 0.

P.2. Dans une étude statistique, si 15 % des personnes interrogées ont moins de 20 ans et 30 % ont entre 20 et 40 ans, alors 45 % ont moins de 40 ans.

P.3. La fréquence 0,5 correspond à 5 %.

P.4. Dans un diagramme circulaire, la fréquence 100 % correspond à un angle de 100°.

P.5. La médiane d'une série statistique est toujours supérieure à sa moyenne.

P.6. La moyenne d'une série est toujours comprise entre la plus petite valeur et la plus grande valeur de cette série.

Vocabulaire

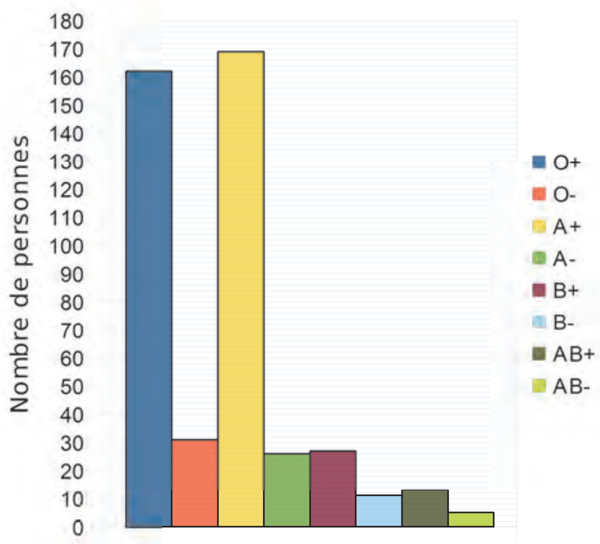
8 Fatima a noté le nombre de buts marqués par son équipe cette saison :

0 – 1 – 3 – 5 – 2 – 2 – 0 – 1 – 2 – 4 – 3 – 1 – 1 – 0 – 5 – 3 – 1 – 0 – 0 – 2

a. Quelle est la population étudiée ? Quel est le caractère étudié ? Combien y a-t-il de valeurs prises par ce caractère ? Quel est l'effectif total de cette série statistique ?

b. Réalise un tableau permettant de regrouper ces informations.

9 Voici la répartition en groupes sanguins des salariés d'une entreprise.



Mêmes questions que l'exercice précédent.

10 Décris une situation pouvant correspondre au tableau d'effectifs suivant, après l'avoir complété.

Âge	9 ans	10 ans	11 ans	12 ans	Total
Effectif		10	12	3	27

11 **TICE Tableur**

Le professeur d'EPS a noté les distances atteintes par ses élèves au saut en longueur.

Longueur (m)	3	3,5	4	4,5	Total
Effectif	8	7	5	3	

a. Note ces informations dans une feuille de calcul.

b. Saisis la formule permettant de calculer l'effectif total.

Fréquence

12 **QCM**

a. Quel nombre peut être une fréquence ?

R.1	R.2	R.3
118 %	9	0,78

b. Une fréquence de $\frac{4}{5}$ correspond à...

R.1	R.2	R.3
4,5 %	0,8 %	80 %

c. Les animaux d'un zoo se répartissent ainsi :

Reptiles	Oiseaux	Mammifères	Poissons
13 %	...	60 %	9 %

Quelle est la fréquence manquante ?

R.1	R.2	R.3
18 %	98 %	0,18 %

13 On considère la série statistique de l'exercice **8**.

a. Est-il vrai que la fréquence de la valeur « 0 » est de 20 % ?

b. La fréquence de la valeur « 3 » est-elle inférieure à $\frac{1}{10}$?

14 Utilise le graphique de l'exercice **9**.

a. Calcule la fréquence pour chaque groupe sanguin.

b. Présente tes résultats dans un tableau de fréquences.

15 Lors d'un devoir noté de A à E :

- 22 % des élèves ont obtenu A ;
- la fréquence de la valeur B est de 0,15 ;
- $\frac{1}{4}$ des élèves ont obtenu E ;
- les élèves ayant obtenu C sont deux fois plus nombreux que ceux ayant obtenu B.

Construis le tableau complet des fréquences.

16 Complète le tableau de l'exercice **10** en ajoutant une ligne « Fréquence » et une ligne « Fréquence en pourcentage ».

17 **TICE Tableur**

Voici la répartition des équipements sportifs en France en 2014.

Ensemble des équipements		100 %
Terrains de grands jeux	43922	
Courts de tennis	40881	
Boulodromes	28553	
Plateaux d'EPS	21553	
Salles multisports	17825	
Terrains extérieurs de petits jeux	15303	
Salles non spécialisées	15260	
Salles ou terrains spécialisés	14643	
Équipements équestres	13374	
Autres	47099	

a. Complète les données manquantes avec un tableur.

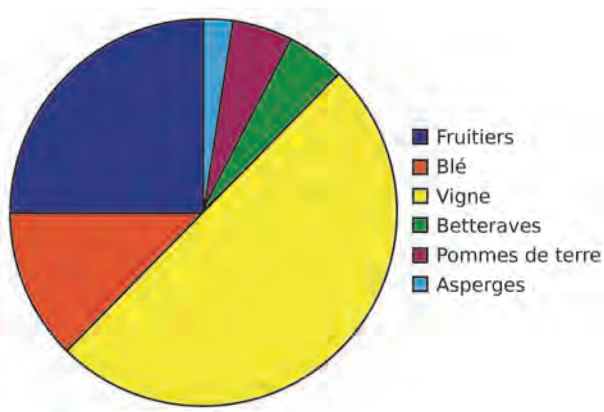
b. Utilise le tableur pour construire un diagramme circulaire représentant ces données.

18 Le recensement de la population française de l'INSEE en 2015 montre que :

- 16 372 546 personnes ont moins de 20 ans ;
- 37 760 355 ont entre 20 et 59 ans ;
- 12 185 093 ont plus de 60 ans.

Construis un tableau d'effectifs et de fréquences pour ces données statistiques.

19 Un agriculteur a réalisé ce diagramme circulaire illustrant l'utilisation des terres de son exploitation.



Recopie et complète le tableau de fréquences ci-dessous.

Fruitiers	Vigne				
			12,5 %	2,5 %	5 %

20 Le chef du rayon peinture d'un magasin de bricolage fait un inventaire des pots de peinture blanche pour boiseries. Il lui reste 221 pots de 0,5 L, 272 pots de 1 L, 170 pots de 2 L et 187 pots de 5 L.

a. Récapitule ces informations dans la deuxième ligne du tableau ci-dessous.

Contenance	0,5 L	1 L	2 L	5 L	Total
Effectif					
Fréquence					1
Fréquence en %					100

b. Combien reste-t-il de pots au total ?

c. Complète la ligne « Fréquence ».

d. Complète la ligne « Fréquence en % ».

e. Vrai ou Faux : « Plus de la moitié des pots restants ont une contenance d'au moins 2L. » ?

21 Voici le relevé des quatre tarifs appliqués aux visiteurs de la tour Eiffel au cours de la première heure d'un jour donné.

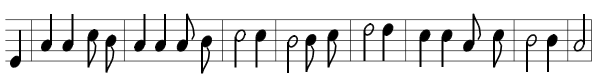
Tarif	Adultes	Enfants	Étudiants	Groupes
Fréquence	0,45		0,1	0,2

a. Reproduis et complète ce tableau.

b. Ajoute une ligne pour indiquer la fréquence en pourcentage puis complète-la.

c. Ajoute une nouvelle ligne et calcule l'effectif de chaque catégorie, sachant qu'il y a eu 1 700 visiteurs au total.

22 « Se Canto » est une chanson provençale dont voici la partition.



Quelle est la fréquence d'apparition de chaque note (arrondie au dixième) ?

Moyenne

23 Détermine, de tête, la moyenne des séries.

a. 150 100 50 75 125

b. 12 10 8 9 14 11 6

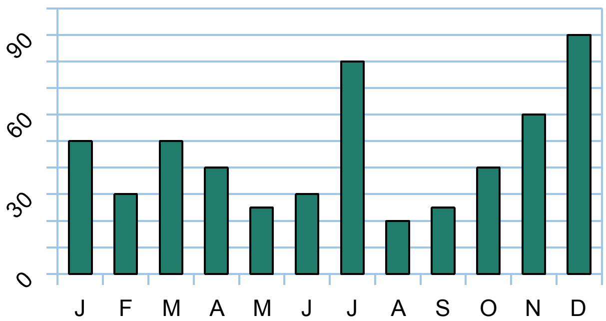
24 Calcule la moyenne des séries de notes.

a. 15 20 5 10 **b.** 8 17 19 4 16

25 Complète, sachant que la moyenne est 10.

a. 12 - 14 - 7 - 3 - ... **b.** 20 - 13 - 4 - 7 - 6 - ...

26 Voici le nombre de prospectus publicitaires reçus par un habitant de Lille en une année.



Calcule le nombre moyen de publicités reçues par mois durant cette année.

27 **QCM**

a. Si une série statistique est constituée de la seule valeur 7 répétée huit fois, alors sa moyenne est...

R.1	R.2	R.3
7	8	0,875

b. Pour que la moyenne de la série 3 – 12 – 1 – x soit égale à 4, il faut que x soit égal à...

R.1	R.2	R.3
4	16	0

28 Voici les précipitations, en mm, tombées en un an à Brest.

Mois	J	F	M	A	M	J
Précipitations	64,2	57,2	33,6	130,8	69,2	58

Mois	J	A	S	O	N	D
Précipitations	92,8	40,8	47,8	116	142,6	166,8

Calcule la moyenne mensuelle des précipitations tombées à Brest cette année-là.

29 Calcule la moyenne des buts marqués par match dans l'exercice **8**.

30 **TICE Tableur**

Une coopérative collecte le lait dans différentes exploitations agricoles.
Le détail de la collecte du jour a été saisi dans une feuille de calcul :

	A	B
1	Exploitation agricole	Quantité de lait collecté (en L)
2	Beauséjour	1250
3	Le Verger	2130
4	La Fourragère	1070
5	Petit pas	2260
6	La Chausse Pierre	1600
7	Le Palet	1740
8	Quantité totale de lait collecté (en L)	

a. Une formule doit être saisie dans la cellule B8 pour obtenir la quantité totale de lait collecté. Parmi les quatre propositions ci-dessous, recopie celle qui convient.

SOMME(B2:B7)	=SOMME(B2:B7)
SOMME(B2:B8)	=SOMME(B2:B8)

b. Calcule la moyenne des quantités de lait collecté dans ces exploitations.

c. Quel pourcentage de la collecte provient de l'exploitation « Petit Pas » ? On arrondira le résultat à l'unité.

31 Les parents d'Adrien examinent son bulletin du premier trimestre et voient qu'en mathématiques sa moyenne est de 10. Adrien leur donne le détail des notes qu'il a eues dans cette matière :

11 8 12 13 9 10

a. Calcule la moyenne des notes relevées par Adrien. Est-elle la même que celle de son bulletin ?

b. Adrien a oublié une note. Aide-le à la retrouver.

32 Une série statistique a un effectif total de 27. Sa moyenne est de 3,5.

a. On ajoute la donnée 5 à cette série. La moyenne de la nouvelle série va-t-elle être supérieure ou inférieure à l'ancienne ?

b. Calcule cette nouvelle moyenne.

c. Même question si on retire la donnée 8 de la série de départ.

Médiane

33 Un gérant a relevé le nombre de personnes fréquentant son club de remise en forme sur une semaine.

Lu	Ma	Me	Je	Ve	Sa	Di
32	38	21	49	60	84	24

Détermine une médiane de cette série.

34 Marc a relevé les températures dans sa serre pendant 8 jours :

23°C ; 19°C ; 10°C ; 8°C ; 14°C ; 15°C ; 7°C ; 5°C

Quelle est la médiane de cette série ?

35 On donne les longueurs, en km, de chacune des étapes du Tour de France 2015.

13,8 ; 166 ; 159,5 ; 223,5 ; 189,5 ; 191,5 ; 190,5 ; 181,5 ; 28 ; 167 ; 188 ; 198,5 ; 178,5 ; 183 ; 201 ; 161 ; 186,5 ; 138 ; 110,5 ; 109,5.

Détermine une valeur médiane de cette série statistique.

36 Sam a relevé les durées des morceaux de sa compilation de rap préférée, en min:sec.

4:08 ; 3:19 ; 4:47 ; 3:46 ; 3:15 ; 3:19 ; 3:58 ; 3:50 ; 3:24 : 3 :55 ; 3:16 ; 3:24 ; 3:07 ; 2:51 ; 3:45 ; 4:00 ; 3:26.

Vrai ou Faux : « *La moitié des morceaux de la compilation durent moins de 3 min 26 s.* » ?

37 Détermine la médiane de la série statistique présentée à l'exercice **28**.

38 **QCM**

a. La médiane de la série 12 ; 3 ; 5 ; 19 ; 11 est...

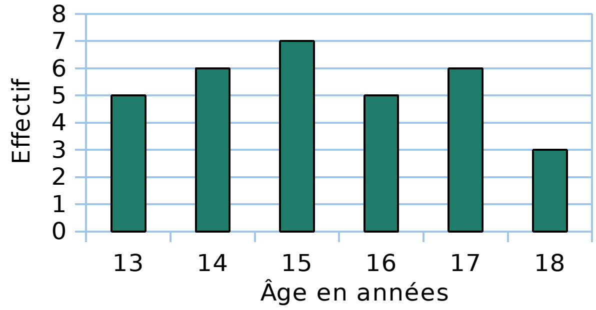
R.1	R.2	R.3
5	11	10

b. Pour que la médiane de la série 2 ; 19 ; 8 ; 3 ; 6 soit 7, il suffit de lui ajouter la donnée...

R.1	R.2	R.3
11	1	5

39 Quelle est la médiane de la série :
1 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3 ; 4...... 10 ?

40 Voici la répartition par âge des membres d'un club d'échecs à Caen.



a. Recopie puis complète le tableau.

Âge en années						
Effectif						

b. Calcule l'âge médian des membres de ce club.

41 En physique, on a demandé à 13 groupes d'élèves de mesurer la tension aux bornes d'un conducteur ohmique et l'intensité le traversant.
Chaque groupe a un circuit présentant les mêmes caractéristiques.
Grâce à la loi d'Ohm, ils ont ensuite pu donner une valeur pour la résistance de ce conducteur.

Voici leurs résultats (en Ω) :

43,5 ; 46,3 ; 14,7 ; 45,2 ; 43,7 ; 45,2 ; 46,4 ; 45,1 ; 44,9 ; 44,8 ; 45,1 ; 44,8 ; 18,4

a. Détermine la moyenne et une médiane de cette série.

b. Comment expliques-tu la différence entre la moyenne et la médiane ?

c. Reprends la question **a** pour la série obtenue après avoir enlevé les deux valeurs suspectes. Que constates-tu ? Justifie.

42 **TICE Tableur**

En utilisant les fonctions MOYENNE et MEDIANE du tableur, compare la moyenne et la médiane des séries des exercices **33** à **36**.

43 Un professeur de SVT demande aux 29 élèves d'une classe de sixième de faire germer des graines de blé chez eux.

Il donne un protocole expérimental à suivre :

- mettre en culture sur du coton, dans une boite placée dans une pièce éclairée, dont la température est comprise entre 20 ° et 25 °C ;
- arroser une fois par jour ;
- couvrir les graines avec un film transparent pour éviter l'évaporation de l'eau.

Le tableau ci-dessous donne les tailles des plantules (petites plantes) des 29 élèves, 10 jours après la mise en germination.

Taille en cm	0	8	12	14	16	17	18	19	20	21	22
Effectif	1	2	2	4	2	2	3	3	4	4	2

a. Combien de plantules mesurent au plus 12 cm ?

b. Calcule la moyenne de cette série. Arrondis au dixième près.

c. Détermine la médiane de cette série et interprète le résultat.

d. On considère qu'un élève a bien respecté le protocole si la taille de la plantule à 10 jours est supérieure ou égale à 14 cm. Quel pourcentage des élèves de la classe a bien respecté le protocole ?

e. Le professeur a également réalisé cette expérience, en suivant le même protocole. Il a relevé la taille obtenue à 10 jours de germination. Prouve que, si on ajoute la donnée du professeur à cette série, la médiane ne changera pas.

44 Voici une série de données. L'une est manquante et est appelée a.

18 ; 13 ; 17 ; 16 ; 9 ; 15 ; 12 ; 11 ; 18 ; 16 ; 17 ; 13 ; 12 ; 11 ; 14 ; 15 ; 16 ; 12 ; 10 ; 18 ; a.

a. Quel est l'effectif total de cette série ?

b. Quelles valeurs peut prendre a pour que la médiane soit 14 ?

c. Quelle autre valeur peut prendre la médiane en changeant la valeur de a ?

d. Quelle valeur doit prendre a pour que la moyenne soit 14 ?

e. Pour quelle(s) valeur(s) de a la médiane de cette série est-elle strictement supérieure à sa moyenne ?

45 TICE Tableur

Voici les notes obtenues par Aurélie, pendant une année, en mathématiques.

T. 1	10	9	11	12	11,5	14	12
T. 2	9,5	11	12,5	8	13	14	
T. 3	7,5	9	14	12	10	13	11,5

a. Calcule la moyenne de toutes les notes de l'année.

b. Calcule la moyenne de chaque trimestre.

c. Calcule la moyenne des moyennes trimestrielles. Compare-la avec la première moyenne calculée. Que peut-on dire de ces deux résultats ? Pourquoi ?

d. Modifie ces notes, de sorte que la moyenne des notes de l'année soit supérieure à la moyenne des trois trimestres.

e. Modifie ces notes, de sorte que la moyenne des notes de l'année soit inférieure à la moyenne des trois trimestres.

46 Vrai ou Faux

P.1. Si j'augmente de 1 toutes les données d'une série statistique, sa moyenne augmente de 1.

P.2. Si j'augmente de 1 toutes les données d'une série statistique, sa médiane augmente de 1.

P.3. Si une série statistique a une valeur égale à 0, alors sa moyenne est égale à 0.

P.4. La moyenne d'une série ne contenant que 2 valeurs possibles est la moyenne de ces 2 valeurs.

P.5. La médiane d'une série ne contenant que 2 valeurs est la moyenne de ces 2 valeurs.

47 On a relevé dans le tableau ci-dessous les points obtenus par Rémi et Nadia lors de sept parties de fléchettes. Le résultat de Nadia lors de la partie 6 a été égaré.

Partie	1	2	3	4	5	6	7	Moyenne	Médiane
Rémi	40	35	85	67	28	74	28		
Nadia	12	62	7	100	81		30	51	

a. Calcule le nombre moyen de points obtenus par Rémi.

b. Sachant que Nadia a obtenu en moyenne 51 points par partie, calcule le nombre de points qu'elle a obtenus à la 6e partie.

c. Détermine la médiane de la série de points obtenus par Rémi, puis par Nadia.

Départements de France

On s'intéresse à la population et à la superficie des 101 départements français. Pour cela, on dispose des données fournies par l'INSEE (Institut national de la statistique et des études économiques), pour l'année 2013. Tu peux télécharger le fichier tableur correspondant dans les compléments du manuel ou le construire toi-même.

a. Utilise ce fichier pour donner la population et la superficie du Cantal.

b. Utilise les fonctionnalités du tableur pour classer les 101 départements par ordre croissant de leur population.

c. Quel est le département où la population est la plus faible ? La plus forte ?

d. Quel est le département pour lequel il y a autant de départements plus peuplés que de départements moins peuplés que lui ? Combien a-t-il d'habitants ? Comment appelle-t-on cette valeur ?

e. Lydia affirme que le département le plus peuplé a une population supérieure à la somme des populations des 10 départements les moins peuplés. Est-ce vrai ? Hugo affirme que c'est même plus que 10 départements... Combien au maximum ?

f. Quelle formule peux-tu saisir dans la cellule C103 pour calculer la population moyenne par département en France ?

g. Utilise les fonctionnalités du tableur pour classer les 101 départements par ordre décroissant de leur superficie.

h. Détermine la superficie médiane des départements français. Interprète concrètement cette surface médiane à l'aide d'une phrase.

i. L'affirmation de Lydia est-elle encore vraie si on remplace « population » par « superficie » ?

La densité de population d'un territoire est définie comme le rapport entre la population de ce territoire et sa superficie.

j. Calcule la densité de population de la Guyane. Précise l'unité pour le résultat.

k. Quelle formule peut-on saisir en E2, puis recopier vers le bas, pour calculer la densité de population des 101 départements français ?

	A	B	C	D	E
1		Département	Population	Superficie (en km2)	Densité
2	973	Guyane	250377	83534	
3	33	Gironde	1515229	10725	

l. Moussa affirme : « Plus un département est étendu, plus sa densité de population est petite. » A-t-il raison ?

m. Julia affirme : « Plus un département est peuplé, plus sa densité de population est grande. » A-t-elle raison ?

n. Utilise le tableur pour calculer les densités de population moyenne et médiane des départements français.

o. Effectue le même calcul en enlevant de la série le département le moins densément peuplé et le département le plus densément peuplé.

D3

Probabilités

Activités

1 Débattons !

Cours : 1

Ces phrases sont toutes issues de slogans publicitaires ou de sites Internet d'information. Elles évoquent incertitude et hasard. Comment interpréter chacune d'elles ?

a Si vous vous absentez pendant plusieurs jours, la programmation de la fermeture et l'ouverture des volets ou de l'activation **aléatoire** de l'éclairage permettront de simuler efficacement une présence dans le logement. *(source : seloger.com)*

b Nombreuses sont les personnes qui annulent leurs sorties lorsque la météo annonce une **probabilité** de précipitations supérieure à 40%. *(source : meteomedia.fr)*

c À Iqaluit (Canada), la **probabilité** de connaitre un Noël blanc est de 100 %. *(source : climat.meteo.gc.ca)*

d Cette nouvelle aventure de la série Pokémon Donjon Mystère propose aux joueurs de découvrir 720 nouvelles espèces, d'explorer des donjons générés de manière **aléatoire**. *(source : manga-news.com)*

e Selon la NASA, le **risque** d'un crash d'astéroïde sur Terre, au cours des 100 prochaines années, est estimé à 0,01 %. *(source : letatdesprit.fr)*

f Le 13 mai 2015, un couple d'Américains a donné naissance à un garçon... alors qu'ils avaient déjà 12 garçons ! Pourtant, la **probabilité** d'avoir 13 garçons de suite peut être estimée à 1/8 000 environ ! *(source : slate.fr)*

g 100 % des gagnants ont tenté leur **chance** ! *(slogan publicitaire - La Française des Jeux)*

2 Pas de chance !

Cours : 2

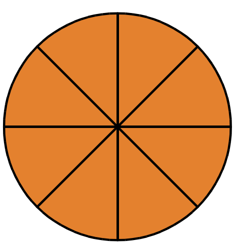
Léa, Léon et leurs parents s'apprêtent à tirer les rois au gouter. La galette est partagée en huit parts de même taille. Chacun prend une part, sauf Léon qui en prend deux.

a Léon dit à sa sœur : « *Chacun de vous a pris une part et nous allons en manger cinq : vous avez donc chacun une chance sur cinq d'avoir la fève !* ».
Léa lui répond : « *Je ne suis pas de ton avis mais, ce qui est certain, c'est que tu as deux fois plus de chances que moi d'avoir la fève !* ».
Qu'en penses-tu ?

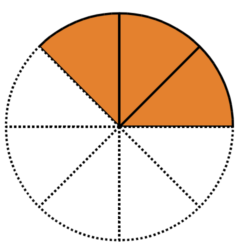
b Est-il possible que personne n'ait la fève au gouter ?
Quelles sont les chances que cela arrive ?

c Au gouter, personne n'a eu la fève. Le soir, il reste donc trois parts. Léon et Léa en prennent chacun une. Léon dit : « *La galette a été coupée en huit et j'en prends une part : j'ai donc une chance sur huit d'avoir la fève !* ».
Léa lui répond : « *Mais non ! C'est ta troisième part : tu as donc trois chances sur huit !* ».
Qu'en penses-tu ?

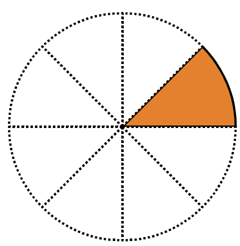
d Finalement, personne n'a encore eu la fève ! Le lendemain, Léon, premier réveillé, s'apprête à manger la part restante. Quelle probabilité a-t-il d'être roi ?



Au gouter



Le soir



Le lendemain

1 Expérience aléatoire

→ 7

Définition 1 On dit qu'une **expérience** est **aléatoire** lorsqu'on ne peut pas prévoir quel va être son résultat. Les différents résultats possibles sont appelés les **issues** de l'expérience aléatoire.

Exemples :

- On lance une pièce de monnaie. Les **issues** sont : « Pile » ou « Face ».
- On lance l'écoute d'un morceau de musique en « mode aléatoire » parmi une liste de dix titres. Les **issues** sont les dix titres de la liste.
- On essaie de deviner à l'avance le vainqueur de la coupe du monde de football parmi les 32 équipes de la phase finale. Les **issues** sont les 32 pays en compétition.
- On lance un dé à jouer à six faces numérotées de 1 à 6. Les **issues** sont : 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

Définitions 2

- Un **évènement** est un ensemble d'issues d'une expérience aléatoire.
- Lorsqu'un évènement est sûr de se réaliser, on dit qu'il est **certain**.
- Lorsqu'il n'a aucune chance de se réaliser, on dit qu'il est **impossible**.

Exemples :

- On lance l'écoute d'un morceau de musique en « mode aléatoire » parmi une liste de dix titres. « *Le morceau joué dure moins de 3 minutes.* » est un évènement.
- On essaie de deviner à l'avance le vainqueur de la coupe du monde de football parmi les 32 équipes de la phase finale. « *Le pays gagnant est un pays d'Afrique.* » est un évènement. L'évènement « *Le pays vainqueur a gagné sa demi-finale.* » est un évènement **certain**.
- On lance un dé à jouer à six faces numérotées de 1 à 6. « *Le dé tombe sur un nombre impair.* » est un évènement. « *Le dé tombe sur le chiffre 9.* » est un évènement **impossible**.

2 Calculs de probabilité

→ 12

Définition 1 La **probabilité** d'un évènement est un nombre, compris entre 0 (c'est-à-dire 0 %) et 1 (c'est-à-dire 100 %), qui mesure les chances que cet évènement se réalise.

Définition 2 Lorsque les issues d'une expérience aléatoire ont toutes autant de chances de se réaliser, c'est-à-dire que les probabilités de réalisation des différentes issues sont égales, on dit qu'elles sont **équiprobables**.

Propriété En cas d'équiprobabilité, la probabilité d'un évènement s'obtient en divisant le nombre d'issues favorables à l'évènement par le nombre total d'issues de l'expérience.

Exemples :

- On lance une pièce de monnaie *équilibrée*. Chaque face ayant alors autant de chances d'être obtenue que l'autre, c'est une situation d'équiprobabilité : la probabilité d'obtenir « Pile » est donc $\frac{1}{2}$, soit 50 %.
- On lance un dé à jouer classique, à six faces, *non truqué*. Chaque face a autant de chances de sortir qu'une autre. Sur les 6 faces du dé, 3 faces portent un nombre impair, donc la probabilité d'obtenir un nombre impair est $\frac{3}{6}$, c'est-à-dire $\frac{1}{2}$ soit 50 %.

Remarque : La probabilité d'un évènement impossible est 0, celle d'un évènement certain est 1.

Exercices

Voir aussi les Questions FLASH dans le manuel numérique !

À l'oral !

1 Pour chacune des expériences aléatoires suivantes, donne le nombre d'issues et précise chacune d'elles.

a. On lance une pièce de monnaie et on observe la face visible.

b. On choisit au hasard une des couleurs du drapeau français.

c. On choisit au hasard un nombre pair compris entre 9 et 19.

d. On choisit au hasard une lettre parmi les voyelles de l'alphabet.

2 Dans une boite opaque se trouvent cinq jetons semblables, mais de couleurs différentes : il y a un jeton rouge, deux bleus et deux jaunes. On pioche au hasard un jeton.

a. Combien d'issues possède cette expérience aléatoire ?

b. Quelle est la probabilité de piocher un jeton rouge ?

c. Même question pour un jeton bleu.

3 On choisit au hasard un de ces bonbons :

a. Combien d'issues possède cette expérience aléatoire ?

b. Quelle est la probabilité que le bonbon choisi soit vert ?

c. Quelle est la probabilité que le bonbon choisi ne soit pas vert ?

d. Que dire de l'évènement : « *Le bonbon choisi est en forme d'ourson.* » ?

e. Trouve un évènement impossible dans le cadre de cette expérience aléatoire.

4 On choisit au hasard un jeton parmi les jetons suivants.

Quelle est la probabilité que le jeton choisi...

a. contienne du rouge ?

b. contienne du bleu ?

c. contienne du blanc ?

5 Dans la classe de Yacine, il y a 11 garçons et 14 filles. Le professeur interroge un élève au hasard pour corriger un exercice.

a. Quelle est la probabilité que Yacine soit choisi ?

b. Quelle est la probabilité qu'un garçon soit choisi ?

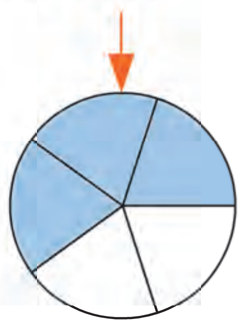
c. Finalement, c'est Laure qui est interrogée. Le professeur annonce ensuite qu'il va interroger un autre élève. Les réponses aux questions précédentes sont-elles toujours les mêmes ? Explique.

6 **Vrai ou Faux**

P.1. Le meilleur buteur de football de L1 tente un tir au but, et c'est toi le gardien. Il s'agit d'une expérience aléatoire.

P.2. Si on partage ta classe en trois groupes A, B et C, il y a une chance sur trois que tu sois dans le groupe A.

P.3. Observe cette roue. Après l'avoir lancée, la probabilité qu'elle s'arrête sur un secteur bleu est 60 %.



Vocabulaire

7 ***Lancers de pièces***

a. On lance une pièce de monnaie. Quelles sont les issues de cette expérience aléatoire ?

b. On lance deux fois de suite une pièce de monnaie. Quelles sont les issues de cette expérience aléatoire ?

8 On lance deux dés à six faces, l'un bleu, l'autre rouge, et on s'intéresse à la somme des chiffres figurant sur les faces visibles des dés.

a. Quelles sont les différentes issues de cette expérience aléatoire ?

b. Donne un évènement certain, puis un évènement impossible dans le cadre de cette expérience aléatoire.

9 **QCM**

a. En ce moment, il pleut. L'évènement « *Il y a des nuages.* » est un évènement...

R.1	R.2	R.3
impossible	fréquent	certain

b. Tu réponds au hasard à une question de ce QCM. Il s'agit d'une expérience aléatoire ayant...

R.1	R.2	R.3
1 issue	2 issues	3 issues

10 ***Marguerites***

a. Décris une expérience aléatoire en rapport avec l'image suivante.

b. Détermine un évènement impossible, un évènement certain, puis un évènement ni certain, ni impossible.

Calculs de probabilités

11 On lance un dé cubique non truqué.

a. Combien d'issues y a-t-il ?

b. Quelle est la probabilité que le dé tombe sur 5 ?

c. Quelle est la probabilité que le dé ne tombe pas sur 5 ?

d. Quelle est la probabilité que le dé tombe sur un nombre inférieur ou égal à 4 ?

12 On choisit au hasard une lettre de l'alphabet.

a. Combien d'issues y a-t-il ?

b. Quelle est la probabilité que la lettre choisie soit la lettre K ? Soit une consonne ? Soit une voyelle ?

c. Quelle est la probabilité que la lettre choisie soit l'une des lettres du mot CHANCE ?

d. Quelle est la probabilité que la lettre choisie soit l'une des lettres du mot BARAKA ?

13 Je pense en secret à l'un des drapeaux suivants.

Roumanie	Royaume-Uni	Russie	Rwanda
			

a. Quelle est la probabilité que je pense au drapeau roumain ?

b. Quelle est la probabilité que je pense à un drapeau comportant du rouge ?

c. Quelle est la probabilité que je pense au drapeau d'un pays européen ?

d. Quelle est la probabilité que je pense à un drapeau de mêmes couleurs que le drapeau français ?

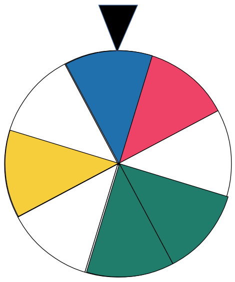
e. Quelle est la probabilité que je pense à un drapeau d'un pays dont le nom commence par la lettre R ?

14 On lance un dé à six faces truqué : il est lesté de manière à ne jamais tomber sur la face 6. Les autres faces sont équiprobables.

a. Quelle est la probabilité que le dé tombe sur 3 ?

b. Quelle est la probabilité que le dé tombe sur un nombre pair ?

15 Au stand d'une fête foraine, Anatole a atteint la cible avec une fléchette ! Pour connaitre son lot, il va lancer la roue suivante.



Une télévision	Une méga-peluche	Un ballon	Perdu !	Une partie gratuite

a. Quelle est la probabilité qu'il gagne une télévision ?

b. Quelle est la probabilité qu'il gagne un ballon ?

c. Quelle est la probabilité qu'il gagne une partie gratuite ?

d. Quelle est la probabilité qu'il gagne un lot ?

16 ***Hasard et calculatrice***

a. Observe l'écran de calculatrice ci-dessous.

D'après toi, que fait la fonction **randn** ?

b. Que permettent alors de simuler les quatre lignes de la capture d'écran ?

c. Quelle instruction pourrait permettre de simuler le lancer d'une pièce de monnaie équilibrée ?

17 Un sac opaque contient des jetons indiscernables au toucher. Sur chacun d'eux est inscrit un nombre entier compris entre – 5 et 5. Aucun jeton ne porte de numéro identique.
On pioche un jeton au hasard.

a. Combien d'issues possède cette expérience aléatoire ?

b. Quels éléments de l'énoncé permettent de supposer ces issues équiprobables ?

c. Quelle est la probabilité de piocher le jeton portant le nombre 0 ?

d. Quelle est la probabilité de piocher un jeton sur lequel est inscrit un nombre négatif ou nul ?

18 **QCM**

On interroge un enfant de ce groupe d'amis.

a. La probabilité que ce soit une fille est de...

R.1	R.2	R.3
50 %	$\frac{3}{10}$	3

b. La probabilité que ce soit une fille qui porte une robe est de...

R.1	R.2	R.3
2	33 %	$\frac{1}{3}$

c. La probabilité que sa couleur de cheveux ne soit pas le roux...

R.1	R.2	R.3
0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

19 On choisit au hasard une des lettres figurant sur l'image suivante.

a. Quelle est la probabilité de choisir une lettre verte ? Une lettre bleue ?

b. Quelle est la probabilité de choisir une consonne ? Une voyelle ?

c. Quelle est la probabilité de choisir une des lettres de l'expression « BON ANNIVERSAIRE » ?

20 ***Heureux évènements !***

a. Un couple de jeunes mariés attend son premier enfant. Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

b. Quelques années après, ces parents ont mis au monde cinq enfants : toutes des filles ! Ils attendent leur sixième enfant. Quelle est la probabilité que ce soit encore une fille ?

21 On lance une pièce de monnaie. Si elle tombe sur « Face », alors l'expérience est terminée. Sinon, on lance à nouveau la pièce.

Quelles sont les différentes issues de cette expérience aléatoire ?

22 Une roue est partagée en secteurs angulaires. La mesure de chaque secteur est 36°.

On lance la roue. Combien d'issues possède cette expérience aléatoire ?

23 Un professeur déclare interroger aléatoirement un élève en pointant son crayon « à l'aveugle » sur la liste d'appel de la classe.

a. D'après toi, peut-on considérer les différentes issues de cette expérience comme équiprobables ?

b. Propose une expérience aléatoire modélisant le choix équiprobable d'un élève au hasard.

24 Des spectateurs ont assisté à la projection d'un film en avant-première. Dans la salle, ils avaient un boitier leur permettant de donner leur impression. Voici les résultats, sachant qu'ils ont tous répondu au questionnaire.

N'ont pas aimé	Ont aimé un peu	Ont bien aimé	Ont adoré
16	20	30	14

a. Combien de spectateurs étaient présents ?

À la sortie, un journaliste interroge au hasard un de ces spectateurs.

b. Quelle est la probabilité que le spectateur interrogé ait adoré le film ?

c. Quelle est la probabilité que le spectateur interrogé ait, au moins, un peu aimé le film ?

25 Vrai ou Faux

P.1. Si une expérience aléatoire comporte 2 issues, alors chaque issue a une probabilité de réalisation de 50 %.

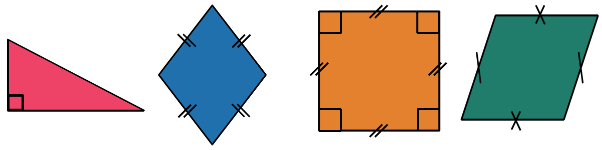
P.2. Si une pièce truquée tombe sur « Pile » dans 60 % des cas, alors j'ai 2 chances sur 5 d'obtenir « Face » si je la lance.

P.3. Si on lance un dé bien équilibré à 20 faces (ça existe !), numérotées de 1 à 20, alors la probabilité que le dé tombe sur un multiple de trois est de 6.

P.4. J'ai lancé 100 fois un dé et n'ai jamais obtenu la face portant le numéro 6. Il est certain que le dé est truqué.

26 ***En lien avec la géométrie***

On choisit au hasard l'une des figures suivantes.



a. Quelle est la probabilité que la figure choisie soit un triangle ?

b. Quelle est la probabilité que la figure choisie soit un quadrilatère ?

c. Quelle est la probabilité que la figure choisie soit un parallélogramme ?

d. Quelle est la probabilité que la figure choisie ait un angle droit ?

27 Un sac contient 40 jetons blancs et 40 jetons noirs.

Combien faut-il ajouter de jetons noirs dans le sac afin qu'en piochant au hasard, on ait...

a. 1 chance sur 3 de piocher un jeton blanc ?

b. 2 chances sur 5 de piocher un jeton blanc ?

28 Une boite de chocolats est ainsi composée.

	NOIR	LAIT	BLANC
Praliné	10	8	8
Noisettes	5	2	5
Alcoolisé	5	7	0

On choisit au hasard un chocolat dans la boite.

Détermine des évènements en lien avec cette expérience aléatoire et dont la probabilité est l'un des nombres suivants.

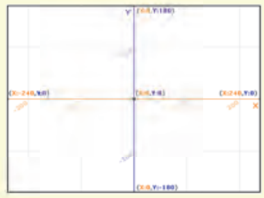
a. $\frac{13}{50}$ **b.** $\frac{16}{100}$ **c.** 0 **d.** $\frac{2}{5}$ **e.** $\frac{38}{50}$

Promenade aléatoire

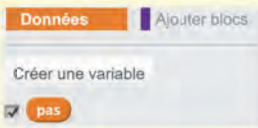
a. Dans SCRATCH, crée l'instruction nombre aléatoire entre 1 et 360 et double-clique dessus. Une info-bulle apparait et contient le résultat de l'instruction.

b. Explique ce que fait cette instruction.

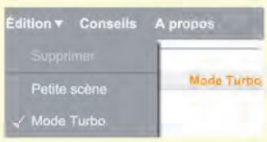
c. Charge l'arrière-plan *xy-grid* puis encadre le repère avec un rectangle noir.



d. Recopie le programme ci-contre. Pour cela, il te faudra créer une variable nommée pas.



e. Exécute le programme plusieurs fois. (Pense à activer le mode Turbo !)



f. Selon toi, à quoi servent la boucle suivante « répéter jusqu'à couleur touchée? » et la variable pas ?

g. Explique l'instruction ajouter à pas 1. Que se passerait-il si on supprimait cette instruction ?

h. Décris ce que fait ce programme.

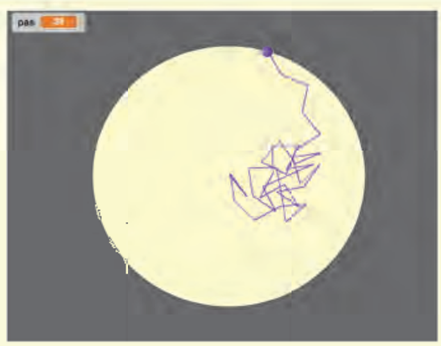
i. Quelle conséquence y aurait-il à supprimer l'instruction s'orienter à nombre aléatoire entre 1 et 360 ?

j. Quel plus petit nombre peut valoir la variable pas une fois ce programme exécuté ?

k. Modifie l'instruction avancer de 2 en la remplaçant par avancer de 30.
Observe l'effet de ce changement sur le programme.

l. La ligne brisée tracée peut-elle être entièrement contenue dans le même cadran du repère ?

m. Modifie l'arrière-plan, ainsi que le programme et fais des tests : au bout de combien de pas atteint-on la zone d'ombre en se promenant aléatoirement dans la zone éclairée ?



A1

Algorithmique et programmation

Exercices

À l'oral !

Voir aussi les Questions FLASH dans le manuel numérique !

1 Tu disposes d'une liste de nombres entiers. Par exemple, la liste :

11	9	5	14	7

Tu as le droit de comparer deux éléments quelconques de la liste.
Trouve un algorithme permettant de trouver le plus grand nombre entier de la liste.

2 Dans SCRATCH, ton lutin se trouve au centre de la scène. Il est orienté vers la droite.
Associe chaque bloc à un des quatre coins de la scène.

```
bloc 1
avancer de -200
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 120
```

```
bloc 2
avancer de 200
tourner ↺ de 90 degrés
avancer de 120
```

```
bloc 3
avancer de 200
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de 120
```

```
bloc 4
avancer de -200
tourner ↻ de 90 degrés
avancer de 120
```

3 Pour déterminer si un nombre N est divisible par 12, on applique l'algorithme suivant.

- On considère le nombre A composé des deux derniers chiffres de N ;
- **si** A est divisible par 4, **alors** N est divisible par 4 ;
- on considère le nombre B égal à la somme des chiffres de N ;
- **si** B est divisible par 3, **alors** N est divisible par 3 ;
- **si** N est divisible par 4 **et** N est divisible par 3,
  alors N est divisible par 12.

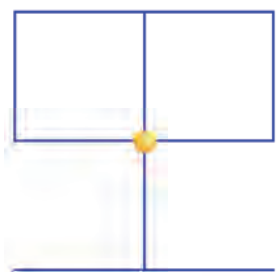
Les entiers suivants sont-ils divisibles par 12 ?

a. 1 753 **b.** 70 548 **c.** 2 749 **d.** 89 044 **e.** 31 184 892

4 Le programme ci-dessous a été lancé et voici ce que le lutin *Ball* a tracé.

À la fin, il est revenu à sa position de départ.

Quelle série de touches a-t-il fallu cliquer pour arriver à ce résultat ?



```
quand [drapeau] cliqué
aller à x: 0 y: 0
choisir la taille 2 pour le stylo
stylo en position d'écriture
effacer tout
```

```
quand flèche droite est cliqué
ajouter 100 à x
```

```
quand flèche gauche est cliqué
ajouter -100 à x
```

```
quand flèche bas est cliqué
ajouter -100 à y
```

```
quand flèche haut est cliqué
ajouter 100 à y
```

0 Aventures scratchiennes !

Dans Scratch, crée le programme ci-contre.

```
quand [drapeau] pressé
aller à x: 0 y: 0
dire Bonjour, je m'appelle Scratch ! pendant 2 secondes
demander Et toi, comment tu t'appelles ? et attendre
dire regroupe Bonjour réponse pendant 2 secondes
dire A très bientôt pour des aventure Scratchiennes ! pendant 2 secondes
glisser en 1 secondes à x: 200 y: 0
```

Utilise les couleurs pour trouver les blocs.

Les couleurs indiquent la catégorie dans laquelle se trouve l'instruction.

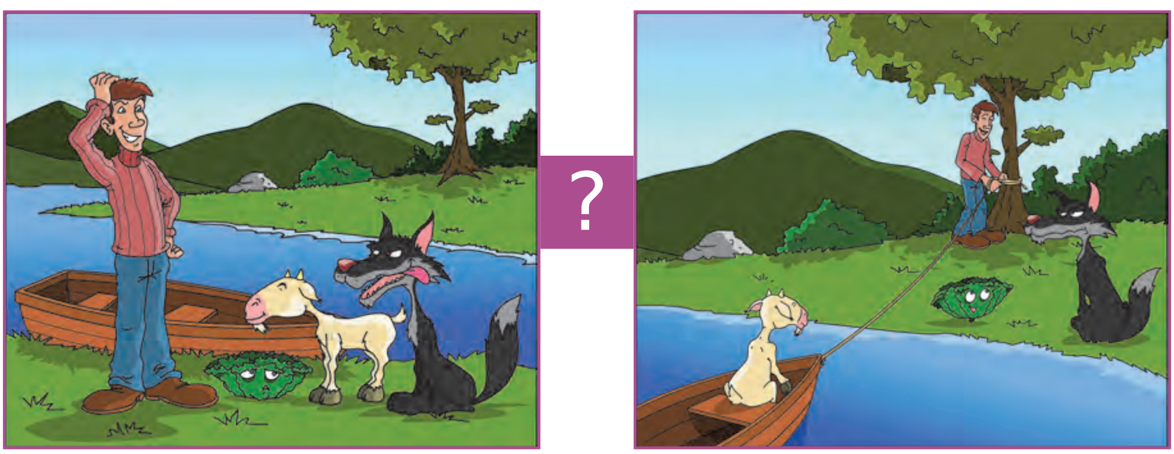
Point info

Programmer dans Scratch, consiste à glisser-déposer-imbriquer des **blocs** !
Il est très facile de déplacer un bloc, supprimer une instruction...
Personnalise ce premier programme à ta guise !

1 Notion d'algorithme

Georges doit faire franchir une rivière à un chou, une chèvre et un loup. Mais il a un souci : s'il n'est pas à côté, la chèvre mange le chou et le loup mange la chèvre. Il dispose d'une barque mais ne peut y faire monter que deux des trois compères.

a Comment doit-il procéder pour transporter le chou, la chèvre et le loup sur l'autre rive ?



Maintenant Georges doit faire passer le chou, la chèvre, le loup, le bâton et le feu mais il ne peut emmener que deux compères par voyage. Si Georges s'éloigne, alors la chèvre mange le chou, le loup mange la chèvre, le bâton bat le loup et le feu brûle le bâton !

b Comment doit-il procéder pour transporter les cinq compères, sains et saufs sur l'autre rive ?

Activités

Point info

Le mot « algorithme » vient du nom du mathématicien perse Al-Khwârismî.

Un algorithme est une suite d'instructions ou d'opérations permettant de résoudre un problème donné.

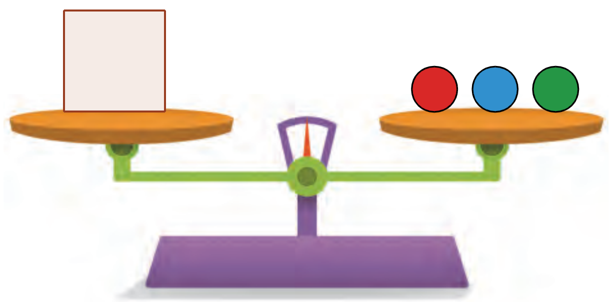
Par exemple, pour prendre une photo, on suit les instructions suivantes :

- `Se munir d'un appareil photo ;`
- `Cadrer le sujet ;`
- `Faire la mise au point ;`
- `Appuyer sur le déclencheur.`

2 Écriture binaire d'un nombre

Tu disposes d'une balance de Roberval et de trois masses :

- une masse (bleue) de 1 g ,
- une masse (verte) de 2 g,
- une masse (rouge) de 4 g.



Dans l'exemple ci-contre, le solide ☐ pèse donc 7 g.

a Combien de solides de masses différentes peut-on peser avec ce matériel ?

b On représente la pesée du solide précédent comme ci-dessous. Complète ce tableau avec les autres pesées possibles.

Poids de 4 g	Poids de 2 g	Poids de 1 g	Total
✓	✓	✓	7

c On dispose, en plus, d'une masse de 8 g. Reprends les questions précédentes.

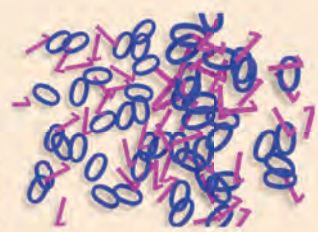
d Lucien a représenté la pesée de 11 g comme ceci : 1011. Explique sa présentation. Écris toutes tes pesées de la même manière.

Point info

Un nombre entier est écrit en base 2 quand il est écrit à l'aide de 0 et de 1.

Exemple : 10110101 représente le nombre entier suivant
$1 + 0 \times 2 + 1 \times 4 + 0 \times 8 + 1 \times 16 + 1 \times 32 + 0 \times 64 + 1 \times 128 = 181$.

L'écriture des nombres en base 2 est très importante en informatique, car un ordinateur fonctionne ainsi : un « 1 » correspond à un courant électrique qui passe, et un « 0 » correspond à un courant électrique qui ne passe pas !



3 Appliquer un algorithme

Partie 1

Voici une liste de nombres : 15 27 12 5 32 18

a Trie cette liste dans l'ordre croissant.

b Quel algorithme as-tu suivi pour faire ton tri ?

Partie 2

Voici un algorithme permettant de trier une liste de nombres :

- On compare le premier nombre à tous les nombres qui le suivent.
  Si on trouve un nombre inférieur, on échange ces deux nombres. On poursuit les comparaisons entre le nouveau premier nombre et les nombres du reste de la liste.
- On recommence avec le deuxième nombre.
- Et ainsi de suite jusqu'à atteindre le dernier nombre de la liste.

Exemple :

Soit la liste : 8 5 3 7

Voici ce que l'on obtient en appliquant l'algorithme.

Liste de départ	Étape	Opération effectuée	Nouvelle liste
8 5 3 7	1	On commence par le premier nombre de la liste : 8. On compare 8 et 5. Comme $8 > 5$, on échange 8 et 5.	5 8 3 7
5 8 3 7	2	On compare 5 et 3. Comme $5 > 3$, on échange 5 et 3.	3 8 5 7
3 8 5 7	3	On compare 3 et 7. Comme $3 < 7$, on n'échange pas 3 et 7.	3 8 5 7
3 8 5 7	4	On passe au second nombre de la liste : 8. On compare 8 et 5. Comme $8 > 5$, on échange 8 et 5.	3 5 8 7
3 5 8 7	5	On compare 5 et 7. Comme $5 < 7$, on n'échange pas 5 et 7.	3 5 8 7
3 5 8 7	6	On passe au troisième nombre de la liste : 8. On compare 8 et 7. Comme $8 > 7$, on échange 8 et 7. On vient de comparer les deux derniers nombres de la liste donc c'est terminé.	3 5 7 8

c Applique cet algorithme pour trier la liste de la **partie 1**.

Point info

Certains algorithmes sont difficiles à écrire et à appliquer alors qu'on sait facilement résoudre le problème correspondant intuitivement. Mais les ordinateurs n'ont aucune intuition et il est nécessaire de détailler soigneusement toutes les étapes de l'algorithme permettant à l'ordinateur de résoudre le problème.

Il existe de nombreux **algorithmes de tri**. Celui que nous venons d'étudier est appelé **tri par sélection**. Il est peu efficace mais il en existe des plus performants.

Les algorithmes de tri sont importants en informatique car l'ordinateur travaille parfois sur des tableaux contenant des millions de données. Et l'accès à ces données est beaucoup **plus rapide** quand les données sont triées.

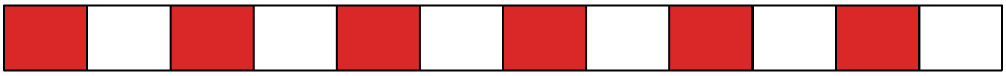
4 Un langage élémentaire

Un robot est situé sur la première case d'une ligne contenant plusieurs cases.
Il dispose de trois instructions :

- C : Colorier
- A : Avancer de trois cases
- R : Reculer d'une case

De plus, il est possible de lui faire **répéter** un certain nombre de fois une série d'instructions.

Ainsi, la série d'instructions C A R répétée 6 fois a pour résultat :



a Dessine une rangée constituée de cases vides.
Complète-la après l'exécution de l'algorithme suivant : A C R C A C A C R C.

Point info

On peut considérer que A C R C A C A C R C est un **programme**. Ce programme est constitué de mots C, A ou R (chaque mot contient une seule lettre !) et à chacun de ces mots correspond une instruction bien précise.

b Écris un programme permettant de colorier toutes les cases d'un tableau donné.

c Écris un programme (de moins de 7 instructions) et propose la figure obtenue à ton camarade qui devra retrouver ton algorithme. Attention, *répéter* est considéré comme une instruction.

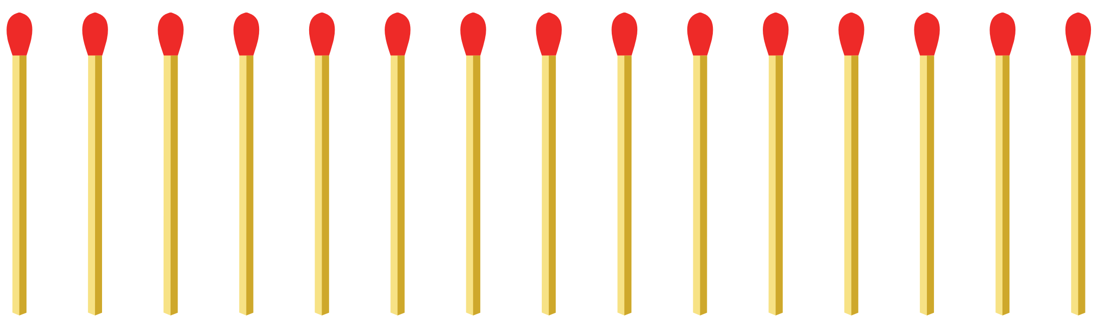
Point info

Pour programmer les algorithmes en informatique, on utilise un langage de programmation. Il en existe de très nombreux : JavaScript, C++, Python, etc.
Ici, le langage que nous avons utilisé est particulièrement élémentaire puisqu'il ne dispose que de quatre mots : les instructions C, A, R et *répéter* !

5 Le Jeu de Nim

Dans une variante du jeu de NIM, un nombre quelconque d'allumettes est disposé sur une ligne. Deux joueurs prennent, chacun leur tour, une, deux ou trois allumettes. Le joueur qui prend la (ou les) dernière(s) allumette(s) remporte la partie.

Tu pourras jouer avec ton voisin. On suppose, ici, qu'il y a 15 allumettes au départ. Mais, pour t'aider, tu pourras commencer à jouer avec 5, puis avec 9 allumettes.



a Le joueur qui commence peut-il être sûr de gagner la partie à chaque fois ?
Dans ce cas, quelle est la stratégie gagnante ?

b Essaie de rédiger cette stratégie le plus clairement possible.

6 Algorithme et base 2

L'objectif de cette activité est de trouver un algorithme permettant d'écrire un nombre en base 2. Pour cela, nous utiliserons le tableau suivant :

128	64	32	16	8	4	2	1
0	0	1	0	1	1	0	1

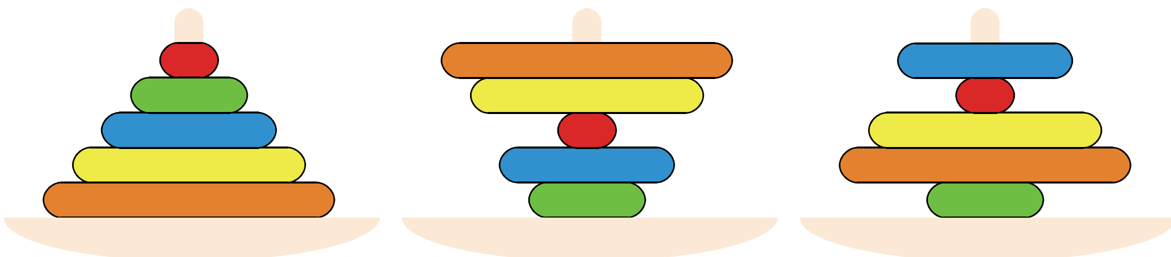
a Explique pourquoi le nombre binaire 101101 est égal au nombre entier 45.

b Donne l'écriture en base 2 du nombre entier 103.

c En utilisant la première ligne du tableau, propose un algorithme permettant d'écrire en base 2 un nombre entier inférieur à 256.

7 La tour d'anneaux

On dispose d'une tour d'anneaux (position 1) mais les anneaux ont été dérangés (position 2).



position 1 position 2 position 3

On souhaite les remettre dans l'ordre mais le seul type de manipulation autorisé est le suivant : prendre un nombre quelconque d'anneaux à partir du haut et retourner en une seule fois ce paquet d'anneaux.

Par exemple, on prend les 4 premiers anneaux et on les retourne. On passe donc de la position 2 à la position 3. Pour décrire cette instruction, on écrira R4.

a Trouve la série d'instructions permettant de ranger les anneaux de cette tour. Pour représenter ces anneaux, tu pourras découper des disques de diamètres différents.

b Peux-tu décrire un algorithme général permettant de remettre dans l'ordre une tour **quelconque** ?

8 Créer des lignes avec SCRATCH

Dans cette activité, le lutin se déplacera tout seul grâce à tes instructions, c'est-à-dire qu'il va exécuter ton algorithme.

Pour commencer, efface le lutin par défaut (le chat) et crée un lutin *Ball*.

Puis crée le code ci-contre. →

Tu disposes des **instructions** suivantes :

Construis avec elles la figure ci-contre. →

Un défi maintenant !

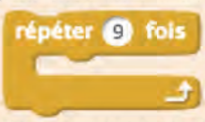
Crée la figure ci-contre en utilisant ces instructions supplémentaires : →

et


.

Point info

Dans Scratch, les blocs-puzzle sont des **instructions**.
En les imbriquant les uns aux autres, on obtient des blocs de code.

L'instruction


est une instruction particulière appelée **boucle**.

Cette instruction, comme toutes les **instructions de contrôle**, se trouve dans la catégorie **Contrôle**.

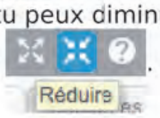
L'instruction


est répétée à l'infini. Elle stoppe quand on arrête le programme ou quand l'instruction


est utilisée.

L'instruction *répéter* permet de répéter un certain nombre de fois toutes les instructions comprises dans la boucle. Elle est très importante car les algorithmes consistent souvent à répéter un très grand nombre de fois une ou plusieurs tâches simples mais légèrement distinctes les unes des autres. Ce qui permet au final de résoudre des problèmes très complexes !

9 Déplace ton lutin à l'aide du clavier !

Efface le lutin par défaut et choisis un lutin qui se déplacera en dessinant des lignes.
Une fois ce lutin sur la scène, tu peux diminuer sa taille en cliquant sur le bouton .

Puis crée le code ci-contre.

Que faut-il ajouter, avant l'instruction *stylo en position d'écriture*, afin de positionner le lutin au centre de la scène à chaque lancement du programme ?

```
quand [drapeau vert] pressé
stylo en position d'écriture
effacer tout
choisir la couleur [ ] pour le stylo
choisir la taille (1) pour le stylo
```

Crée ensuite le code ci-contre.

Teste ton programme.

Complète le programme afin que ton lutin puisse se déplacer dans toutes les directions.

```
quand [flèche droite ▼] est pressé
s'orienter à (90▼)
avancer de (50)
```

Efface le code gérant le déplacement du lutin.

Crée le code ci-contre.

Complète-le afin que ton lutin puisse se déplacer dans toutes les directions.

```
quand [flèche droite ▼] est pressé
ajouter (50) à x
```

Lorsque ton lutin se déplace, il dessine un trait. On souhaite qu'il puisse lever ou baisser le crayon quand on lui demande.
Le plus souvent, on crée les écouteurs ci-contre.

```
quand [a ▼] est pressé
stylo en position d'écriture
```

```
quand [b ▼] est pressé
relever le stylo
```

Ajoute autant d'écouteurs que tu veux !
Tu peux par exemple dessiner une jolie figure en changeant la couleur et l'épaisseur du trait.

Point info

- L'instruction `quand [flèche droite ▼] est pressé` est très particulière : le fait d'appuyer sur la flèche droite est appelé un **évènement**.
- Le code qui suit la brique ci-dessus constitue ce que l'on appelle un **écouteur**.

C'est ton ordinateur, plus précisément le système d'exploitation (Windows ou Linux par exemple), qui informe SCRATCH que l'utilisateur a pressé la touche. À ce moment, SCRATCH exécute les instructions de l'**écouteur**.

- L'instruction `aller à x: (0) y: (0)` est une instruction de déplacement **absolu**. Le lutin se déplace au centre de la scène, quel que soit son emplacement de départ.
- Les instructions `s'orienter à (90▼)` `avancer de (50)` et `ajouter (50) à x` sont des instructions **relatives**.

  Dans les deux cas, le lutin se déplace de 50 points vers la droite. Tu remarqueras que, lorsque l'on demande au lutin d'avancer de 50, il avance dans sa direction actuelle.

10 Un chat qui crève l'écran

Aide-toi des indications ci-après pour programmer l'animation suivante.

Au départ, le chat est positionné en **x** = − 190 et **y** = − 90.
Il avance de 36 pas de longueur 10 et dit : « *Je suis arrivé*. ».

Il se retourne en disant : « *Je retourne au point de départ.* » et revient à sa position initiale.
Quand il se déplace, on a l'impression qu'il marche.

Indications :

- Pour avancer de 360 points, il suffit de répéter 36 fois une certaine opération. Laquelle ?

  Utilise pour cela l'instruction de contrôle `répéter ( ) fois`.

- Pour donner l'illusion de la marche (ou la course), il faut changer le costume du chat à chaque pas : `costume suivant`.

- Pour que le chat ne se déplace pas trop vite, utilise l'instruction `attendre ( ) secondes`.

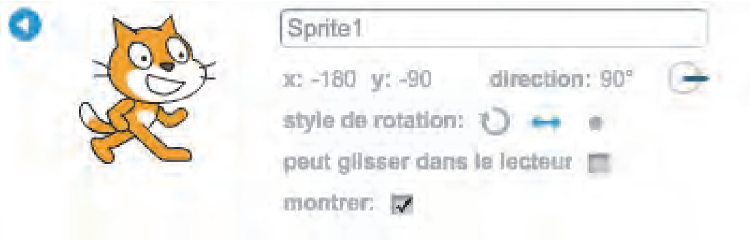
Point info

Le code suivant permet d'animer un lutin possédant plusieurs costumes. Tu peux le tester dans un autre programme. L'instruction `costume suivant` est intégrée dans la boucle *répéter* créant le déplacement du lutin. Ainsi, quand le programme est lancé, SCRATCH va répéter indéfiniment les deux instructions :

- changer de costume ;
- attendre 1 seconde.

```
quand [drapeau] pressé
répéter indéfiniment
    costume suivant
    attendre (1) secondes
```

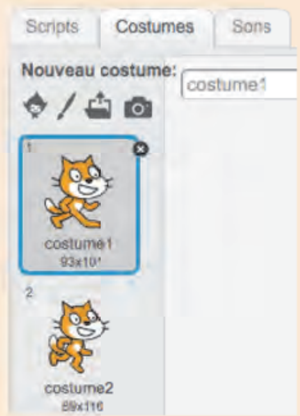
- Pour que le chat se retourne correctement, utilise ceci :



Point info

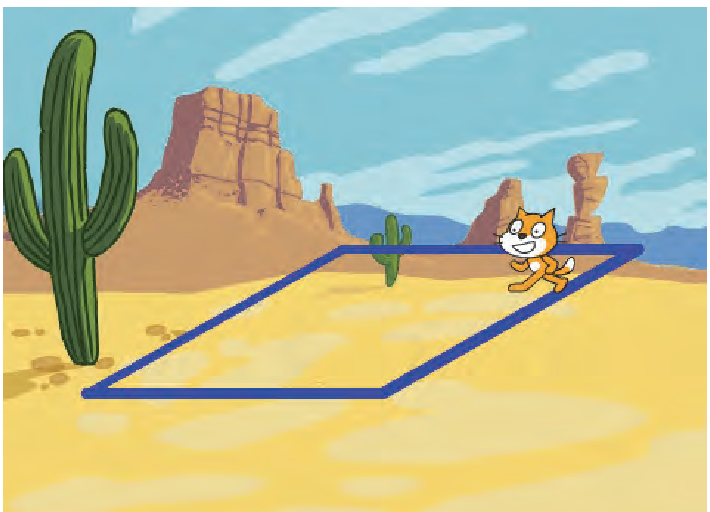
Dans SCRATCH, certains lutins disposent de plusieurs **costumes**, c'est-à-dire de plusieurs apparences.

Ainsi, le lutin *Alex* dispose de 4 costumes. Quant au chat, il dispose de deux costumes : *costume1* et *costume2*. Quand on passe rapidement d'un costume à l'autre, on a l'illusion que ses jambes bougent.

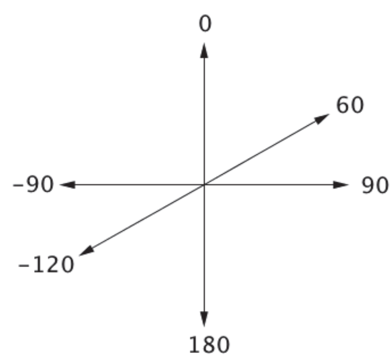


Pour aller plus loin

Programme le déplacement suivant :



Voici quelques directions pour t'aider.



Quand le chat s'éloigne vers le fond de la scène, sa taille se réduit, puis elle augmente à nouveau quand il se rapproche.

Pour cela, utilise les instructions mettre à 100 % de la taille initiale et ajouter à la taille.

11 C'est très variable !

Point info

Pour demander à l'utilisateur de saisir une réponse, on utilise l'instruction suivante :
`demander` Donne moi un nombre `et attendre`.

Si tu cliques sur cette instruction, SCRATCH affiche en bas de la scène une *zone de saisie*.
L'utilisateur saisit sa réponse puis appuie sur la touche *Entrée* du clavier ou clique sur la coche à droite de cette zone.
La réponse de l'utilisateur est alors stockée dans une **variable** appelée `réponse` qui se trouve dans la catégorie **Capteurs**.

Première partie

Tu vas créer un programme grâce auquel le chat demande un nombre puis annonce son triple.

Pour t'aider, voici les différents blocs du programme dont tu as besoin :

`dire [ ] pendant (6) secondes`

`demander [Donne moi un nombre] et attendre`

`( ) * (réponse)`

`regroupe [Le triple de ton nombre est :] [ ]`

Seconde partie

Tu vas mettre en scène *Alex* et *Ruby* et créer ce jeu de questions/réponses.

Quand on clique sur *Alex*, elle demande qu'on lui donne une température en degrés Fahrenheit.
Puis elle annonce la température correspondante en degrés Celsius.
Son amie *Ruby*, en revanche, fait exactement l'inverse.

Pour t'aider, voici deux formules de conversion. À toi de découvrir leur sens !

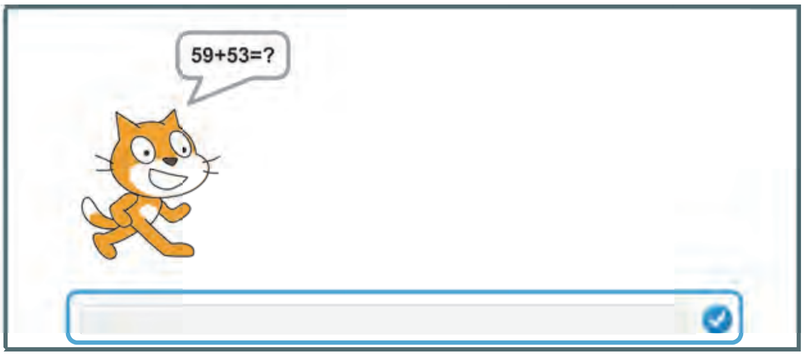
$\boxed{C = (F - 32) / 1{,}8}$ et $\boxed{F = 1{,}8 * C + 32}$

À l'aide de SCRATCH, tu vas mettre en scène un lutin qui proposera 10 additions à résoudre.

Le choix des nombres est aléatoire.

Le joueur répond.

Le lutin annonce si la réponse est correcte ou non, puis il passe à la question suivante.



a Pour mener à bien ce projet, il faut comprendre la notion de **variable**.
En effet, SCRATCH doit générer les deux termes dont on demande la somme.
Pour cela, dans la catégorie **Données**, crée deux variables : a qui stockera le premier terme et b qui stockera le second.

b Pour l'instant, ces deux variables ne contiennent aucune valeur.
À chaque question, on va leur donner une valeur, au hasard, comprise entre 30 et 60, par exemple.
Voici l'instruction qui permet de le faire : mettre a à nombre aléatoire entre 30 et 60.

c Ensuite, tu vas programmer le lutin pour qu'il pose sa question : utilise l'instruction *demander* (voir l'**activité 11** – **première partie**).
Dans la catégorie **Opérateurs**, utilise plusieurs fois l'expression regroupe hello world.
Pour t'aider, voici l'expression qui permet d'afficher « la somme de 35 et de 47 », si **a** est égal à 35 et **b** à 47 : regroupe la somme de regroupe a regroupe et b.

d La réponse est stockée dans la variable réponse. Le programme doit comparer la réponse du joueur à la somme a + b. Si elles sont égales, la réponse est juste. Sinon, c'est faux.

Pour cela, utilise les blocs

et réponse = a + b.

Point info

Dans la brique **« si »**, on trouve une pièce hexagonale qui doit contenir un **test** à effectuer.
Par exemple, on peut tester l'égalité entre la réponse proposée et la somme de a et b par l'expression *réponse* = *a* + *b*. Cette expression est soit VRAIE, soit FAUSSE. On dit que c'est une expression **booléenne**.
Si, lors du test, l'expression est vraie, alors seules les instructions situées après « *alors* » et avant « *sinon* » seront exécutées. Si elle est fausse, alors seules les instructions situées après le « *sinon* » seront exécutées.

e Il te suffit enfin d'imbriquer le tout dans une boucle *répéter* !

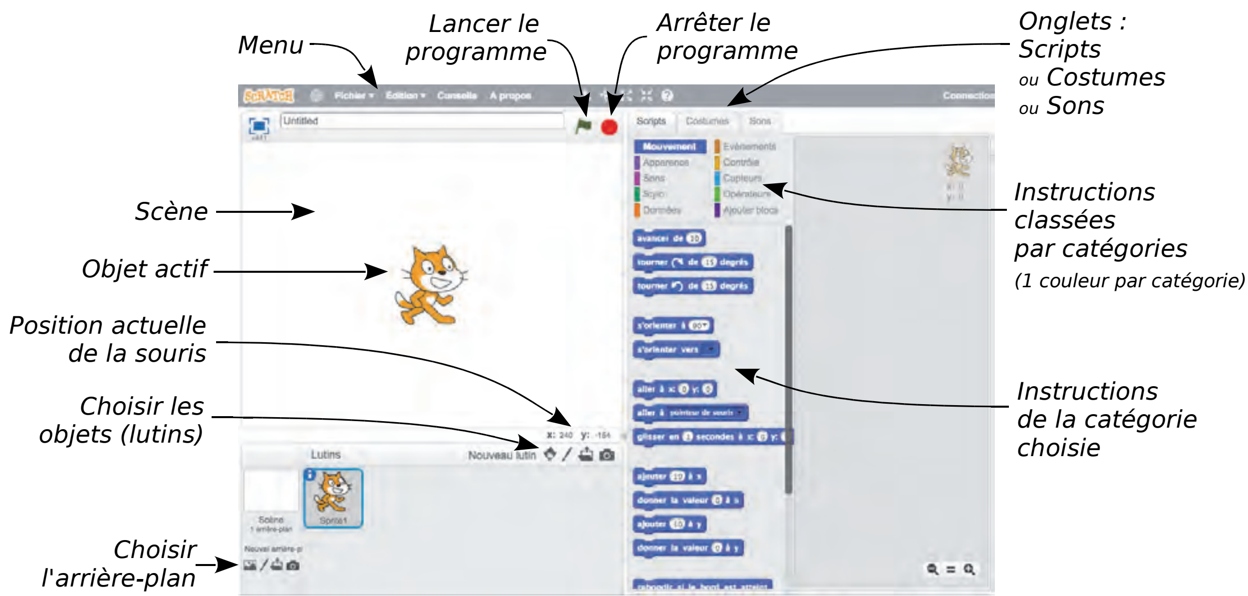
f **Pour aller plus loin**
Crée une variable score initialisée à 0. À chaque fois que la réponse est correcte, augmente cette variable de 1 grâce à l'instruction ajouter à score 1.
À la fin du programme, le lutin annoncera le score obtenu.

Présentation générale

Tu peux utiliser le logiciel en ligne ou hors connexion. Plus d'infos : g5.re/scr

Si ta version n'est pas en français, clique sur le globe :

Au lancement de Scratch, un chat se trouve au centre d'une **scène**, comme ci-dessous.



La largeur de la scène est égale à 480 points et sa hauteur à 360 points.

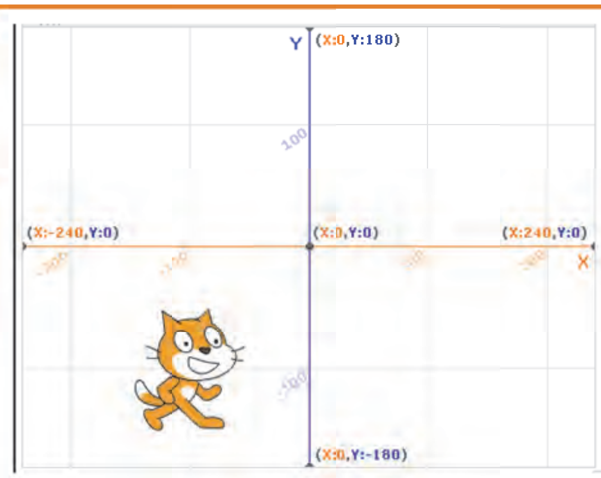
Dans Scratch, un objet est appelé « lutin ».

On le positionne à l'aide de deux coordonnées qui sont désignées par les lettres **x** et **y**.

La première coordonnée, **x**, varie entre – 240 et 240 et la seconde coordonnée, **y**, varie entre – 180 et 180.

Par exemple, le chat ci-contre est à la position (– 100 ; – 100).

Les coordonnées du chat s'affichent en haut à droite de la fenêtre *Scripts*.



L'arrière-plan *xy-grid* permet de voir la grille et les coordonnées.

Pour mieux comprendre ce système de repérage, déplace le chat à l'aide de la souris et observe ses coordonnées (fenêtre *Scripts* en haut à droite).

Le cadre bleu montre que le chat est sélectionné.

Sur la scène, tu peux trouver deux types d'éléments :
- le **décor** (en arrière-plan) ;
- les objets qui sont appelés **lutins**.

Pour agir sur un lutin, on écrit un programme dans la fenêtre *Scripts* (chaque lutin a son programme).
Tu vas maintenant apprendre à écrire un programme qui agira sur le chat.

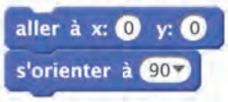
Tutoriel SCRATCH

Dans la catégorie **Évènements**, sélectionne l'instruction **quand [drapeau] cliqué**, puis dépose-la dans la partie droite de la fenêtre *Scripts*.

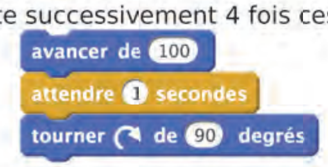
Dans la catégorie **Mouvement**, sélectionne l'instruction **avancer de (10)**, puis dépose-la à la suite de l'instruction précédente. Ces deux instructions s'emboitent (elles ont la forme de pièces de puzzle).
Tu obtiens le script ci-contre. →
Dans la petite zone ovale, écris « 20 » à la place de 10.

À chaque fois que tu cliqueras sur le drapeau (en haut, au milieu), ton programme sera exécuté et le chat avancera de 20 points. Comme il est orienté vers la droite, il avancera de 20 points vers la droite.
Entre deux lancements, tu peux déplacer le chat avec la souris. Si tu lances le programme, il se déplacera de 20 points vers la droite à partir de cette nouvelle position.

Saisis maintenant le programme ci-contre. →
L'instruction **attendre (1) secondes** se trouve dans la catégorie **Contrôle**.
On commence par placer le chat en (0 ; 0) et on l'oriente vers la droite grâce au couple d'instructions :



Puis on exécute successivement 4 fois ces instructions :



Elles se répéteront 4 fois quand le programme sera exécuté.

Pour éviter ces répétitions d'instructions, on utilise l'instruction de **Contrôle** :

Pour supprimer une instruction ou un bloc d'instructions, il suffit de faire un clic droit sur le bloc et de choisir *Supprimer*. Tu peux également détacher les blocs du programme.

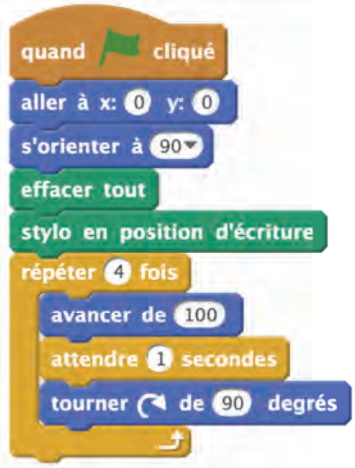
Pour terminer ce petit programme, nous allons maintenant demander au chat de laisser une trace de son passage.

Un stylo invisible est attaché à chaque objet de SCRATCH (ici, le chat). Par défaut, le stylo est relevé et donc, quand le chat se déplace, aucun trait n'est dessiné.

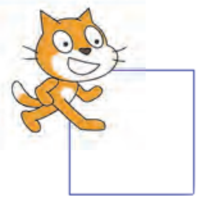
Pour mettre le stylo en position d'écriture, utilise les instructions de la catégorie **Stylo** et modifie ton programme comme ci-contre.

Voici la procédure :

- le chat va en (0 ; 0) ;
- on l'oriente vers la droite ;
- on efface tous les traits ;
- on pose le stylo.



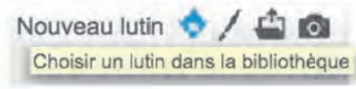
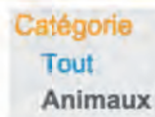
Lance le programme... et découvre le résultat !



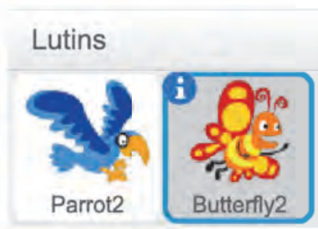
Le jeu du labyrinthe

But du jeu : Le perroquet doit rejoindre le papillon à la sortie du labyrinthe.
Il doit éviter les murs sous peine d'être renvoyé à la case *Départ*.

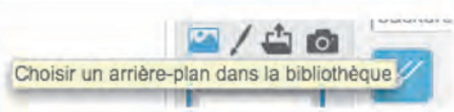
Création du lutin-héros (le perroquet) qui se déplacera dans le labyrinthe

<table>
<tr><td>Crée un nouveau projet :
Fichier / Nouveau
Efface le lutin Sprite1 :
clic droit / Supprimer</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Clique sur le bouton Choisir un lutin dans la bibliothèque.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Sélectionne la catégorie Animaux.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Puis double-clique sur Parrot2.
Il apparait sur la scène, ainsi que dans la fenêtre contenant les différents lutins du programme.</td><td>
</td></tr>
</table>

Création du lutin-cible (le papillon)

<table>
<tr><td>Crée un deuxième lutin dans la bibliothèque.
Choisis le lutin Butterfly2.
Maintenant, deux lutins occupent la scène.
Pour l'instant, ne te préoccupe pas de leur taille, ni de leur position sur la scène.</td><td>
</td></tr>
</table>

Création du labyrinthe

<table>
<tr><td>Sélectionne l'Arrière-plan et vérifie que l'onglet Arrière-plan est actif.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Sélectionne une image d'arrière-plan : par exemple l'arrière-plan slopes (que tu trouveras rapidement en cliquant sur le thème Vacances).
Il apparait alors sur la scène.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>En bas à droite de l'écran, clique sur le bouton Vectoriser pour passer en mode Vecteur, à moins qu'il ne soit déjà sélectionné. Dans ce cas, Mode Vecteur et Convertir en bitmap sont affichés.</td><td>
</td></tr>
</table>

Réalise le premier mur du labyrinthe en créant un rectangle bleu.
Pour cela, utilise la barre d'outils située tout à droite de l'écran :

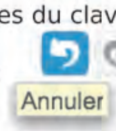
- clique sur le bouton : Rectangle (Majuscule: Carré)
- sélectionne la couleur bleue pour le fond et pour le contour :

- vérifie que c'est bien un rectangle plein qui va être construit :

Puis trace le rectangle de la taille souhaitée.

Crée les autres murs.
Clique sur le bouton *Dupliquer* : Dupliquer (Majuscule: Multiple), puis sur le nouveau rectangle (parfaitement superposé au premier). Déplace-le à l'aide de la souris ou des touches fléchées du clavier.

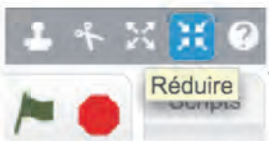
À tout moment, tu peux annuler tes dernières constructions en cliquant sur *Annuler* :



Recommence plusieurs fois les constructions précédentes afin d'obtenir ton labyrinthe.

Positionne les deux lutins correctement en les déplaçant sur la scène à l'aide de la souris.
Tu devras sans doute changer leur taille.

Pour cela, utilise les boutons *Agrandir* et *Réduire* :



Ainsi, pour réduire *Parrot2*, clique sur le bouton *Réduire*, puis clique autant de fois que nécessaire sur le perroquet situé sur la scène.

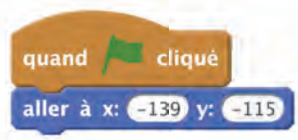
Repère les coordonnées initiales de *Parrot2* (en haut à droite de fenêtre *Scripts*).
Par exemple : **x** = – 139 et **y** = – 115.

Enregistre ton projet. Pour cela, il faut ouvrir un compte SCRATCH. Suis la procédure proposée à l'écran.

Déplacement du lutin *Perroquet*

À chaque lancement du programme, le perroquet doit partir de ses coordonnées de départ. Pour cela, insère l'instruction ci-contre (onglet *Scripts*) et indique les coordonnées repérées précédemment (– 139 ; – 115).

Attention : vérifie que *Parrot2* est bien sélectionné !



Crée les évènements suivants pour permettre au lutin *Parrot2* de se déplacer.

Pour dupliquer, fais un clic droit sur un bloc : tu gagneras du temps !

Teste le programme et *Enregistre ton projet*.

Pour l'instant, ton perroquet avance avec les flèches du clavier mais ignore complètement l'arrière-plan : il doit éviter les murs !

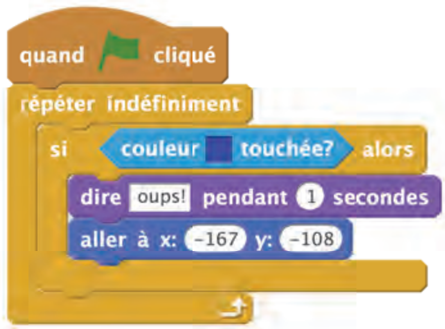
Éviter les murs du labyrinthe

Pour éviter les murs, crée le code ci-contre.
Vérifie que *Parrot2* est bien sélectionné car c'est lui qui se déplace dans le labyrinthe.

L'expression couleur ■ touchée? se trouve dans la catégorie **Capteurs**. Pour obtenir le petit carré bleu dans *Couleur touchée*, clique sur ce carré, puis sur un mur bleu de la scène.

L'instruction dire oups! pendant 1 secondes se trouve dans la catégorie **Apparence**.

À chaque lancement du programme, ce code sera exécuté indéfiniment. Donc, dès que *Parrot2* touche la couleur bleue (un mur), il dit « *oups!* » et, une seconde plus tard, retourne à sa position de départ.



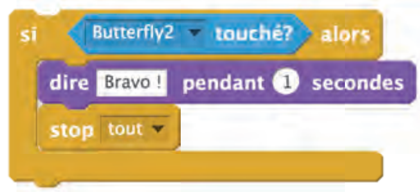
Teste le programme et *enregistre ton projet.*

À présent, le perroquet réagit dès qu'il touche un mur.
Mais pour que la partie soit gagnée, il doit **toucher le papillon** à la sortie du labyrinthe !

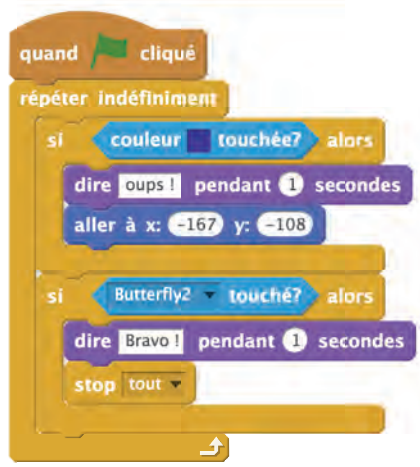
Gestion de la sortie du labyrinthe

Pour gagner la partie, *Parrot2* doit toucher *Butterfly2*.
Pour cela, crée le code ci-contre.

L'instruction stop tout se trouve dans la catégorie **Contrôle**. Elle stoppe le programme attaché au lutin.



Insère ce bloc à la suite du bloc précédent.



Teste le programme et *enregistre ton projet.*

Affichage d'un chronomètre

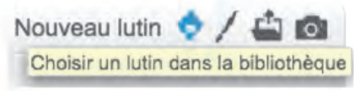
Quand on lance un programme dans SCRATCH, un chronomètre démarre automatiquement. C'est ce qu'on appelle une **variable**.

Par exemple, si le programme est lancé depuis 17 secondes, alors la variable chronomètre vaut 17.
Une seconde plus tard, elle vaudra 18. Elle varie donc tout le temps !

La variable chronomètre est présente dans tous les programmes SCRATCH.

Tu vas créer un nouveau lutin qui sera « maitre du temps ». Sa mission consistera à annoncer le chronomètre toutes les secondes !

Clique sur *Choisir un lutin*.



Dans la catégorie *Gens*, sélectionne le lutin *Wizard* (« sorcier » en français) et clique sur OK.

Le sorcier apparait sur la scène.

Réduis sa taille en cliquant sur le bouton *Réduire*, puis sur *Wizard*, autant de fois que nécessaire.

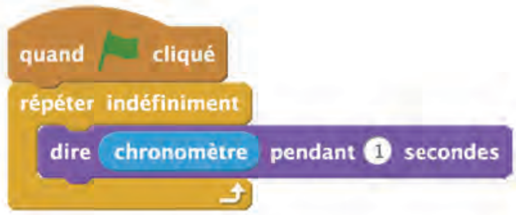
Positionne-le en haut à gauche de la scène.

Vérifie que *Wizard* est bien sélectionné, puis crée le code ci-contre.

La variable chronomètre se trouve dans la catégorie **Capteurs**. Les variables qui ont la forme ovale sont des **expressions**.

Ce code est appelé en permanence, c'est-à-dire qu'à chaque appel, *Wizard* annonce le chronomètre, **attend** 1 seconde, puis ré-exécute le code...

Pour bien comprendre le fonctionnement du chronomètre, teste le programme.



On remarque que le chronomètre ne tombe pas juste. Pour régler ce problème, on va demander au programme un arrondi du chronomètre.

L'instruction arrondi de est dans le thème **Opérateurs**. Modifie l'instruction comme ci-contre.

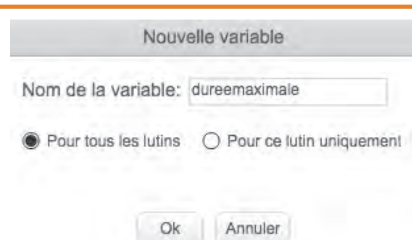
Enregistre ton projet.

Temps-limite et perte de la partie

Il s'agit de créer une variable contenant la durée maximale autorisée pour sortir du labyrinthe.

Dans la catégorie **Données**, clique sur le bouton *Créer une variable*.

Nomme-la : *dureemaximale*.



Cette durée maximale sera fixée à 60 secondes.
Sélectionne *Parrot2* et insère l'instruction `mettre dureemaximale ▾ à 60` au début de son programme. →

```
quand 🏴 cliqué
mettre dureemaximale ▾ à 60
répéter indéfiniment
```

La partie est perdue si le temps-limite est dépassé, c'est-à-dire si le chronomètre dépasse 60 secondes.

Cette donnée concerne *Parrot2*.
Insère donc le bloc ci-contre au programme. →

```
si chronomètre > dureemaximale alors
    dire Perdu pendant 2 secondes
    stop tout ▾
```

Affichage du score

La partie est gagnée quand *Parrot2* atteint *Butterfly2*.

Pour afficher le score, nous allons insérer une nouvelle instruction au bloc ci-contre. →

```
si Butterfly2 ▾ touché? alors
    dire Bravo ! pendant 1 secondes
    stop tout ▾
```

Avant `stop tout ▾`, insère l'instruction :

```
dire regroupe Ton score est de (dureemaximale - arrondi de chronomètre) pendant 2 secondes
```

Si *Parrot2* met 40 secondes à sortir du labyrinthe, le score est alors égal à :
`dureemaximale - arrondi de chronomètre`, c'est-à-dire : 60 – 40 = 20 secondes.

S'il met 35 secondes, le score sera alors supérieur : 60 – 35 = 25 secondes !

Bravo, tu as programmé ton premier jeu ! Teste-le auprès de tes amis !

Corrigés des exercices

N1

14 Relie les expressions égales.

la somme de 9 et 3	27
le produit de 9 par 3	3
le quotient de 9 par 3	12
la différence de 9 et 3	6

22 Calcule.

$A = \underline{43 + 11} + 7$

$A = \underline{54 + 7}$

$A = \mathbf{61}$

$B = \underline{27 - 18} + 2$

$B = \underline{9 + 2}$

$B = \mathbf{11}$

$C = \underline{11 + 18} - 2$

$C = \underline{29 - 2}$

$C = \mathbf{27}$

$D = 4 \times 7 \times 25$

$D = \underline{4 \times 25} \times 7$

$D = \underline{100 \times 7}$

$D = \mathbf{700}$

$E = \underline{30 \div 6} \div 2$

$E = \underline{5 \div 2}$

$E = \mathbf{2{,}5}$

$F = \underline{17 - 9} - 2$

$F = \underline{8 - 2} = \mathbf{6}$

26 Calcule en détaillant les étapes.

$T = \underline{13 - 9} + 2$

$T = \underline{4 + 2}$

$T = \mathbf{6}$

$U = \underline{50 \div 10} \div 5$

$U = \underline{5 \div 5}$

$U = \mathbf{1}$

$V = \underline{43 - 22} - 12$

$V = \underline{21 - 12}$

$V = \mathbf{9}$

$W = \underline{36 \div 2} \times 3$

$W = \underline{18 \times 3}$

$W = \mathbf{54}$

$Y = \underline{25 - 7} - 2$

$Y = \underline{18 - 2}$

$Y = \mathbf{16}$

$Z = \underline{21 \div 14} \div 2$

$Z = \underline{1{,}5 \div 2}$

$Z = \mathbf{0{,}75}$

31 Calcule.

$B = \underline{12{,}5 \times 8} - \underline{4 \times 20}$

$B = 100 - 80$

$B = \mathbf{20}$

$C = \underline{10 \div 4} + \underline{6 \times 2{,}2}$

$C = 2{,}5 + 13{,}2$

$C = \mathbf{15{,}7}$

$D = \underline{36 \div 6} + \underline{4 \div 4}$

$D = 6 + 1$

$D = \mathbf{7}$

$E = \underline{55 \div 5} - \underline{4 \times 2{,}5}$

$E = 11 - 10$

$E = \mathbf{1}$

49 Calcule en détaillant les étapes.

$C = 12 + (\underline{15 - 7}) \times 3$

$C = 12 + \underline{8 \times 3}$

$C = 12 + 24$

$C = \mathbf{36}$

$D = \underline{7 \times 7} - (\underline{18 - 9})$

$D = 49 - 9$

$D = \mathbf{40}$

$E = 30 - (\underline{14 \times 2}) + 4$

$E = \underline{30 - 28} + 4$

$E = 2 + 4$

$E = \mathbf{6}$

$F = 25 - (\underline{7 - 4} + 6)$

$F = 25 - (\underline{3 + 6})$

$F = 25 - 9$

$F = \mathbf{16}$

$G = (\underline{3 - 2{,}7} + 2) \times 4$

$G = (\underline{0{,}3 + 2}) \times 4$

$G = 2{,}3 \times 4$

$G = \mathbf{9{,}2}$

$H = 12 \div (\underline{8 \div 2}) + 4$

$H = \underline{12 \div 4} + 4$

$H = 3 + 4$

$H = \mathbf{7}$

57 Calcule en détaillant les étapes.

$A = 15 + \dfrac{10}{5}$

$A = 15 + 2$

$A = \mathbf{17}$

$B = 12{,}2 - \underline{2{,}2 \times 5}$

$B = 12{,}2 - 11$

$B = \mathbf{1{,}2}$

$C = \dfrac{9{,}9}{3} - 3{,}1$

$C = 3{,}3 - 3{,}1$

$C = \mathbf{0{,}2}$

$D = 9{,}2 - \dfrac{7{,}2}{9}$

$D = 9{,}2 - 0{,}8$

$D = \mathbf{8{,}4}$

$E = 1 + 9 \times 3{,}4$

$E = 1 + 30{,}6$

$E = \mathbf{31{,}6}$

$F = \dfrac{0{,}9}{6} + 2{,}1$

$F = 0{,}15 + 2{,}1$

$F = \mathbf{2{,}25}$

N2

16 Donne une écriture décimale de chaque quotient.

a. $\dfrac{1}{2} = 0{,}5$ **b.** $\dfrac{1}{4} = 0{,}25$ **c.** $\dfrac{1}{5} = 0{,}2$

d. $\dfrac{9}{2} = 4{,}5$ **e.** $\dfrac{9}{4} = 2{,}25$ **f.** $\dfrac{9}{5} = 1{,}8$;

26 Donne la proportion des pastilles de chaque couleur.

Il y a 18 pastilles au total.

Proportion de pastilles jaunes : $\dfrac{1}{18}$

Proportion de pastilles orange : $\dfrac{2}{18} = \dfrac{1}{9}$

Proportion de pastilles rouges : $\dfrac{4}{18} = \dfrac{2}{9}$

Proportion de pastilles vertes : $\dfrac{6}{18} = \dfrac{1}{3}$

Proportion de pastilles violettes : $\dfrac{5}{18}$

36 Écris chaque fraction sous la forme d'une fraction de dénominateur 100.

a. $\frac{1}{10} = \frac{1\times10}{10\times10} = \frac{10}{100}$ **d.** $\frac{18}{5} = \frac{18\times20}{5\times20} = \frac{360}{100}$

b. $\frac{7}{50} = \frac{7\times2}{50\times2} = \frac{14}{100}$ **e.** $\frac{41}{25} = \frac{41\times4}{25\times4} = \frac{164}{100}$

c. $\frac{9}{20} = \frac{9\times5}{20\times5} = \frac{45}{100}$ **f.** $\frac{5}{4} = \frac{5\times25}{4\times25} = \frac{125}{100}$

49 Simplifie chaque fraction si possible.

a. $\frac{15}{60} = \frac{15\times1}{15\times4} = \frac{1}{4}$ **c.** $\frac{51}{68} = \frac{17\times3}{17\times4} = \frac{3}{4}$

b. $\frac{13}{26} = \frac{13\times1}{13\times2} = \frac{1}{2}$ **d.** $\frac{252}{189} = \frac{63\times4}{63\times3} = \frac{4}{3}$

e. $\frac{256}{384} = \frac{128\times2}{128\times3} = \frac{2}{3}$

57 Recopie et complète les pointillés par les symboles $<$ ou $>$.

a. $\frac{4}{5} < \frac{7}{5}$ **c.** $\frac{19}{23} < \frac{31}{23}$ **e.** $0 < \frac{0,15}{0,001}$

b. $\frac{2}{13} > \frac{1}{13}$ **d.** $\frac{7,1}{6} > \frac{7}{6}$ **f.** $\frac{1,3}{3} > \frac{1,15}{3}$

N3

12 Voici des nombres relatifs.

$-\ 7,8$; $+\ 13$; 0 ; $-\ 7,3$; $18,43$; $-\frac{27}{5}$; $+\ 2\ 005$; $0,0001$; $-\ 0,07$; $+\ 1\ 979$

Classe-les en deux catégories :

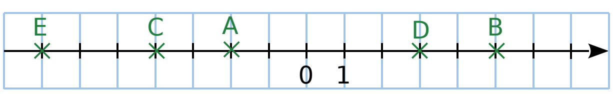
a. les nombres négatifs ;

$-\ 7,8$; 0 ; $-\ 7,3$; $-\ 0,07$; $-\frac{27}{5}$

b. les nombres positifs.

$+\ 13$; 0 ; $+\ 2\ 005$; $0,000\ 1$; $18,43$; $+\ 1\ 979$

23 Reproduis cette droite graduée en respectant le quadrillage puis places-y les points A, B, C, D et E suivants.



A(– 2) ; B(5) ; C(– 4) ; D(3) ; E(– 7)

36

a. Indique dans quelle zone se trouve chacun de ces points.

A(+ 5 ; + 2) zone orange B(– 2 ; + 4) zone verte C(– 4 ; – 4) zone jaune

D(– 7 ; + 3) zone verte E(+ 2 ; – 2) zone bleue F(+ 1 ; + 3) zone orange

G(+ 6 ; – 1) zone bleue H(– 5 ; – 2) zone jaune I(– 3 ; + 1) zone verte

b. Donne le signe des coordonnées (abscisse et ordonnée) d'un point de chaque zone.

Dans la zone orange, un point a ses 2 coordonnées positives.

Dans la zone verte, un point a son abscisse négative et son ordonnée positive.

Dans la zone jaune, un point a ses deux coordonnées négatives.

Dans la zone bleue, un point a son abscisse positive et son ordonnée négative.

58 Range dans l'ordre croissant.

a. + 3,5 ; – 20,39 ; – 12,03 ; + 5,6 ; – 123,45

– 123,45 < – 20,39 < – 12,03 < + 3,5 < + 5,6

b. – 7,001 ; – 7,1 ; – 7,71 ; – 7,01 ; – 7,2 ; – 7,7

– 7,71 < – 7,7 < – 7,2 < – 7,1 < – 7,01 < – 7,001

N4

17 Effectue les additions suivantes.

a. (+ 2) + (+ 7)
= **(+ 9)**

b. (– 4) + (+ 5)
= **(+ 1)**

c. (– 8) + (– 14)
= **(– 22)**

d. (+ 9) + (– 9)
= **0**

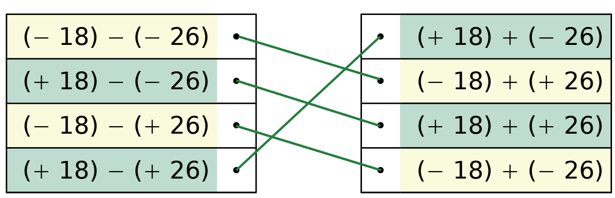
e. (– 20) + (– 12)
= **(– 32)**

f. (+ 40) + (– 60)
= **(– 20)**

g. (– 36) + (+ 18)
= **(– 18)**

h. (– 25) + (+ 0)
= **(– 25)**

35 Relie les expressions égales.



39 Effectue les soustractions suivantes.

a. (+ 2) – (+ 5)
= (+ 2) + (– 5)
= **(– 3)**

b. (– 6) – (+ 2)
= (– 6) + (– 2)
= **(– 8)**

c. (– 11) – (– 8)
= (– 11) + (+ 8)
= **(– 3)**

d. (+ 21) – (– 3)
= (+ 21) + (+ 3)
= **(+ 24)**

e. (+ 7) – (+ 2)
= (+ 7) + (– 2)
= **(+ 5)**

f. (– 13)– (+ 17)
= (– 13) + (– 17)
= **(– 30)**

g. (– 23) – (+ 40)
= (– 23) + (– 40)
= **(– 63)**

h. (– 35) – (– 35)
= (– 35) + (+ 35)
= **0**

47 Calcule les sommes en regroupant les nombres positifs puis les nombres négatifs.

A = (+ 17) + (– 5) + (+ 4) + (+ 5) + (– 3)
A = (+ 17) + (– 5) + (+ 4) + (+ 5) + (– 3)
A = $\underline{(+ 17) + (+ 4) + (+ 5)}$ + $\underline{(– 5) + (– 3)}$
A = (+ 26) + (– 8) = **(+ 18)**

B = (– 12) + (– 4) + (+ 7) + (+ 8) + (– 6)
B = (– 12) + (– 4) + (+ 7) + (+ 8) + (– 6)
B = $\underline{(+ 7) + (+ 8)}$ + $\underline{(– 12) + (– 4) + (– 6)}$
B = (+ 15) + (– 22) = **(– 7)**

C = (+ 1,2) + (+ 4,2) + (+ 7,1) + (– 6,7)
C = (+ 1,2) + (+ 4,2) + (+ 7,1) + (– 6,7)
C = $\underline{(+ 1{,}2) + (+ 4{,}2) + (+ 7{,}1)}$ + (– 6,7)
C = (+ 12,5) + (– 6,7) = **(+ 5,8)**

56 Effectue les calculs suivants.

a. 3 – 8 = **– 5**
b. – 2 – 2 = **– 4**
c. – 31 + 31 = **0**
d. 0 – 38 = **– 38**
e. 55 – 100 = **– 45**
f. 28 – 33 = **– 5**
g. – 7 – 14 = **– 21**
h. – 50 + 25 = **– 25**

63 Calcule.

K = 5 + 13 – 4 + 3 – 6
K = $\underline{5 + 13 + 3}$ $\underline{– 4 – 6}$
K = 21 – 10
K = **11**

L = – 7 + 5 – 4 – 8 + 13
L = $\underline{5 + 13}$ $\underline{– 7 – 4 – 8}$
L = 18 – 19
L = **– 1**

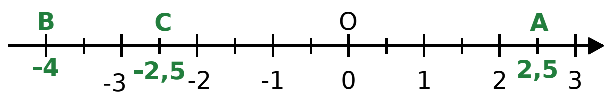
M = – 8 + 5 – 4 + 3 + 4
M = $\underline{5 + 3 + 4}$ $\underline{– 8 – 4}$
M = 12 – 12 = **0**

N = – 17 + 24 – 18 – 18 + 19
N = $\underline{– 17 – 18 – 18}$ + 19 + 24
N = – 53 + 43 = **– 10**

P = 12 – 17 – 13 + 9 + 7
P = $\underline{– 17 – 13}$ + $\underline{9 + 7 + 12}$
P = – 30 + 28 = **– 2**

79 ***Axe gradué en centimètres***

a. Sur une droite graduée en centimètres, place les points A(+ 2,5), B(– 4) et C(– 2,5).



b. Calcule les distances AC et BC.

AC = $x_A - x_C$ = (2,5) – (– 2,5) = 5 cm.

BC = $x_C - x_B$ = (– 2,5) – (– 4) = 1,5 cm.

c. Place un point D à 4 cm de A.
Combien y a-t-il de possibilité(s) ?
Donne son (ou ses) abscisse(s) possible(s).

Il y a deux possibilités : D_1(6,5) ou D_2(– 1,5).

N5

14 Écris le plus simplement possible.

A = 3 × a × b
A = 3ab

B = 3 × a + 3 × b
B = 3a + 3b

C = 8 × a × 2
C = 16a

D = 5 + 3 × b
D = 5 + 3b

E = 5 × a + 3 + 2
E = 5a + 5

F = 2 × 3 × a × (b × c)
F = 6abc

24 Calcule chaque expression pour la valeur de x indiquée.

A = x + 11 pour x = 7
A = 7 + 11 = **18**

B = 5x pour x = 2
B = 5 × 2 = **10**

C = 14 + x pour x = 3
C = 14 + 3 = **17**

D = 14x pour x = 1,5
D = 14 × 1,5 = **21**

E = 2 + 2x pour x = 5
E = 2 + 2 × 5
E = 2 + 10 = **12**

F = 15 – 3x pour x = 1
F = 15 – 3 × 1
F = 15 – 3
F = **12**

33 Teste chacune des égalités pour $t = 5$.

a. $t^2 - 25 = 0$

$5^2 - 25 = 25 - 25 = 0$. Donc l'égalité est vraie.

b. $t^2 - 5 = 4t$

D'une part, $5^2 - 5 = 25 - 5 = 20$
D'autre part, $4 \times 5 = 20$
On trouve le même nombre pour les deux expressions, donc l'égalité est vraie.

c. $t^2 = 10$

$5^2 = 25$; or $25 \neq 10$. Donc l'égalité est fausse.

d. $3t - 7 = t^2 + 1$

D'une part, $3 \times 5 - 7 = 15 - 7 = 8$
D'autre part, $5^2 + 1 = 25 + 1 = 26$
Or $8 \neq 26$. Donc l'égalité est fausse.

40 ***Rectangles imbriqués***

a. Calcule l'aire de la partie coloriée en fonction de x.

La longueur du rectangle colorié est de $47 - x$; sa largeur est de $23 - x$; donc son aire vaut :
$\mathbf{(47 - x)(23 - x)}$

b. Combien vaut cette aire si $x = 14{,}7$ m ?

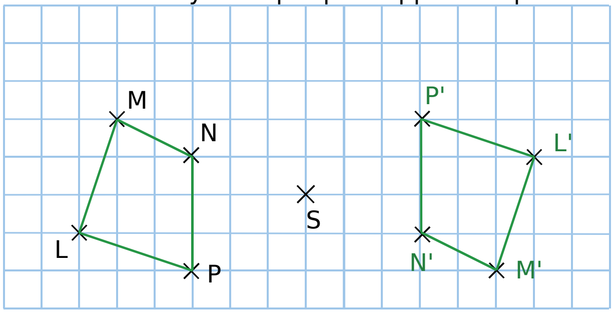
$(47 - 14{,}7)(23 - 14{,}7) = 32{,}3 \times 8{,}3 =$ **268,09**
Cette aire vaut **268,09 m²**.

G1

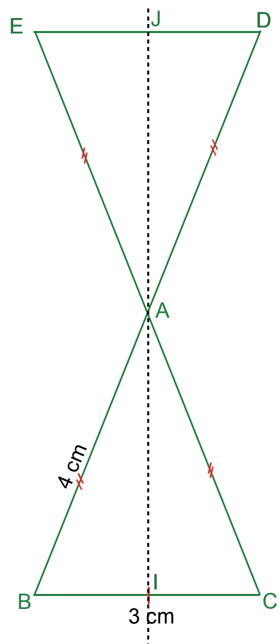
12 Les figures bleue et rouge sont symétriques par rapport au point O.

Le point	M	L	P	S
est symétrique du point	R	N	K	Q
par rapport au point	O	O	O	O

21 Reproduis le quadrilatère suivant puis construis son symétrique par rapport au point S.

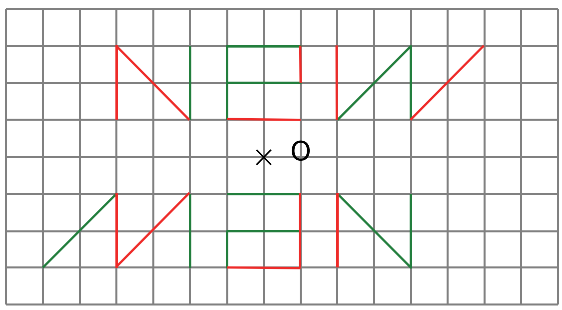


44



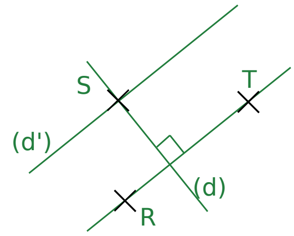
Le symétrique du segment [BC] par rapport à A est le segment [DE].
La symétrie centrale conserve les milieux, donc le symétrique du milieu I de [BC] est le milieu J de [DE].
I et J sont symétriques par rapport à A, donc les points A, I et J sont alignés.

54 Reproduis puis complète cette figure pour que O soit le centre de symétrie de celle-ci.



G2

15 (RT) et (d') sont parallèles, donc **(d)** qui est perpendiculaire à l'une (RT) est **perpendiculaire** à l'autre **(d')**.



22 En citant les couleurs, donne :

a. deux angles alternes-internes ;
jaune et violet

b. deux paires d'angles correspondants ;
jaune et orange

c. deux paires d'angles supplémentaires.
rouge et bleu

31

a. Donne la mesure de l'angle $\widehat{vMy}$.
Justifie ta réponse.

Les angles $\widehat{xMu}$ et $\widehat{vMy}$ sont opposés par leur sommet M, donc ils ont la même mesure.
$\widehat{vMy} = \widehat{xMu} = 125°$

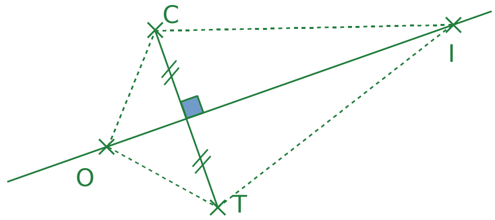
b. Donne d'autres angles mesurant 125°. Justifie ta réponse.

Les angles correspondants $\widehat{xMu}$ et $\widehat{zNu}$ formés par la sécante (vu) sont égaux car les droites (xy) et (zt) sont parallèles.
Donc $\widehat{zNu} = 125°$

Les angles $\widehat{zNu}$ et $\widehat{vNt}$ sont opposés par leur sommet N, donc ils ont la même mesure.
$\widehat{vNt} = \widehat{zNu} = 125°$.

40

a. Fais un schéma codé.



b. Quelle est la nature des triangles TIC et TOC ?
Justifie ta réponse.

O appartient à la médiatrice du segment [CT], donc CO = OT. Le triangle TOC a deux côtés de même longueur, donc il est isocèle en O.

I appartient à la médiatrice du segment [CT], donc CI = IT. Le triangle TIC a deux côtés de même longueur, donc il est isocèle en I.

G3

13 Précise s'il existe un triangle dont les longueurs des côtés sont :

a. 17 m ; 5 m et 3 m.

Non, car le plus grand côté est supérieur à la somme des deux autres.
17 m > 5 m + 3 m

b. 11 mm ; 5 mm et 6mm.

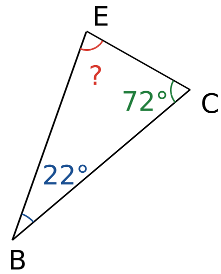
Non, car le plus grand côté est égal à la somme des deux autres : les points sont alignés.
11 mm = 5 mm + 6 mm

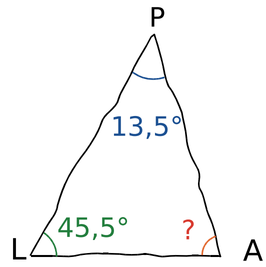
c. 3,5 cm ; 4,5 cm et 5,5 cm.

Oui, car le plus grand côté est inférieur à la somme des deux autres.
5,5 cm < 3,5 cm + 4,5 cm

25 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.



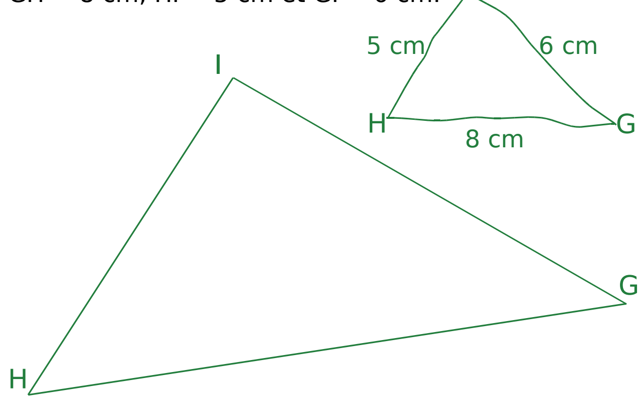


$\hat{E} = 180 - (22 + 72)$
$\hat{E} = 180 - 94 = 86°$

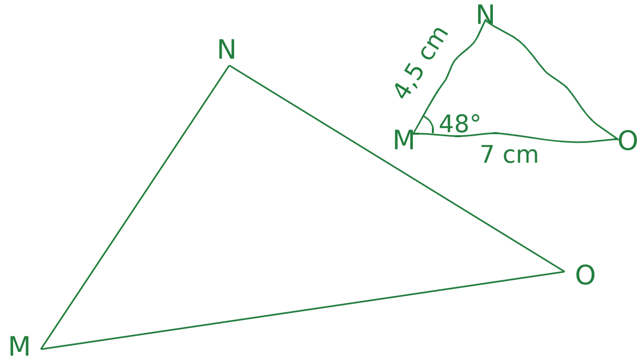
$\hat{A} = 180 - (13,5 + 45,5)$
$\hat{A} = 180 - 59 = 121°$

57

a. Le triangle GHI tel que :
GH = 8 cm, HI = 5 cm et GI = 6 cm.

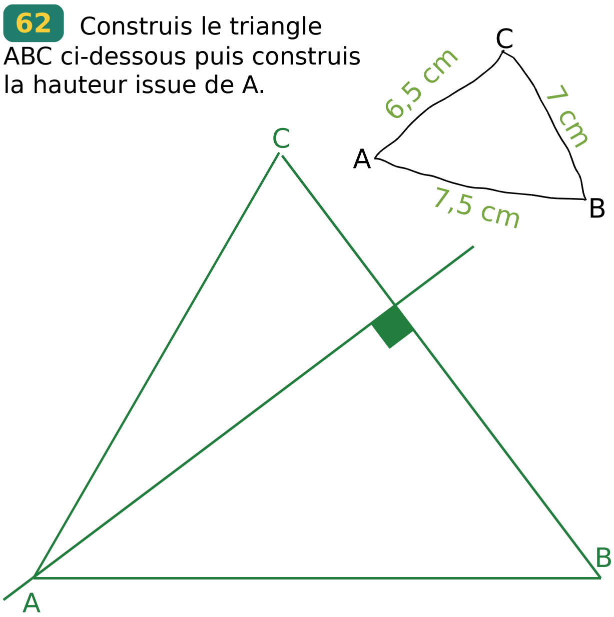


b. Le triangle MNO tel que :
MN = 4,5 cm, MO = 7 cm et $\widehat{NMO} = 48°$.



Corrigés des exercices

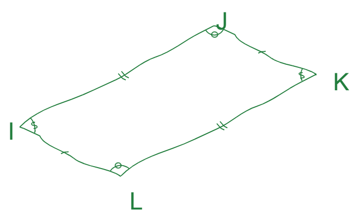
62 Construis le triangle ABC ci-dessous puis construis la hauteur issue de A.



G4

11 IJKL est un parallélogramme.

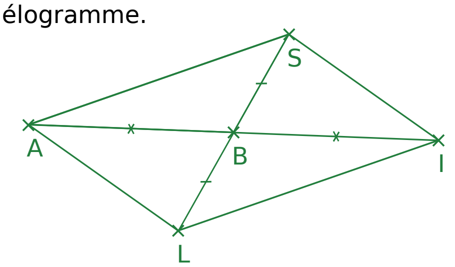
a. Dessine-le à main levée. Code les longueurs et les angles égaux.



b. Écris les égalités de longueurs et les égalités d'angles.

IJ = KL ; IL = JK ; $\widehat{JIL} = \widehat{JKL}$; $\widehat{IJK} = \widehat{ILK}$

24 Démontre que le quadrilatère LISA est un parallélogramme.



I est le symétrique de A par rapport à B, donc par définition de la symétrie centrale, B est le milieu de [AI].

De la même façon, on montre que B est le milieu de [SL].

Le quadrilatère LISA a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, donc LISA est un parallélogramme.

45 ***Propriétés du rectangle***

a. Recopie et complète en justifiant.

Le quadrilatère VERT a trois angles droits. C'est donc un rectangle. Or les diagonales d'un rectangle se coupent en leur milieu.
Donc OV = OR, ainsi OV = 4,2 cm

Les diagonales d'un rectangle sont de même longueur.
Donc
ET = VR = 2 × 4,2 cm
ET = 8,4 cm

Comme VERT est un rectangle, $\widehat{TVE} = 90$
$\widehat{RVT} = 90 - \widehat{RVE}$
$\widehat{RVT} = 90 - 35 = 55°$.
$\widehat{RVT} = 55°$

Les diagonales du rectangle VERT ayant la même longueur et se coupant en leur milieu, le triangle OVE est donc isocèle en O. Les angles à la base sont donc de même mesure.
$\widehat{OEV} = 35°$

b. Cite tous les triangles isocèles de la figure.

OVE, OER, ORT et OTV sont les triangles isocèles de la figure.

c. Cite tous les triangles rectangles de la figure.

TVE, VER, ERT et VTR sont les triangles rectangles de la figure.

54 Sur la figure ci-dessous, les droites de même couleur sont parallèles. Prouve que le quadrilatère DEFG est un rectangle.

(DE) // (GF) et (DG) // (EF). Or, si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux, c'est un parallélogramme. Donc, DEFG est un parallélogramme.

(AH) // (DG) et (GF) ⊥ (AH). Or, si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre. Donc (GF) ⊥ (DG).

DEFG est un parallélogramme et (GF) ⊥ (DG). Or, si un parallélogramme a un angle droit, c'est un rectangle. Donc DEFG est un rectangle.

G5

12 ***Description des solides***

a. Décris les solides ci-dessus : nature du solide, nature des bases, nombre de faces et hauteur.

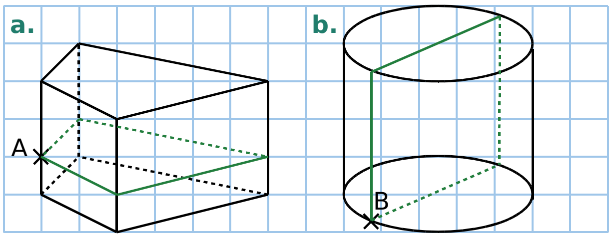
JKLMNO est un prisme droit à base triangulaire de hauteur [LM]. Il a 5 faces, 6 sommets et 9 arêtes.

L'autre solide est un cylindre de révolution de hauteur [DF] et de bases des disques de rayon [OD].

b. Pour le solide JKLMNO, nomme les arêtes de même longueur.

JN = KO = LM ; JL = NM ; KL = OM ; KJ = ON

26 Reproduis ces solides dans un quadrillage.



30 ***Appliquer les formules***

a. V = 7,4 × 10 = 74 cm³

b. V = 90 mm² × 11 = 990 mm³

D1

15

Nombre de bouteilles	6	1	4	19
Prix (en €)	4,2	0,7	2,8	13,3

17
Il y a 1,2 ÷ 3 = 0,4 kg de chaque ingrédient.

Carottes : 0,4 × 0,35 = 0,14 €.

Tomates à 2,60 ÷ 2 = 1,30 € le kilogramme, soit 0,4 × 1,3 = 0,52 €.

Pommes de terre : 1 kg coute 0,4 € (2 ÷ 5 = 0,4), donc 0,4 kg coute 0,4 × 0,4 = 0,16 €.

Au total : 0,14 + 0,52 + 0,16 = 0,82 €.

34

1^re^ méthode : $\frac{171}{360} = 0,475 = \frac{47,5}{100}$

Il y a donc 47,5% de garçons dans le collège.

Sur 100% d'élèves, il y a 47,5% de garçons.
Donc 100% – 47,5% = 52,5% de filles.

2^e^ méthode :
Il y a 360 élèves et 171 garçons. Donc :

360 – 171 = 189 filles et $\frac{189}{360} = 0,525$ ou $\frac{52,5}{100}$

Il y a donc 52,5% de filles dans le collège.

48
a. 97 km = 9 700 000 cm

$\frac{1}{100000} \times 9\,700\,000$ cm = 97 cm

b. 40 km = 4 000 000 cm

$\frac{1}{100000} \times 4\,000\,000$ cm = 40 cm

c. Pour trouver la distance réelle, on multiplie la distance sur la carte par 100 000.

1,1 cm × 100 000 = 110 000 cm = 1,1 km

D2

16

Âge	9 ans	10 ans	11 ans	12 ans	Total
Effectif	2	10	12	3	27
Fréquence	0,074	0,370	0,444	0,111	1
En %	7,4	37,0	44,4	11,1	100

24 Calcule la moyenne des séries de notes.

a. 15 20 5 10
(15 + 20 + 5 + 10) : 4 = 50 : 4 = 12,5

b. 8 17 19 4 16
(8 + 17 + 19 + 4 + 16) : 5 = 64 : 5 = 12,8

34 On classe les valeurs dans l'ordre croissant : 5 ; 7 ; 8 ; 10 ; 14 ; 15 ; 19 ; 23.

Il y a 8 valeurs, la médiane est donc la moyenne des 4^e^ et 5^e^ valeurs.

La médiane de cette série est donc : 12.

D3

7 ***Lancers de pièces***

a. Les 2 issues sont : « PILE » (P) et « FACE » (F)

b. Les 4 issues sont : P – P ; P – F ; F – P et F – F

12 On choisit au hasard une lettre de l'alphabet.

a. Il y a 26 lettres dans l'alphabet, donc 26 issues.

b. La probabilité est de $\frac{1}{26}$.

Il y a 20 consonnes, donc la probabilité est :
$\frac{20}{26} = \frac{10}{13}$

Il y a 6 voyelles, donc la probabilité est :
$\frac{6}{26} = \frac{3}{13}$

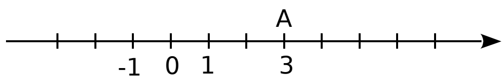
c. Le mot CHANCE contient 5 lettres différentes, donc la probabilité est de $\frac{5}{26}$.

d. Le mot BARAKA contient 4 lettres différentes, donc la probabilité est de : $\frac{4}{26} = \frac{2}{13}$.

A

Abscisse (sur un axe)

Sur une droite graduée d'origine O, tout point A peut être repéré par un nombre relatif appelé son abscisse.



Ici, l'abscisse du point A est 3. On note A(3).

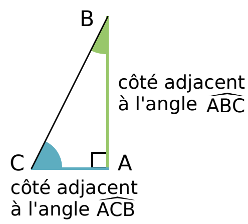
Abscisse (dans un repère)

L'abscisse d'un point dans un repère est la première coordonnée de ce point.

L'abscisse du point A(3 ; − 2) est 3.

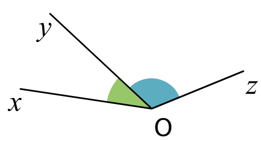
Adjacent (côté)

Dans un triangle rectangle, le côté adjacent à un angle aigu est le côté de cet angle qui n'est pas l'hypoténuse.



Adjacents (angles)

Deux angles adjacents sont deux angles qui ont leur sommet en commun, un côté commun et qui sont situés de part et d'autre de ce côté commun.



Affine (fonction)

Une fonction affine est une fonction qui, à un nombre x, associe le nombre $ax + b$ (a et b sont des nombres fixés).

Aire

L'aire d'une figure est la mesure de la surface occupée par cette figure, dans une unité donnée.

Altitude

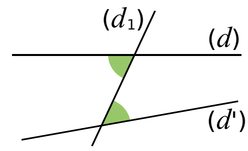
Pour un point repéré dans l'espace, l'altitude est la troisième coordonnée, encore appelée cote.

Algorithme

Un algorithme est une séquence finie d'instructions permettant de résoudre un problème donné.

Alternes-internes (angles)

Les angles verts sont alternes-internes.
Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d_1).

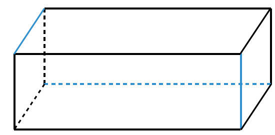


Antécédent

Si le nombre 2 a pour **image** 3 par la fonction f, alors on dit que 3 est un antécédent de 2 par f.

Arête

Pour un solide à faces planes, une arête est un des côtés d'une face de ce solide.

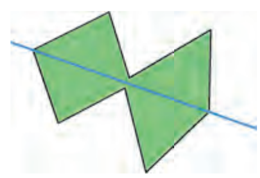


Arrondi

L'arrondi d'un nombre est la valeur approchée la plus proche de ce nombre à une précision donnée.

Axe de symétrie d'une figure

Un axe de symétrie d'une figure est une droite qui partage la figure en deux parties superposables par pliage le long de cette droite.



B

Bissectrice

La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure.

C'est l'axe de symétrie de l'angle.

C

Caractère quantitatif

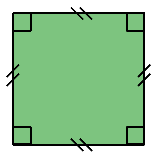
Un caractère est quantitatif lorsqu'on peut le mesurer et exprimer ses valeurs sous forme de nombres. Par exemple : une taille, une durée, une température.

Caractère qualitatif

Un caractère est qualitatif lorsqu'on ne peut pas le mesurer. Par exemple : la couleur des yeux, le film préféré, le département d'origine.

Carré (figure)

Un carré est un quadrilatère avec quatre côtés de même longueur et quatre angles droits.
C'est donc à la fois un losange et un rectangle.



Carré (d'un nombre)

Le carré d'un nombre est ce nombre multiplié par lui-même.

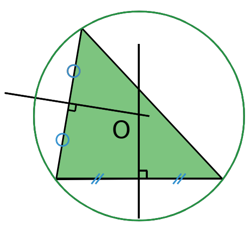
Le carré de 9 se note : $9^2 = 81$.

Cercle

Un cercle est formé de tous les points situés à la même distance d'un point donné (le **centre** du cercle). Cette distance est le **rayon** du cercle.
Le cercle de centre O et de rayon r est formé de tous les points situés à r unités du point O.

Cercle circonscrit

Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle qui passe par les trois sommets de ce triangle.
Son centre est le point de concours des médiatrices du triangle.

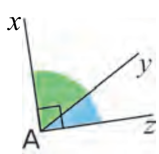


Circonférence

La circonférence d'un cercle est la longueur de ce cercle.

Complémentaires (angles)

Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme des mesures est égale à 90°.

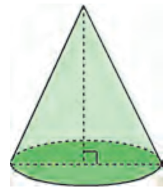


Concourantes (droites)

Des droites concourantes sont des droites qui se coupent en un même point.

Cône de révolution

Un cône de révolution est un solide qui est généré par un triangle rectangle tournant autour d'un des côtés de son angle droit.
La base du cône de révolution est un disque.

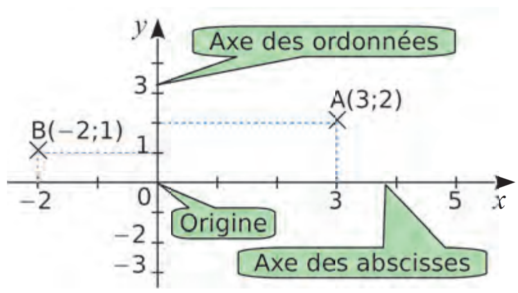


Conjecture

Émettre une conjecture, c'est résumer, dans un énoncé court et précis, une idée que l'on pense être vraie mais qui n'a pas encore été démontrée. Après démonstration, la conjecture devient propriété.

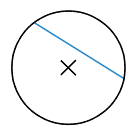
Coordonnées (d'un point)

Dans un plan muni d'un repère, tout point est repéré par un couple de nombres relatifs, appelé ses coordonnées : la première est l'abscisse et la seconde est l'ordonnée.



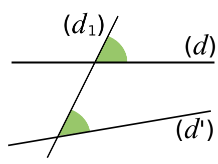
Corde

Une corde est un segment qui joint deux points d'un cercle.



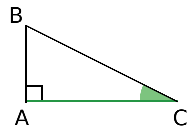
Correspondants (angles)

Les angles verts sont correspondants.
Ils sont déterminés par les droites (d), (d') et la sécante (d_1).



Cosinus (d'un angle aigu)

Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est le quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse.



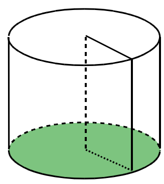
$$\text{cosinus } \widehat{ACB} = \frac{\text{côté adjacent à l'angle } \widehat{ACB}}{\text{hypoténuse}} = \frac{CA}{CB}$$

Croissant (ordre)

Ranger des nombres dans l'ordre croissant signifie les ranger du plus petit au plus grand.

Cylindre (de révolution)

Un cylindre de révolution est un solide engendré par la rotation d'un rectangle autour d'un de ses côtés. Ses bases sont deux disques identiques.



D

Décroissant (ordre)

Ranger des nombres dans l'ordre décroissant signifie les ranger du plus grand au plus petit.

Dénominateur

Dans une écriture fractionnaire, le dénominateur est le nombre situé en-dessous du trait de fraction.

Par exemple, 5 est le dénominateur de $\frac{4}{5}$.

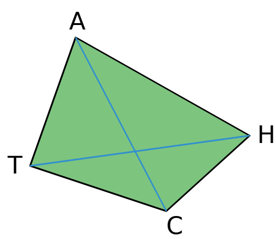
Développer

Développer une expression, c'est transformer un produit en une somme algébrique.

Diagonale

Une diagonale est un segment qui joint deux sommets non consécutifs d'un polygone.

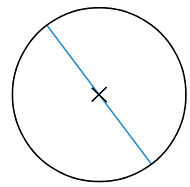
[AC] et [TH] sont les diagonales du polygone CHAT.



Diamètre

Un diamètre d'un cercle est une corde qui passe par le centre de ce cercle.

Le diamètre d'un cercle est la longueur des cordes qui passent par le centre de ce cercle.



Différence

Une différence est le résultat d'une soustraction.

Distance à zéro

La distance à zéro d'un nombre relatif est la distance entre ce nombre et zéro, sur une droite graduée.

La distance à zéro de -3 et $+3$ est 3.

Dividende (dans une division)

Dans une division euclidienne, le dividende est le nombre qu'on divise.

Diviseur (dans une division)

Dans une division euclidienne, le diviseur est le nombre par lequel on divise.

Diviseur (d'un nombre)

Soient a et b deux nombres entiers non nuls.
On dit que b est un diviseur de a si le reste de la division euclidienne de a par b est nul.

Divisible

On dit que a est divisible par b si b est un diviseur de a.

Division euclidienne

Effectuer la division euclidienne de deux nombres entiers, c'est trouver deux nombres entiers (le quotient et le reste) tels que :

- dividende $=$ diviseur $\times$ quotient $+$ reste ;
- reste $<$ diviseur.

E

Échelle

Une représentation est dite « à l'échelle » lorsque les dimensions sur le plan sont proportionnelles aux dimensions réelles. L'échelle est le coefficient de proportionnalité, c'est-à-dire le quotient : $\dfrac{\text{dimensions sur le plan}}{\text{dimensions réelles}}$.

(Les dimensions sont dans la même unité.)

Effectif

L'effectif d'une valeur est le nombre de données d'une série qui ont cette valeur.

Équilatéral (triangle)

Un triangle équilatéral est un triangle dont les trois côtés ont la même mesure.

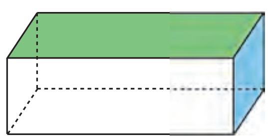
Étendue

L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur prises par le caractère de la série.

F

Face

Une face d'un solide est l'un des polygones qui délimitent ce solide.



Facteur

Les facteurs sont les nombres multipliés dans un produit.

Dans le produit 4×5, les facteurs sont 4 et 5.

Factoriser

Factoriser une expression, c'est transformer une somme algébrique en un produit.

Fréquence

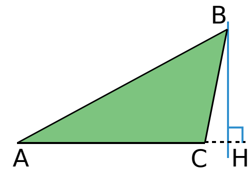
La fréquence d'une valeur d'un caractère est le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total.

$$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total de la série}}$$

H

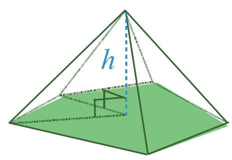
Hauteur d'un triangle

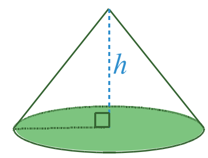
Dans un triangle, une hauteur est une droite qui passe par un sommet du triangle et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.



Hauteur (d'une pyramide, d'un cône)

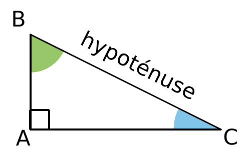
La hauteur d'une pyramide ou d'un cône est le segment issu de son sommet et perpendiculaire au plan de la base.





Hypoténuse

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit. C'est aussi le plus grand côté.



I

Image

L'image d'un nombre par une fonction est le nombre résultat de la transformation par cette fonction.

Inférieur

On dit que a est inférieur à b (on note $a < b$) lorsque a est plus petit que b.

Inverse

L'inverse d'un nombre relatif a $(a \neq 0)$ est le nombre qui, multiplié par a, donne 1.

On le note a^{-1}, c'est-à-dire $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$.

Isocèle (triangle)

Un triangle isocèle est un triangle dont deux côtés ont la même mesure.

Isométriques (triangles)

Deux triangles sont isométriques si leurs côtés ont la même longueur deux à deux.

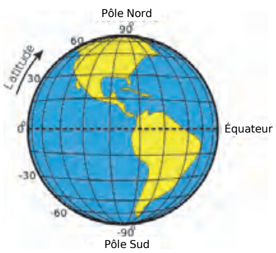
Irréductible (fraction)

Une fraction irréductible est une fraction que l'on ne peut plus simplifier.

L

Latitude

La latitude d'un point sur la Terre correspond à la distance angulaire, exprimée en degrés, qui sépare ce point de l'équateur. Les latitudes se comptent de $-90°$ à $+90°$ et la latitude de l'équateur est $0°$.

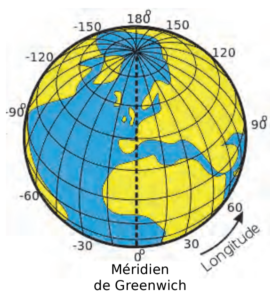


Linéaire (fonction)

Une fonction linéaire est une fonction qui, à un nombre x, associe le nombre ax (a est un nombre fixé).

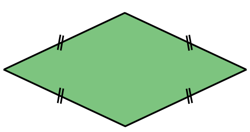
Longitude

La longitude d'un point sur la Terre correspond à l'angle formé par le méridien de ce point avec le méridien de Greenwich, exprimé en degrés. Les longitudes se comptent de $0°$ à $180°$ vers l'ouest et de $0°$ à $-180°$ vers l'est.



Losange

Un losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.



M

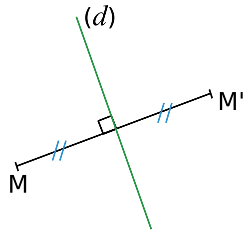
Médiane (d'une série statistique)

La médiane d'une série statistique ordonnée est une valeur qui partage la série en deux groupes de même effectif.

Médiatrice

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

C'est un axe de symétrie de ce segment.



Moyenne

Pour calculer la moyenne d'une série statistique :

- on additionne toutes les valeurs du caractère de la série ;
- on divise la somme obtenue par le nombre de valeurs de la série.

Multiple

Soient a et b deux nombres entiers non nuls.
On dit que b est un multiple de a si b peut s'écrire $k \times a$, où k est un nombre entier.

N

Numérateur

Dans une écriture fractionnaire, le numérateur est le nombre situé au-dessus du trait de fraction.

Par exemple, 4 est le numérateur de $\frac{4}{5}$.

O

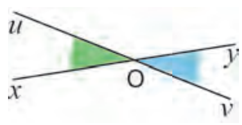
Opposé (d'un nombre)

L'opposé d'un nombre relatif est le nombre qui a la même distance à zéro que ce nombre, et qui est de signe contraire.

La somme d'un nombre et de son opposé est égale à 0.

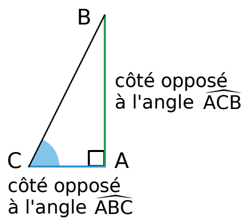
Opposés par le sommet (angles)

Deux angles opposés par le sommet sont deux angles qui ont un sommet commun et dont les côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.



Opposé (côté)

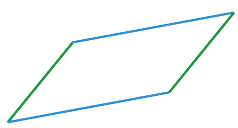
Dans un triangle rectangle, le côté opposé à un angle aigu est le côté qui n'est pas un côté de cet angle.



P

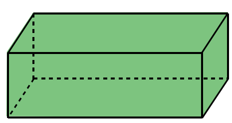
Parallélogramme

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux.



Parallélépipède rectangle

Un parallélépipède rectangle est un solide dont les faces sont toutes des rectangles.



Patron

Le patron d'un solide est une disposition à plat des faces du solide. Une fois découpé et plié, il permet de construire le solide.

Pavé droit

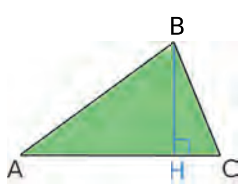
Un pavé droit est un parallélépipède rectangle.

Périmètre

Le périmètre d'une figure plane est la longueur du contour de cette figure.

Pied (de la hauteur)

Dans un triangle, on appelle pied de la hauteur relative à un côté, le point d'intersection de cette hauteur avec ce côté.



Polygone

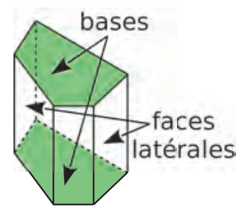
Un polygone est une figure fermée à plusieurs côtés.

Premier (nombre)

Un nombre premier est un nombre entier qui n'a que deux diviseurs distincts (1 et lui-même).

Prisme droit

Un prisme droit est un solide ayant deux faces polygonales parallèles et superposables (les bases), et des faces rectangulaires (les faces latérales).



Produit

Un produit est le résultat d'une multiplication.

Programme

Un programme est un langage compris et interprété par l'ordinateur, permettant l'exécution d'un algorithme donné.

Q

Quadrilatère

Un quadrilatère est un polygone qui a quatre côtés.

Quotient (dans une division)

Dans une division euclidienne, le quotient est le résultat de l'opération.

Quotient

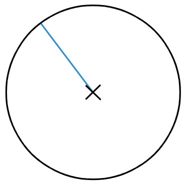
Le quotient d'un nombre a par un nombre b non nul est le nombre qu'il faut multiplier par b pour obtenir a. On le note : $a \div b$ ou $\frac{a}{b}$.

R

Rayon

Un rayon d'un cercle est un segment qui joint le centre et un point du cercle.

Le rayon d'un cercle est la distance entre le centre et un point du cercle.



Rectangle

Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.

Rectangle (triangle)

Un triangle rectangle est un triangle qui possède un angle droit.

Repère

Un repère est un système d'axes permettant de repérer des points. Les axes du repère se coupent en un point appelé l'origine du repère.

S

Scientifique (écriture ou notation)

L'écriture scientifique d'un nombre décimal est de la forme $a \times 10^n$ où la distance à zéro de a est un nombre décimal compris entre 1 et 10 (10 exclu) et n un nombre entier relatif.

Section

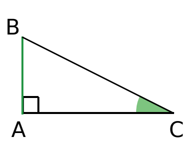
Une section est la figure géométrique obtenue lorsqu'on coupe un solide par un plan.

Semblables (triangles)

Deux triangles sont semblables si les longueurs de leurs côtés sont proportionnelles.

Sinus

Dans un triangle rectangle, le sinus d'un angle aigu est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur de l'hypoténuse.



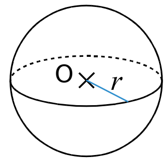
$$\text{sinus } \widehat{ACB} = \frac{\text{côté opposé à l'angle } \widehat{ACB}}{\text{hypoténuse}} = \frac{BA}{BC}$$

Somme

Une somme est le résultat d'une addition.

Sphère

La sphère de centre O et de rayon r est formée de tous les points de l'espace situés à r cm du point O.

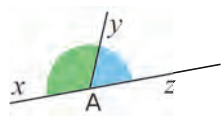


Supérieur

On dit que a est supérieur à b (on note $a > b$) lorsque a est plus grand que b.

Supplémentaires (angles)

Deux angles sont supplémentaires si la somme de leurs mesures est égale à 180°.



T

Tangente

Dans un triangle rectangle, la tangente d'un angle aigu est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur du côté adjacent à cet angle.

$$\text{tangente } \widehat{ACB} = \frac{\text{côté opposé à l'angle } \widehat{ACB}}{\text{côté adjacent à l'angle } \widehat{ACB}}$$

Terme

Dans une addition ou une soustraction, les termes sont les nombres ajoutés ou retranchés.
Dans l'addition $4 + 5$, les termes sont 4 et 5.
Dans la soustraction $12 - 7$, les termes sont 12 et 7.

Trapèze

Un trapèze est un quadrilatère qui a deux côtés opposés parallèles.

V

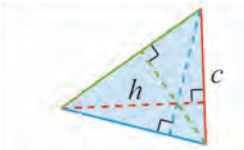
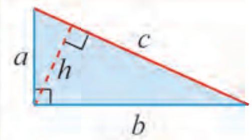
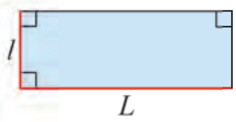
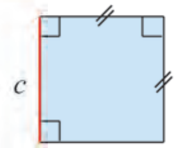
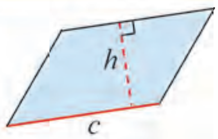
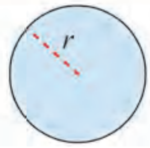
Volume d'un solide

Le volume d'un solide est la mesure de l'espace occupé par ce solide, dans une unité donnée.

Formulaire

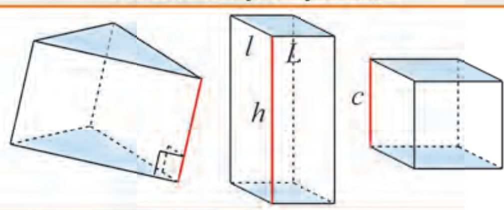
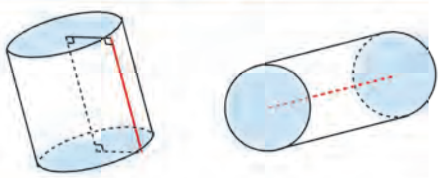
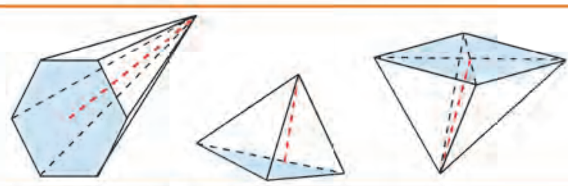
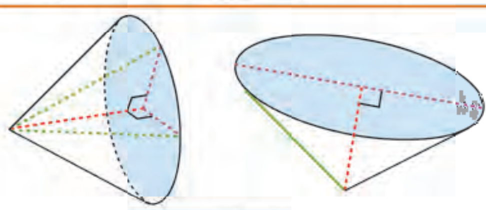
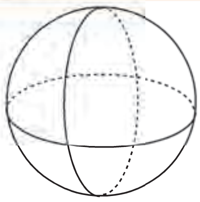
Périmètres $\mathscr{P}$ et aires $\mathscr{A}$

Exemples de conversion : 25,4 cm^2 = 2 540 mm^2 ; 50π m^2 = 0,005π hm^2 (ou ha) ≈ 0,016 ha.

Triangle		$\mathscr{A} = \dfrac{c \times h}{2}$	**Triangle rectangle**		$\mathscr{A} = \dfrac{a \times b}{2} = \dfrac{c \times h}{2}$
Rectangle		$\mathscr{A} = L \times l$ $\mathscr{P} = 2L + 2l$ ou $\mathscr{P} = 2(L + l)$	**Carré**		$\mathscr{A} = c \times c = c^2$ $\mathscr{P} = 4 \times c = 4c$
Parallélo-gramme		$\mathscr{A} = c \times h$	**Disque**		$\mathscr{A} = \pi \times r \times r = \pi r^2$ $\mathscr{P} = 2 \times \pi \times r = 2\pi r$ ou $\mathscr{P} = \pi \times$ diamètre

Volumes $\mathscr{V}$ et aires latérales $\mathscr{A}_L$

Exemples de conversion : 1 dm^3 = 1 L ; 1 L = 1 000 mL ; 2 534 cm^3 = 2,534 dm^3 ou L.

	Solide en perspective	Formules
Prisme droit		$\mathscr{V}$ = Aire base $\times h$ $\mathscr{V}_{\text{cube}} = c \times c \times c = c^3$ $\mathscr{V}_{\text{pavé droit}} = L \times l \times h$ $\mathscr{A}_L$ = Périmètre base $\times h$
Cylindre de révolution		$\mathscr{V}$ = Aire base $\times h$ $\mathscr{V} = \pi r^2 \times h$ $\mathscr{A}_L$ = Périmètre base $\times h$ $\mathscr{A}_L = 2\pi r \times h$
Pyramide		$\mathscr{V} = \dfrac{\text{Aire base} \times h}{3}$
Cône de révolution		$\mathscr{V} = \dfrac{\text{Aire base} \times h}{3}$ $\mathscr{V} = \dfrac{\pi r^2 \times h}{3}$
Boule		$\mathscr{V} = \dfrac{4}{3}\pi r^3$ $\mathscr{A} = 4\pi r^2$

Crédits iconographiques : pp.6-14-26 : Texas Instruments Incorporated / p.13-51-81-128 : ©julientromeur/fotolia.com / pp.10 à 12-14-15-18-21-22-24-27-30-31-33-39-44-46-54-55-57-58-60-66-71-73-75 à 77-92-119-123-152-154-155-158-159-161 à 165-167-168-170-171-174-176-178-179-182-184 à 187-200-202 : Pixabay.com / pp.16-31-40-42-43-46-47-62-110-126-144-166-180-200 : Wikimedia Commons / p.170 : ©adogslifephoto/fotolia.com

Imprimé en Italie par ROTOLITO LOMBARDA
Dépôt légal : avril 2016 - ISBN : 978-2-36246-146-0
Génération 5 - 82 rue du Bon Pasteur, 73000 Chambéry
www.generation5.fr