Collection iParcours

Maths 4e

Katia Hache
Professeure certifiée de mathématiques

Sébastien Hache
Professeur certifié de mathématiques

Nom ....

Prénom ....

Classe ....

Année scolaire ....

QR codes et liens courts au début de chaque chapitre :

g5.re/18e g5.re/j6k g5.re/qpr

Retrouvez **gratuitement sur Internet** l'intégralité du cahier, mais aussi des activités de découverte (), des vidéos de cours (), des évaluations (), des exercices interactifs, etc.

Enseignant(e)s :
Connectez-vous à votre espace (inscription gratuite : iparcours.fr) pour accéder aux contenus réservés (corrigés et propositions d'évaluations).

Une version locale enrichie *est disponible sur clé USB, en téléchargement ou par abonnement.*

iParcours MATHS 4e

N1 Opérations sur les nombres relatifs

g5.re/18e

g5.re/j6k

g5.re/qpr

1 Addition et soustraction

A Addition de nombres relatifs

Propriétés

- La **somme de deux nombres relatifs de même signe** est un nombre relatif qui a pour signe le signe commun aux deux nombres, et pour distance à zéro la somme des distances à zéro.
- La **somme de deux nombres relatifs de signes contraires** est un nombre relatif qui a pour signe le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro, et pour distance à zéro la différence des distances à zéro.

Exemple 1 :

A = (– 2) + (– 3) ⟶ On veut additionner deux nombres relatifs de même signe.

A = – (2 + 3) ⟶ On additionne leur distance à zéro et on garde le signe commun : –.

A = – 5 ⟶ On calcule.

Exemple 2 :

B = (– 5) + (+ 7) ⟶ On veut additionner deux nombres relatifs de signes contraires.

B = + (7 – 5) ⟶ On soustrait leur distance à zéro et on écrit le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro : + 7.

B = + 2 ⟶ On calcule.

B Soustraction de deux nombres relatifs

Définition L'**opposé d'un nombre relatif** est le nombre de signe contraire qui a la même distance à zéro.

Exemple 1 : Les opposés des nombres relatifs : – 2 531 ; 0 ; 1 245 ; – 0,03 et + 0,003 sont + 2 531 ; 0 ; – 1 245 ; + 0,03 et – 0,003.

Propriété **Soustraire un nombre relatif** revient à ajouter **son opposé**.

Exemple 2 :

C = (– 2) – (– 3) ⟶ On veut soustraire le nombre – 3.

C = (– 2) + (+ 3) ⟶ On additionne l'opposé de – 3 qui est + 3.

C = + (3 – 2) ⟶ On ajoute deux nombres de signes contraires, donc on soustrait leur distance à zéro, et on prend le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro : + 3.

C = + 1 ⟶ On calcule.

C Enchainement de calculs

Exemple 1 :

D = (+ 4) + (– 5) – (– 8)
D = (+ 4) + (– 5) + (+ 8) ⟶ On transforme la soustraction en addition de l'opposé.
D = (– 1) + (+ 8) ⟶ On effectue les calculs de gauche à droite.
D = + 7 ⟶ On termine le calcul.

Exemple 2 :

E = (+ 4) + (– 11) – (+ 3)
E = (+ 4) + (– 11) + (– 3) ⟶ On transforme la soustraction en addition de l'opposé.
E = + 4 – 11 – 3 ⟶ On supprime les signes d'addition et les parenthèses autour des nombres.
E = – 10 ⟶ On termine le calcul.

2 Multiplication de nombres relatifs

A Multiplication de deux nombres relatifs

Propriété Le produit de deux nombres relatifs est un nombre relatif qui a pour distance à zéro le produit des distances à zéro des deux nombres, et :

- un signe **positif** si les deux nombres relatifs sont de **même signe** ;
- un signe **négatif** si les deux nombres relatifs sont de **signes contraires**.

Exemple 1 :

F = (– 4) × (– 2,5) ⟶ On veut multiplier deux nombres relatifs de même signe.
F = 4 × 2,5 ⟶ Le résultat est positif car c'est le produit de deux nombres relatifs de même signe (négatifs).
F = 10 ⟶ On calcule.

Exemple 2 :

G = 0,2 × (– 14) ⟶ On veut multiplier deux nombres relatifs de signes contraires.
G = – (0,2 × 14) ⟶ Le résultat est négatif car c'est le produit de deux nombres relatifs de signes contraires (un nombre positif par un nombre négatif).
G = – 2,8 ⟶ On calcule.

Propriété Multiplier un nombre relatif par – 1 revient à prendre **son opposé**.

Remarque : Cela signifie que, pour tout nombre relatif a : $-1 \times a = -a$.

B Multiplication de plusieurs nombres relatifs

Propriété Le produit de plusieurs nombres relatifs est :

- **positif** s'il comporte un nombre **pair** de **facteurs négatifs** ;
- **négatif** s'il comporte un nombre **impair** de **facteurs négatifs**.

Exemple 1 :

▶ Le produit H = – 6 × 7 × (– 8) × (– 9) comporte trois facteurs négatifs, donc H est négatif.

Exemple 2 :

J = 2 × (– 4) × (– 5) × (– 2,5) × (– 0,8) ⟶ On détermine d'abord le signe de ce produit.
J = 2 × 4 × 5 × 2,5 × 0,8 ⟶ Le produit comporte 4 facteurs négatifs. Or 4 est pair, donc J est positif.
J = (2 × 5) × (4 × 2,5) × 0,8 ⟶ On associe les facteurs de manière astucieuse.
J = 10 × 10 × 0,8 = 80 ⟶ On calcule.

3 Nombres relatifs inverses

Propriété Deux nombres relatifs sont inverses si leur produit est égal à 1.

Exemples :

- Les nombres 0,2 et 5 sont des nombres inverses car $0{,}2 \times 5 = 1$.
- De même que les nombres – 4 et – 0,25 car $(-4) \times (-0{,}25) = 1$.

4 Division de deux nombres relatifs

Propriété Le quotient de deux nombres relatifs est un nombre relatif qui a pour distance à zéro le quotient des distances à zéro des deux nombres, et :

- un signe **positif** si les deux nombres relatifs sont de **même signe** ;
- un signe **négatif** si les deux nombres relatifs sont de **signes contraires**.

Exemple 1 :

$K = 65 \div (-5)$ ⟶ On détermine d'abord le signe de ce quotient.

$K = -(65 \div 5)$ ⟶ Le résultat est négatif car c'est le quotient de deux nombres relatifs de signes contraires (un nombre positif par un nombre négatif).

$K = -13$ ⟶ On calcule.

Exemple 2 :

$L = \dfrac{-30}{-4}$ ⟶ On détermine d'abord le signe de ce quotient.

$L = \dfrac{30}{4}$ ⟶ Le résultat est positif car c'est le quotient de deux nombres relatifs de même signe (négatifs).

$L = 7{,}5$ ⟶ On calcule.

Remarques :

- La règle des signes pour la division est la même que celle pour la multiplication.
- Le quotient de 0 par n'importe quel nombre non nul est égal à 0.

  Cela signifie que, pour tout nombre relatif non nul a, on a : $\dfrac{0}{a} = 0$.

5 Calculs avec des nombres relatifs

Propriété

Dans une suite d'opérations avec des nombres relatifs, on effectue **dans l'ordre** :

- les calculs entre parenthèses ;
- les multiplications et divisions ;
- les additions et soustractions.

Exemple :

$M = -4 - 5 \times (-2 - 6)$ ⟶ On repère le calcul prioritaire.

$M = -4 - 5 \times (-8)$ ⟶ On effectue d'abord le calcul entre parenthèses.

$M = -4 + 40$ ⟶ On effectue ensuite la multiplication.

$M = 36$ ⟶ On termine par l'addition.

Fiche 1 : additionner et soustraire des nombres relatifs (1)

1 Effectue les calculs suivants.

a. (– 10) + (– 1) = ...
b. (+ 13) + (– 6) = ...
c. (+ 5) + (+ 5) = ...
d. (– 13) + (+ 6) = ...
e. (+ 1) + (– 1) = ...
f. (+ 0,8) + (+ 3) = ...
g. (+ 1,5) + (– 4) = ...
h. (– 2) + (+ 5,5) = ...
i. (– 1) + (– 4,1) = ...
j. (– 5) + (– 0,4) = ...

2 Complète.

a. (+ 4) + (.......) = 9
b. (+ 6) + (.......) = – 9
c. (– 6) + (.......) = – 5
d. (+ 15) + (.......) = 1
e. (.......) + (+ 6) = 0
f. (.......) + (– 8) = – 8
g. (.......) + (+ 11) = 7
h. (.......) + (– 11) = 4

3 Effectue les calculs suivants.

a. (– 6) – (– 9) = ...
b. (– 3) – (– 5) = ...
c. (+ 15) – (– 15) = ...
d. (– 15) – (+ 17) = ...
e. (– 0,1) – (– 2) = ...
f. (+ 6,5) – (+ 1) = ...
g. (– 1) – (+ 9,5) = ...
h. (+ 0,3) – (– 6) = ...

4 Complète.

a. (+ 3) – (.......) = 9
b. (+ 5) – (.......) = 1
c. (– 4) – (.......) = – 11
d. (.......) – (+ 12) = 9
e. (.......) – (+ 14) = 0
f. (.......) – (– 7) = 4

5 Effectue les calculs suivants.

a. 4 – 19 = ...
b. – 18 + 13 = ...
c. – 8 – 3 = ...
d. – 11 + 11 = ...
e. – 2,5 – 2,5 = ...
f. – 0,1 + 100 = ...
g. 0,3 – 7,3 = ...
h. – 0,5 – 19,5 = ...

6 Complète.

a. 7 + ... = 12
b. – 10 + ... = – 10
c. – 4 + ... = 10
d. – 5 – .... = – 11
e. .... + 7 = 0
f. .... + 1 = – 7
g. .... – 3 = – 12
h. .... – 17 = – 1

7 Effectue les calculs suivants.

A = (– 14) + (+ 16) + (– 3)
A = ...
A = ...

B = (+ 4,5) + (– 16) + (– 3,5) + (– 3) + (+ 2,5)
B = ...
B = ...
B = ...

C = (– 7) – (+ 11) – (– 1)
C = ...
C = ...
C = ...

D = (+ 2) – (– 6) + (– 3) – (– 7) + (+ 12) – (+ 9)
D = ...
D = ...
D = ...

E = (– 2) – (– 1) – 5 + 4 + 77
E = ...
E = ...
E = ...

8 Effectue les calculs suivants.

F = (+ 2) – (– 8) + (– 6) – (+ 9)
F = ...
F = ...
F = ...

G = (– 11) – (– 4) + (– 1) – (+ 5)
G = ...
G = ...
G = ...

H = (– 13) – (– 15) – (– 20) + (+ 25)
H = ...
H = ...
H = ...

1 Relie les expressions égales.

(– 5) + (– 20)	•
3 – (5 – 2)	•
– 10 – 1	•
(– 7) – (+ 11)	•
– 5 + 12 + 3	•

•	– 3 + (– 4 – 4)
•	(+ 3) – (– 7)
•	– 7 + 7
•	– 12 – 1 – 12
•	(– 1) + (– 17)

2 Effectue les calculs suivants.

A = (– 5 + 1) + (6 – 11) + (– 3 – 17)

A = ...

A = ...

A = ...

A = ...

B = (15 – 12) – (– 1 – 8) + (5 + 7) – (– 1 – 5)

B = ...

B = ...

B = ...

B = ...

C = (– 3 + 1 – 9) – (6 – 11 + 3) + (– 5 – 11 – 10)

C =..

C = ...

C = ...

C = ...

D = (– 12 + 1 – 12) – [(– 4 – 11) – (– 1 – 1)]

D = ...

D = ...

D = ...

D = ...

D = ...

E = [(– 1 + 0,5) – (3,5 – 2)] – [(1 – 17) + (– 8 + 1)]

E = ...

E = ...

E = ...

E = ...

E = ...

3 Complète le tableau.

	x	y	z	$x - y$	$x - y + z$
a.	4,5	– 1	2		
b.	– 6	– 5	3,5		
c.	7	– 5	– 4		
d.	1,5	– 9	– 8		
e.	7	– 6	9,5		

4 Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Ajouter – 4.
- Retirer – 2,5.
- Donner l'opposé du résultat.

Applique ce programme à chacun des nombres :

a. – 2,5 **b.** 0 **c.** 1,5 **d.** – 1

a. ....

....

b. ....

....

c. ....

....

d. ....

....

5 Complète, sachant que chaque nombre est la somme des nombres se trouvant dans les deux cases juste en dessous.

		– 5,5	
– 1	6,5	3	

7 – 3	5 – 1– 9	3,1 – 2,8	– 0,1 – 1,4

Fiche 3 : multiplier des nombres relatifs (1)

1 Coche pour indiquer le signe de chaque produit.

	produit	positif	négatif
a.	(– 7) × 37		
b.	7,5 × 3		
c.	2 × (– 3,2)		
d.	(– 1) ×(– 5,3)		
e.	(– 2) × (– 0,1)		
f.	(– 0,2) × (– 7)		
g.	7,5 × (– 37)		
h.	(– 7,5) × (– 37)		
i.	(– 4) × 0		
j.	0,23 × 5		
k.	4 × (– 4)		
l.	0 × 5,54		

2 Calcule.

a. 3 × (– 4) = ...

b. (– 3) × 4 = ...

c. (– 3) × (– 4) = ...

d. (– 1) × (– 1) = ...

e. 1 × (– 1)= ....

f. (– 7) × 5 = ...

g. (– 7) × (– 5) = ...

h. 0 × (– 79) = ...

3 Calcule.

a. (– 10) × (– 10) = ...

b. 10 × 10 = ...

c. 10 × (– 10) = ...

d. (– 25) × 4 = ...

e. (– 100) × 2 = ...

f. (– 50) × (– 4) = ...

g. 237 × (– 1) = ...

h. (– 250) × (– 1) = ...

4 Complète, sachant que chaque nombre est le produit des nombres se trouvant dans les deux cases juste en dessous.

– 3	2	– 1	– 5

5 Calcule.

a. (– 0,3) × (– 8) = ...

b. (– 4) × 0,5 = ...

c. 7 × (– 0,2) = ...

d. (– 0,9) × (– 9) = ...

e. (– 60) × (– 0,4) = ...

f. 0,5 × (– 30) = ...

g. (– 8) × (– 0,1) = ...

h. 100 × (– 0,7) = ...

6 Calcule.

a. 0,1 × (– 1,2) = ...

b. (– 0,2) × 5 = ...

c. (– 2,5) × (– 4) = ...

d. 10 × (– 0,17) = ...

e. (– 1,25) × (– 8) = ...

f. (– 0,2) × 2 = ...

g. (– 5) × (– 0,07) = ...

h. (– 0,3) × (– 6) = ...

7 Complète.

a. 25 × .... = 100

b. (– 3) × .... = 27

c. 10 × .... = – 10

d. (– 10) × .... = – 10

e. (– 5) × .... = – 100

f. (– 11) × .... = 99

g. (– 8) × .... = 64

h. 12 × .... = – 144

8 Complète.

×	– 2		– 8
	2		
3			
		– 35	
– 11			
		100	– 160

9 Complète.

a. .... × (– 10) = 5

b. .... × (– 10) = – 0,1

c. .... × 70 = – 49

d. .... × 0,4 = – 0,4

e. .... × (– 1) = 0,3

f. .... × (– 2,6) = 0

g. .... × 10 = – 1

h. .... × 0,1 = – 0,01

10 Complète avec des entiers relatifs différents.

a. .... × .... = – 18

b. .... × .... = – 18

c. .... × .... = – 18

d. .... × .... = – 18

e. .... × .... = – 18

f. .... × .... = – 18

1 À l'aide de ta calculatrice, calcule...

a. 452,5 × 12,24 = ...

Déduis-en, sans autre calcul, les produits suivants.

b. (– 452,5) × 12,24 = ...

c. (– 452,5) × (– 12,24) = ...

d. 452,5 × (– 12,24) = ...

e. (– 4 525) × 122,4 = ...

f. (– 45,25) × (– 122,4) = ...

g. 45 250 × (– 1,224) = ...

h. (– 0,4 525) × (– 1 224) = ...

2 Traduis chaque phrase par une expression mathématique, puis calcule.

a. Le produit de (– 5) par 7 :

....

b. Le produit de (– 0,6) par (– 0,7) :

....

c. Le produit de (– 1) par la somme de (– 2) et 1 :

....

d. Le carré de (– 9) :

....

3 *Avec des lettres*

a. Complète le tableau suivant.

a	b	ab	$(-a)b$	$-(ab)$	$a(-b)$	$(-a)(-b)$
– 2	6					
3		– 7,5				
	– 5		– 10			
8						40

b. Que remarques-tu ? Justifie.

....

....

....

....

....

....

4 Complète le tableau.

	produit	positif	négatif
a.	(– 1) × 2 × (– 3) × (– 4) × (– 5)		
b.	(– 1) × 2 × (– 3) × 4 × (– 5) × 6		
c.	2 × (– 10) × (– 7) × (– 2)		
d.	– 4 × 2,6 × (– 3,8) × (– 4,5) × (– 1,5)		
e.	(– 3) × (– 9) × 4 × (– 1,2) × (– 2) × (– 1)		
f.	(– 5,7) × 9,3 × 4,5 × 0 × (– 2,32) × (– 1)		

5 Calcule mentalement chaque produit.

A = 3 × (– 3) × (– 3) = ...

B = (– 1) × 9 × (– 11) = ...

C = (– 2) × (– 5) × (– 10) = ...

D = (– 1) × (– 1) × (– 342) × (– 1) = ...

E = (– 2) × (– 0,5) × 28,14 = ...

F = (– 2,3) × 0 × (– 7,5) × (– 0,55) × (– 32) = ...

G = $\underbrace{(-1) \times (-1) \times \ldots \times (-1)}_{\text{99 facteurs}}$ = ...

6 Effectue chaque produit en déterminant d'abord son signe, puis en calculant mentalement sa distance à zéro, grâce à des regroupements astucieux.

H = (– 50) × (– 13) × (– 2) × (– 125) × (– 8)

H = ...

H = ...

H = ...

J = (– 4) × (– 0,125) × 2,5 × (– 4,23) × 8

J = ...

J = ...

J = ...

K = 0,001 × (– 4,5) × $(-10)^2$ × (– 0,2)

K = ...

K = ...

K = ...

Fiche 5 : multiplier des nombres relatifs (3)

1 Complète pour que les égalités soient vraies.

a. (– 5) × (– 2) × .... = – 50

b. (– 10) × .... × 3 = – 600

c. (– 25) × (– 4) × .... = 1

d. (– 0,1) × .... × 3,5 = 0,35

e. (– 2) × (– 2) × .... × (– 2) × 2 = – 64

f. (– 1) × .... × (– 2) × 3 × (– 4) = 240

g. (– 1) × 1 × .... × (– 1) × 1 = – 0,16

h. (– 0,1) × .... × (– 25) × (– 4) × (– 100) = 33

i. (– 5) × (– 9) × .... × .... = (– 45)

j. .... × .... × (– 1) × 9 = (– 8,1)

k. .... × .... × .... × .... × .... = (– 1)

2 *Couples et triplets*

a. Trouve tous les couples de nombres entiers relatifs x et y, tels que $xy = -18$.

....

....

....

b. Trouve tous les triplets de nombres entiers relatifs x, y et z, tels que $xyz = -8$.

....

....

....

....

3 On considère les nombres suivants :

(– 2,7) 0,3 3 (– 2,15) (– 13)

a. Range ces nombres dans l'ordre croissant.

....

b. Multiplie chaque nombre par (– 10).

....

c. Range ces résultats dans l'ordre croissant.

....

d. Que remarques-tu ?

....

....

4 *Petits problèmes*

a. Quel est le signe du produit de 275 nombres relatifs non nuls, dont 82 sont positifs ?

....

....

....

b. Quel est le signe d'un produit de 162 nombres relatifs non nuls, sachant qu'il y a deux fois plus de facteurs positifs que de facteurs négatifs ?

....

....

....

c. Quel est le signe de a, sachant que le produit (– 2) × (– a) × (– 7,56) est positif ?

....

....

....

5 Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par (– 5).
- Doubler le résultat obtenu.

Applique ce programme à chacun des nombres :

a. 5 **b.** 0 **c.** (– 5) **d.** (– 1,2)

a. ....

....

b. ....

....

c. ....

....

d. ....

....

e. Que remarques-tu ? Explique pourquoi.

....

....

....

....

1 Coche pour indiquer le signe de chaque quotient.

	quotient	positif	négatif
a.	(– 8) ÷ 3		
b.	(– 8) ÷ (– 4)		
c.	12 ÷ 1,5		
d.	(– 8) ÷ (– 4)		
e.	– 42 ÷ 7		
f.	9 ÷ (– 3)		
g.	$\frac{15}{4}$		
h.	$\frac{11}{-5}$		
i.	$\frac{-45}{15}$		
j.	$\frac{-9{,}2}{-3{,}5}$		
k.	$\frac{-14}{-3}$		
l.	$\frac{-2}{3}$		

2 Complète par le signe « + » ou « – ».

a. (.... 21) ÷ (– 7) = 3

b. (.... 2) ÷ (+ 4) = 0,5

c. 16 ÷ (.... 8) = – 2

d. (– 63) ÷ (.... 7) = – 9

e. 49 ÷ (.... 7) = 7

f. (– 121) ÷ (.... 11) = – 11

3 Même énoncé qu'au **2**.

a. $\frac{\text{.... } 4}{-5} = -0{,}8$

b. $\frac{\text{.... } 14}{14} = -1$

c. $\frac{-56}{\text{.... } 7} = 8$

d. $\frac{\text{.... } 96}{12} = 8$

e. $\frac{2}{\text{.... } 6} = \frac{1}{-3}$

f. $\frac{\text{.... } 148}{-148} = 1$

4 Calcule.

a. (– 27) ÷ (– 9) = ...

b. (– 24) ÷ (+ 4) = ...

c. (+ 8) ÷ (– 8) = ...

d. (– 55) ÷ (– 5) = ...

e. (+ 15) ÷ (– 10) = ...

f. (– 4) ÷ (– 8) = ...

5 Complète.

÷	– 2	5	– 10
– 50			
35			
– 80			
– 5			
1			

6 Calcule.

a. $\frac{12}{-4}$ = ...

b. $\frac{-45}{15}$ = ...

c. $\frac{-16}{-4}$ = ...

d. $\frac{0}{-4}$ = ...

e. $\frac{-36}{-9}$ = ...

f. $\frac{-6}{3}$ = ...

g. $\frac{-8}{-4}$ = ...

h. $\frac{-66}{-11}$ = ...

7 Calcule.

a. $\frac{-7{,}2}{9}$ = ...

b. $\frac{-9}{-18}$ = ...

c. $\frac{18}{-2}$ = ...

d. $\frac{-9}{2}$ = ...

e. $\frac{-14{,}6}{-2}$ = ...

f. $\frac{9{,}3}{-3}$ = ...

g. $\frac{-21{,}3}{-3}$ = ...

h. $\frac{7}{-0{,}7}$ = ...

8 Complète.

a. 24 ÷ .... = – 8

b. (– 24) ÷ .... = – 12

c. (– 18) ÷ .... = – 6

d. 25 ÷ .... = – 5

e. (– 42) ÷ .... = 6

f. (– 16) ÷ .... = 32

9 Complète.

a. .... ÷ 2,5 = – 100

b. .... ÷ 25 = – 5

c. .... ÷ 5 = 100

d. .... ÷ (– 1) = 100

e. .... ÷ (– 20) = – 80

f. .... ÷ (– 7) = 35

Fiche 7 : calculer avec des nombres relatifs

1 Indique s'il s'agit d'une somme, d'un produit ou d'un quotient, puis donne son signe.

Calcul	Somme	Produit	Quotient	Signe
$-5+(-7)$				
$-3\times(-5)$				
$4+(-8)$				
$9\div(-2)$				
$-9+12$				
-5×12				
$2{,}5\times(-1)$				
$\dfrac{-2}{-5}$				

2 Effectue les calculs suivants.

a. $12\times(-5)=$ ....

b. $-8\times(-6)=$ ....

c. $(-56)\div7=$ ....

d. $\dfrac{24}{-6}=$ ....

e. $-6-12=$ ....

f. $-5{,}5+5{,}05=$ ....

g. $(-15)\times75=$ ....

h. $-6-(-5)=$ ....

i. $(-8)\div(-5)=$ ....

j. $-\dfrac{5}{8}=$ ....

k. $35-(-42)=$ ....

l. $-5{,}5\times5{,}05=$ ....

3 Complète chaque suite logique de nombres.

a.	3	– 6	12			
b.	20	13	6			
c.	1 024	– 512	256			
d.		– 50	5	– 0,5		
e.	– 100	30	– 9			

4 Complète avec le signe opératoire adéquat.

a. (-4) .... $(-2)=8$

b. (-4) .... $(-2)=-6$

c. (-1) .... $(-1)=1$

d. (-1) .... $(-1)=-2$

e. (-6) .... $(-2)=3$

f. (-6) .... $(-2)=-4$

g. (-4) .... $2=-6$

h. (-4) .... $2=-2$

5 Calcule sans poser les opérations.

a. $7\times(-6)=$ ....

b. $-15+(-8)=$ ....

c. $-72\div8=$ ....

d. $5-9=$ ....

e. $5\times(-7)=$ ....

f. $18+(-27)=$ ....

g. $\dfrac{-24}{8}=$ ....

h. $17+(-9)=$ ....

i. $(-5)\times(-2)=$ ....

j. $-36\div(-6)=$ ....

k. $8\times(-7)=$ ....

l. $-2{,}5-(-2{,}6)=$ ....

m. $(-4)+13=$ ....

n. $\dfrac{-3{,}6}{-9}=$ ....

6 Effectue en soulignant les étapes du calcul.

$A=15+5\times(-8)$

A = ...

A = ...

$B=(-8)\div4-5$

B = ...

B = ...

$C=19-12\div(-4)$

C = ...

C = ...

$D=-10+10\times(-4)$

D = ...

D = ...

$E=\dfrac{-9\times4}{6\times(-2)}$

E = ...

E = ...

$F=\dfrac{-3-6\times(-3)}{2\times(-3)}$

F = ...

F = ...

F = ...

$G=(15+5)\times(-8)$

G = ...

G = ...

$H=(-8)\div(4-5)$

H = ...

H = ...

$I=8\times(-2)-9\div(-3)$

I = ...

I = ...

I = ...

$J=(-10+10)\times(-4)$

J = ...

J = ...

$K=(19-12)\div(-4)$

K = ...

K = ...

$L=\dfrac{9+5\times(-3)}{(-2)\times(-3)}$

L = ...

L = ...

L = ...

1 Voici un relevé des températures T minimales, en degrés Celsius, dans une base du Pôle Nord une semaine de janvier.

Jour	Lu	Ma	Me	Je	Ve	Sa	Di
T	– 23	– 31	– 28	– 25	– 19	– 22	– 20

a. Calcule la température minimale moyenne de cette semaine (somme des températures divisée par le nombre de jours).

b. Cette moyenne est deux fois plus petite que celle d'une semaine du mois de mai. Quelle est donc la température minimale moyenne d'une semaine du mois de mai ?

2 *Questionnaire à choix multiples*

Un examen comporte un QCM de 20 questions. Une seule réponse est juste parmi celles proposées. Le barème est le suivant :

- une bonne réponse rapporte 2 points
- une réponse fausse rapporte – 1 point
- une absence de réponse rapporte 0 point

a. Quel résultat maximal peut-on obtenir ? Et quel résultat minimal ?

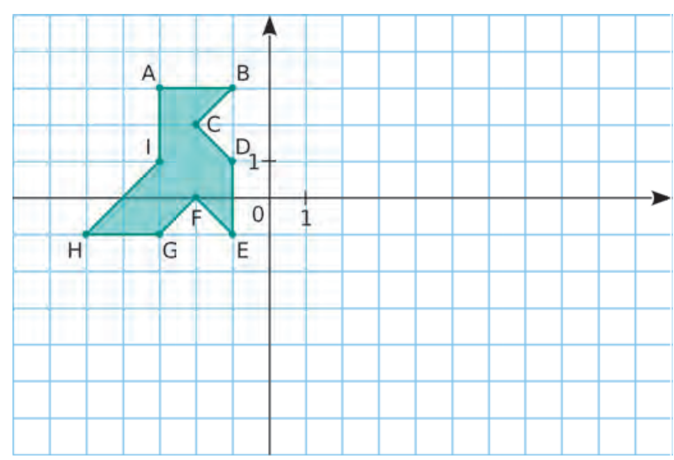
b. Complète le tableau ci-dessous.

Nombre	Lucie	Lenny	Lana
Bonnes réponses	6	6	6
Réponses fausses	14	0	7
Absences de réponse	0	14	7
Total			

c. Qui obtient le score le plus important ? Que peux-tu en déduire ?

d. Peut-on obtenir un résultat nul ? Et si oui, comment ?

3 On considère cette cocotte dans un repère.



a. Donne les coordonnées de chaque point.

b. Détermine les coordonnées des points A' à I' obtenus en multipliant les coordonnées des points A à I par – 2. Puis place ces points dans le repère.

c. Compare les deux figures.

N2 Divisibilité

g5.re/t15 g5.re/9wk g5.re/smu

1 Multiple et diviseur

Définitions Soient a et b deux nombres entiers positifs.

S'il existe un nombre entier q tel que $a = bq$ **alors**

- a est **divisible** par b ;
- b est un **diviseur** de a ;
- a est un **multiple** de b.

Exemple : Considérons l'égalité 1 357 = 23 × 59.

- 1 357 est divisible par 59 ;
  59 est un diviseur de 1 357 ;
  1 357 est un multiple de 59.
- Mais on a également :
  1 357 est divisible par 23 ;
  23 est un diviseur de 1 357 ;
  1 357 est un multiple de 23.

2 Critères de divisibilité

Règles

- Un nombre entier est **divisible par 2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre entier est **divisible par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre entier est **divisible par 10** si son chiffre des unités est 0.
- Un nombre entier est **divisible par 4** si le nombre formé par son chiffre des dizaines et son chiffre des unités (dans cet ordre) est un multiple de 4.
- Un nombre entier est **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- Un nombre entier est **divisible par 9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Exemple : On considère le nombre 23 928. Est-il divisible par 2, 5, 4, 3 et 9 ?

- Son chiffre des unités est 8, donc 23 928 est **divisible par 2**.
- Son chiffre des unités n'est ni 0 ni 5, donc 23 928 n'est **pas divisible par 5**.
- Son chiffre des unités n'est pas 0, donc 23 928 n'est **pas divisible par 10**.
- Le nombre formé par son chiffre des dizaines et son chiffre des unités est 28 qui est divisible par 4, donc 23 928 est **divisible par 4**.
- La somme de ses chiffres : 2 + 3 + 9 + 2 + 8, soit 24, est un multiple de 3. Donc 23 928 est **divisible par 3**.
- La somme de ses chiffres : 2 + 3 + 9 + 2 + 8, soit 24, n'est pas un multiple de 9. Donc 23 928 n'est **pas divisible par 9**.

3 Nombres premiers

A Définition

Définition

Un nombre entier est **premier** s'il possède exactement 2 diviseurs : 1 et lui-même.

Remarques :

- 1 ne possède qu'un seul diviseur donc ce n'est pas un nombre premier.
- 2 est le seul nombre premier pair.
- 33 n'est pas un nombre premier car il est divisible par 3 en plus de 1 et de lui-même.
- 17 est un nombre premier car ses seuls diviseurs sont 1 et 17.

B Liste des nombres premiers inférieurs à 100

Voici la liste des nombres premiers inférieurs à 100 établie à partir du crible d'Eratosthène.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Les nombres premiers inférieurs à 100 sont :
2 – 3 – 5 – 7 – 11 – 13 – 17 – 19 – 23 – 29 – 31 – 37 – 41 – 43 – 47
53 – 59 – 61 – 67 – 71 – 73 – 79 – 83 – 89 – 97

4 Décomposition en produit de facteurs premiers

Propriété Tout nombre entier se décompose de manière unique en un produit de facteurs premiers.

Exemple :

▶ $450 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5^2$ où les facteurs 2, 3 et 5 sont des facteurs premiers.

Remarque : En général, on écrit les facteurs premiers dans l'ordre croissant.

5 Simplification de fractions

Propriété Pour simplifier une fraction, il suffit :

- de décomposer le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers ;
- de simplifier par les facteurs communs au numérateur et au dénominateur.

Exemple : On veut simplifier la fraction $\frac{450}{275}$.

▶ On décompose d'abord le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs premiers :

$450 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$ et $275 = 5 \times 5 \times 11$

$$\frac{450}{275} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 11} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times \cancel{5} \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times \cancel{5} \times 11} = \frac{2 \times 3 \times 3}{11} = \frac{18}{11}$$

N2

Fiche 1 : connaitre les multiples, diviseurs et critères de divisibilité

1 Écris tous les multiples de 11 compris entre...

a. 20 et 50 : ....

b. 100 et 150 : ....

c. 500 et 560 : ....

2 Quel est le plus grand multiple...

a. de 3, inférieur à 100 ? ....

b. de 13, inférieur à 50 ? ....

c. de 6, inférieur à 200 ? ....

3 Entoure...

a. les diviseurs de 12 :

1 2 3 4 5 6 7

8 9 10 11 12

b. les diviseurs de 16 :

1 2 3 4 6 8 16

c. les diviseurs de 18 :

1 2 3 4 5 6 7

8 9 10 11 12 18

4 Écris la liste des diviseurs de...

a. 24 : ....

b. 49 : ....

c. 23 : ....

5 Réponds par Vrai ou Faux.

a. 105 est un multiple de 5. ....

b. 9 est un diviseur de 49. ....

c. 10 est divisible par 60. ....

d. 7 est un multiple de 42. ....

e. 11 est un diviseur de 121. ....

6 *Critères de divisibilité*

a. 2 221 est-il divisible par 2 ? Justifie.

....

....

b. 3 225 est-il divisible par 5 ? Justifie.

....

....

c. 553 est-il divisible par 3 ? Justifie.

....

....

....

d. 111 111 111 est-il divisible par 9 ? Justifie.

....

....

....

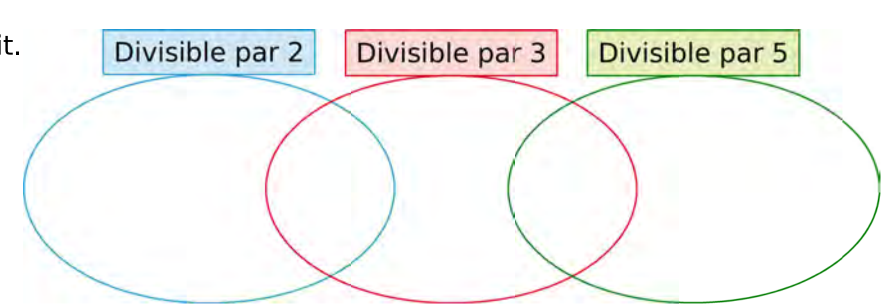
7 Mets une croix quand c'est vrai.

Le nombre ↓ est divisible par...	2	3	5	9	10
a. 2					
b. 10					
c. 13					
d. 22					
e. 51					
f. 100					
g. 105					
h. 333					
i. 505					
j. 900					
k. 11 748					

8 Place chaque nombre au bon endroit.

25 – 33 – 48 – 64 – 75 – 86

102 – 195 – 207 – 365



1 Énumère tous les nombres premiers...

a. compris entre 10 et 50 :

....

....

b. compris entre 50 et 70 :

....

2 Entoure les nombres premiers dans la liste ci-dessous. Explique pourquoi les autres ne sont pas premiers.

67	71	72	77	83	84	93	95	97

....

....

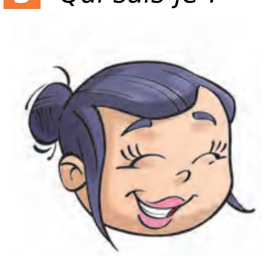
....

....

....

....

3 *Qui suis-je ?*



Je suis un nombre premier compris entre 50 et 100. Mon chiffre des dizaines s'obtient en ajoutant 1 au double de mon chiffre des unités.

Je suis ....

4 Réponds par Vrai ou Faux.

a. Le produit de deux nombres premiers est un nombre premier. ....

b. Il y a exactement deux nombres premiers compris entre 80 et 90. ....

c. La somme de deux nombres premiers différents de 2 n'est pas un nombre premier. ....

d. Le carré d'un nombre premier est un nombre premier. ....

e. Tous les nombres premiers supérieurs à 2 sont impairs. ....

f. Le nombre qui suit un nombre premier n'est pas un nombre premier. ....

g. Le plus grand nombre premier inférieur à 80 est 73. ....

h. 17 peut s'écrire comme la somme de nombres premiers différents. ....

5 Décompose chaque nombre en produit de deux facteurs premiers.

a. 51 = ...

b. 55 = ...

c. 58 = ...

d. 91 = ...

e. 106 = ...

f. 141 = ...

g. 205 = ...

h. 217 = ...

6 Décompose chaque nombre en produit de trois facteurs premiers.

a. 70 = ...

b. 354 = ...

c. 610 = ...

d. 1 065 = ...

7 Utilise les égalités suivantes pour décomposer chaque nombre proposé en produit de facteurs premiers.

a. $268 = 4 \times 67 =$ ....

b. $612 = 102 \times 6 =$ ....

c. $711 = 79 \times 9 =$ ....

d. $1\,328 = 8 \times 166 =$ ....

8 Les décompositions ci-dessous sont exactes mais ne sont pas des décompositions en produit de facteurs premiers. Corrige-les et donne le résultat.

a. $2^2 \times 13 \times 26 =$ ....

b. $3 \times 15 \times 97 =$ ....

c. $7 \times 3^2 \times 9 \times 21 =$ ....

d. $23 \times 25 \times 25 =$ ....

e. $14 \times 7^2 \times 61 =$ ....

9 Décompose chaque nombre en produit de facteurs premiers.

a. 292 = ...

b. 425 = ...

c. 473 = ...

d. 740 = ...

e. 873 = ...

f. 1 900 = ...

Fiche 3 : résoudre des problèmes relevant de la divisibilité

1 Un fleuriste doit réaliser des bouquets, tous identiques. Il dispose pour cela de 434 roses et 620 tulipes.

Quelles sont toutes les compositions de bouquets possibles ?

....

....

....

....

....

....

2 *Snack*

a. Décompose les nombres 162 et 108 en produits de facteurs premiers.

....

....

b. Détermine deux diviseurs communs aux nombres 162 et 108, plus grands que 10.

....

....

c. Un snack vend des barquettes composées de nems et de samossas.
Le cuisinier a préparé 162 nems et 108 samossas.

Dans chaque barquette :

- le nombre de nems doit être le même ;
- le nombre de samossas doit être le même.

Tous les nems et tous les samossas doivent être utilisés. Le cuisinier peut-il réaliser 36 barquettes ?

....

....

d. Quel nombre maximal de barquettes pourra-t-il réaliser ?

....

....

e. Dans ce cas, combien y aura-t-il de nems et de samossas dans chaque barquette ?

....

....

3 *Bonne pêche !*

— AUREL : *Belle pêche ! Combien de poissons et de coquillages vas-tu pouvoir vendre au marché ?*

— ANTOINE : *En tout, je vais pouvoir vendre au marché 30 poissons et 500 coquillages !*

Antoine est un pêcheur professionnel. Il veut vendre des paniers contenant des coquillages et des poissons. Il souhaite concevoir le plus grand nombre possible de paniers identiques.

Enfin, il voudrait qu'il ne lui reste aucun coquillage et aucun poisson dans son congélateur.

a. Combien de paniers au maximum Antoine pourra-t-il concevoir ? Justifie.

....

....

....

....

....

b. Quelle sera la composition de chaque panier ? Justifie.

....

....

....

4 Carole souhaite réaliser une mosaïque sur un mur de sa maison. La surface à paver est un rectangle de dimensions 126 cm et 225 cm et doit être entièrement recouverte par des carreaux de faïence carrés de même dimension sans découpe.

a. Carole peut-elle utiliser des carreaux de 3 cm de côté ? De 6 cm de côté ?

....

....

....

b. Quelle est la dimension maximale des carreaux que Carole peut poser ? Combien de carreaux utilisera-t-elle ?

....

....

....

....

N3 Fractions : comparaison et addition

g5.re/e1q g5.re/q8n g5.re/51t

1 Égalité de quotients

A Quotients égaux

Propriétés

- Un quotient de deux nombres relatifs ne change pas quand on **multiplie** le numérateur et le dénominateur par un **même nombre relatif non nul**.
- Un quotient de deux nombres relatifs ne change pas quand on **divise** son numérateur et son dénominateur par un **même nombre non nul**.
- Soient a, b et k des nombres avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$: $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$.

Exemples :

$A = \frac{-14}{21} = \frac{-2 \times 7}{3 \times 7} = \frac{-2}{3}$ $B = \frac{-45}{-35} = \frac{9 \times (-5)}{7 \times (-5)} = \frac{9}{7}$ $C = \frac{15}{-7} = \frac{15 \times (-1)}{(-7) \times (-1)} = \frac{-15}{7} = -\frac{15}{7}$

B Réduction au même dénominateur

Définition **Réduire** deux quotients au même dénominateur, c'est déterminer des quotients égaux à chacun de ces quotients, ayant le même dénominateur.

Exemple 1 : $\frac{9}{5}$ et $\frac{2}{15}$

▶ Les dénominateurs 15 et 5 sont multiples l'un de l'autre, donc le plus petit multiple commun à 5 et 15 est **15**, et on a : $\frac{9}{5} = \frac{9 \times 3}{5 \times 3} = \frac{27}{15}$ et $\frac{2}{15}$.

Exemple 2 : $\frac{2}{7}$ et $\frac{3}{8}$

▶ Les dénominateurs 7 et 8 sont premiers entre eux, donc le plus petit multiple commun est $7 \times 8 = $ **56**, et on a : $\frac{2}{7} = \frac{2 \times 8}{7 \times 8} = \frac{16}{56}$ et $\frac{3}{8} = \frac{3 \times 7}{8 \times 7} = \frac{21}{56}$.

Exemple 3 : $\frac{2}{9}$ et $\frac{5}{12}$

▶ On cherche le plus petit multiple commun non nul aux dénominateurs 9 et 12.

Multiples de 9 : 0, 9, 18, 27, **36**, 45, 54...

Multiples de 12 : 0, 12, 24, **36**, 48, 60...

Le plus petit multiple commun à 9 et 12 est **36**, et on a :
$\frac{2}{9} = \frac{2 \times 4}{9 \times 4} = \frac{8}{36}$ et $\frac{5}{12} = \frac{5 \times 3}{12 \times 3} = \frac{15}{36}$

2 Comparaison de deux fractions

A Fractions de même dénominateur

Propriété Deux fractions de **même dénominateur positif** sont rangées dans le même ordre que leur numérateur.

Exemple : On veut comparer $\frac{-9}{10}$ et $\frac{-7}{10}$. Comme $-9 < -7$, on en déduit que $\frac{-9}{10} < \frac{-7}{10}$.

B Fractions de dénominateurs différents

Propriété Pour comparer deux fractions de **numérateurs différents**, on les réduit au même dénominateur, puis on applique la propriété précédente.

Exemple 1 :

- On veut comparer les nombres $\dfrac{12}{4}$ et $\dfrac{63}{20}$.
  On réduit les deux fractions au même dénominateur.
  Comme 20 est un multiple de 4, le plus petit dénominateur commun est 20.
  $\dfrac{13}{4} = \dfrac{13 \times \mathbf{5}}{4 \times \mathbf{5}} = \dfrac{65}{20}$ et $\dfrac{63}{20}$
  Or, $65 > 63$ donc $\dfrac{65}{20} > \dfrac{63}{20}$ et $\dfrac{12}{4} > \dfrac{63}{20}$.

Exemple 2 :

- On veut comparer les nombres $\dfrac{-5}{7}$ et $\dfrac{-8}{11}$.
  On réduit les deux fractions au même dénominateur.
  Comme 7 et 11 sont premiers entre eux,
  le plus petit multiple commun à ces deux nombres est leur produit $7 \times 11 = 77$.
  $\dfrac{-5}{7} = \dfrac{-5 \times \mathbf{11}}{7 \times \mathbf{11}} = \dfrac{-55}{77}$ et $\dfrac{-8}{11} = \dfrac{-8 \times \mathbf{7}}{11 \times \mathbf{7}} = \dfrac{-56}{77}$
  Or, $-55 > -56$ donc $\dfrac{-55}{77} > \dfrac{-56}{77}$ et $\dfrac{-5}{7} > \dfrac{-8}{11}$

3 Addition et soustraction de fractions

A Fractions de même dénominateur

Propriété Pour additionner (ou soustraire) deux fractions de même dénominateur, il suffit d'additionner (ou de soustraire) les numérateurs, et on garde le dénominateur commun.

Pour tous nombres a, b et c où c est non nul : $\dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{c} = \dfrac{a+b}{c}$ et $\dfrac{a}{c} - \dfrac{b}{c} = \dfrac{a-b}{c}$

Exemples :

- $A = \dfrac{7}{\mathbf{5}} + \dfrac{6}{\mathbf{5}} = \dfrac{7+6}{\mathbf{5}} = \dfrac{13}{\mathbf{5}}$
- $B = \dfrac{19}{\mathbf{8}} - \dfrac{5}{\mathbf{8}} = \dfrac{19-5}{\mathbf{8}} = \dfrac{14}{\mathbf{8}} = \dfrac{7}{\mathbf{4}}$

B Fractions de dénominateurs différents

Propriété Pour additionner (ou soustraire) deux fractions de dénominateurs différents, on commence par les réduire au même dénominateur, puis on applique la propriété précédente.

Exemple 1 :

$C = \dfrac{7}{3} + \dfrac{6}{12}$

$C = \dfrac{7 \times \mathbf{4}}{3 \times \mathbf{4}} + \dfrac{6}{12}$

$C = \dfrac{28}{12} + \dfrac{6}{12}$

$C = \dfrac{34}{12} = \dfrac{17}{6}$

Exemple 2 :

$D = \dfrac{6}{5} - \dfrac{7}{3}$

$D = \dfrac{6 \times \mathbf{3}}{5 \times \mathbf{3}} - \dfrac{7 \times \mathbf{5}}{3 \times \mathbf{5}}$

$D = \dfrac{18}{15} - \dfrac{35}{15}$

$D = \dfrac{-17}{15}$

Exemple 3 :

$E = -1 + \dfrac{13}{30} - \dfrac{-11}{12}$

$E = \dfrac{-1 \times \mathbf{60}}{1 \times \mathbf{60}} + \dfrac{13 \times \mathbf{2}}{30 \times \mathbf{2}} + \dfrac{11 \times \mathbf{5}}{12 \times \mathbf{5}}$

$E = \dfrac{-60}{60} + \dfrac{26}{60} + \dfrac{55}{60}$

$E = \dfrac{21}{60} = \dfrac{7 \times \mathbf{3}}{20 \times \mathbf{3}} = \dfrac{7}{20}$

1 Calcule.

a. $\frac{1}{2}$ = ... **d.** $\frac{1}{4}$ = ... **g.** $\frac{1}{5}$ = ...

b. $\frac{3}{2}$ = ... **e.** $\frac{3}{4}$ = ... **h.** $\frac{4}{5}$ = ...

c. $\frac{7}{2}$ = ... **f.** $\frac{13}{4}$ = ... **i.** $\frac{12}{5}$ = ...

2 Relie chaque fraction à son écriture décimale ou à sa valeur approchée, au centième par défaut.

$\frac{7}{2}$ • $\frac{7}{3}$ • $\frac{77}{11}$ • $\frac{7}{7}$ • $\frac{7}{10}$ • $\frac{7}{6}$ • $\frac{7}{8}$ •

• 1,16 • 7 • 2,33 • 3,5 • 0,875 • 1 • 0,7

3 Avec la calculatrice, complète par = ou ≠.

a. $\frac{2}{3}$ ..... 0,66 **d.** $\frac{65}{11}$ 5,909

b. $\frac{9}{4}$ ..... 2,25 **e.** $\frac{41}{12}$ 3,416

c. $\frac{14}{5}$ ..... 2,8 **f.** $\frac{22}{16}$ 1,375

4 *Nombre décimal ou pas ?*

a. Entoure les fractions qui sont des nombres décimaux.

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{9}{10}$

b. Quelle particularité ont ces nombres entourés ?

....

....

....

....

5 *Fractions de dénominateur 7*

a. Pose la division de 1 par 7, en donnant six décimales au quotient.

1 | 7

b. Sans poursuivre la division, donne les douze décimales suivantes de ce quotient.

....

c. Donne la période de la partie décimale de chacun des quotients suivants.

Fraction	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$
Période			

Fraction	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{6}{7}$
Période			

6 Souligne la période de la partie décimale des quotients suivants.

$\frac{1}{13} \approx 0{,}076923076923076923076923076923 0$

$\frac{1}{17} \approx 0{,}05882352941176470588235294117 64$

$\frac{1}{19} \approx 0{,}052631578947368421052631578947 3$

$\frac{1}{23} \approx 0{,}04347826086956521739130434782 60$

7 Pose les divisions de 1 par 13, puis de 2 par 13, en donnant six décimales au quotient.
Puis donne la période de la partie décimale de chacun des quotients suivants.

Fraction	$\frac{1}{13}$	$\frac{2}{13}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{4}{13}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{6}{13}$
Période						

Fraction	$\frac{7}{13}$	$\frac{8}{13}$	$\frac{9}{13}$	$\frac{10}{13}$	$\frac{11}{13}$	$\frac{12}{13}$
Période						

Fiche 2 : simplifier des fractions (1)

1 Complète les pointillés.

a. $\overset{\div 2}{\frac{12}{34}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ $\div 2$	**b.** $\overset{\div 3}{\frac{6}{27}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ $\div 3$	**c.** $\overset{\div 5}{\frac{40}{55}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ $\div 5$
d. $\overset{\div 7}{\frac{28}{21}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ $\div 7$	**e.** $\overset{\div 9}{\frac{27}{63}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ $\div 9$	**f.** $\overset{\div 13}{\frac{65}{26}} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ $\div 13$

2 *Simplification de fractions*

- Simplifie les fractions par 2.

a. $\frac{18}{28} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$ **c.** $\frac{108}{38} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

b. $\frac{6}{52} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$ **d.** $\frac{118}{34} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

- Simplifie les fractions par 3.

e. $\frac{15}{12} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$ **g.** $\frac{66}{21} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

f. $\frac{9}{30} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$ **h.** $\frac{57}{69} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

- Simplifie les fractions par 5.

i. $\frac{25}{10} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$ **k.** $\frac{35}{30} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

j. $\frac{15}{75} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$ **l.** $\frac{55}{65} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

- Simplifie les fractions par 2 ; 3 ; 5 ou 9.

m. $\frac{81}{18} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$ **o.** $\frac{122}{48} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

n. $\frac{36}{123} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$ **p.** $\frac{90}{25} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

3 Simplifie en complétant les égalités.

a. $\frac{18}{42} = \frac{6 \times \dots}{6 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$ **f.** $\frac{38}{95} = \frac{19 \times \dots}{19 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$

b. $\frac{56}{77} = \frac{7 \times \dots}{7 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$ **g.** $\frac{35}{42} = \frac{7 \times \dots}{7 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$

c. $\frac{13}{52} = \frac{13 \times \dots}{13 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$ **h.** $\frac{81}{72} = \frac{9 \times \dots}{9 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$

d. $\frac{77}{99} = \frac{11 \times \dots}{11 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$ **i.** $\frac{24}{36} = \frac{12 \times \dots}{12 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$

e. $\frac{68}{51} = \frac{17 \times \dots}{17 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$ **j.** $\frac{75}{50} = \frac{25 \times \dots}{25 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$

4 Pour chaque fraction, coche le(s) nombre(s) par le(s)quel(s) elle est simplifiable.

	$\frac{8}{14}$	$\frac{35}{75}$	$\frac{23}{13}$	$\frac{30}{90}$	$\frac{36}{24}$	$\frac{70}{80}$	$\frac{180}{117}$	$\frac{52}{16}$
2								
3								
5								
9								
10								

5 Simplifie chaque fraction simplifiable de l'exercice **4**.

a. $\frac{8}{14} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

b. $\frac{35}{75} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

c. $\frac{23}{13} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

d. $\frac{30}{90} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

e. $\frac{36}{24} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

f. $\frac{70}{80} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

g. $\frac{180}{117} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

h. $\frac{52}{16} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

6 *Fractions non simplifiables*

a. Dans quel cas une fraction n'est-elle pas simplifiable ?

....

....

....

....

b. Entoure les fractions non simplifiables.

$\frac{12}{13}$ $\frac{35}{8}$ $\frac{18}{44}$ $\frac{21}{49}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{28}{35}$

$\frac{35}{39}$ $\frac{15}{16}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{55}{77}$ $\frac{45}{36}$ $\frac{25}{18}$

1 Simplifie les fractions suivantes, en utilisant les critères de divisibilité ou les tables de multiplication (précise la simplification).

a. $\frac{30}{63}$ = ……………………

b. $\frac{35}{85}$ = ……………………

c. $\frac{50}{58}$ = ……………………

d. $\frac{48}{92}$ = ……………………

e. $\frac{55}{121}$ = ……………………

2 Décompose les nombres ci-dessous en produit de deux facteurs premiers.

a. 34 = ……………

b. 58 = ……………

c. 82= ……………

d. 85 = ……………

e. 87 = ……………

f. 91 = ……………

g. 106 = ……………

h. 143 = ……………

i. 159 = ……………

j. 205 = ……………

3 Utilise les résultats de l'exercice **2** pour simplifier les fractions ci-dessous.

a. $\frac{34}{82}$ = ……………………

b. $\frac{58}{87}$ = ……………………

c. $\frac{82}{58}$ = ……………………

d. $\frac{34}{85}$ = ……………………

e. $\frac{91}{143}$ = ……………………

4 Même énoncé qu'à l'exercice **3**.

a. $\frac{205}{85}$ = ……………………

b. $\frac{159}{106}$ = ……………………

c. $\frac{87}{159}$ = ……………………

d. $\frac{106}{34}$ = ……………………

e. $\frac{205}{82}$ = ……………………

5 Utilise les décompositions en produit de facteurs premiers ci-dessous pour simplifier les fractions quand c'est possible.

$56 = 2^3 \times 7$

$1\,225 = 7^2 \times 5^2$

$1\,484 = 7 \times 2^2 \times 53$

$1\,805 = 19^2 \times 5$

$2\,385 = 5 \times 53 \times 3^2$

$8\,379 = 3^2 \times 19 \times 7^2$

a. $\frac{56}{1\,484}$ = ……………………

b. $\frac{1\,484}{2\,385}$ = ……………………

c. $\frac{8\,379}{1\,805}$ = ……………………

d. $\frac{1\,225}{56}$ = ……………………

e. $\frac{2\,385}{8\,379}$ = ……………………

f. $\frac{1\,805}{56}$ = ……………………

6 Décompose les nombres ci-dessous en produit de facteurs premiers, puis simplifie les fractions.

63 = ……………………

105 = ……………………

135 = ……………………

140 = ……………………

207 = ……………………

1 225 = ……………………

a. $\frac{140}{135}$ = ……………………

b. $\frac{135}{63}$ = ……………………

c. $\frac{105}{135}$ = ……………………

d. $\frac{1\,225}{105}$ = ……………………

e. $\frac{63}{207}$ = ……………………

f. $\frac{1\,225}{140}$ = ……………………

Fiche 4 : réduire des fractions au même dénominateur

1 Réduis chaque fraction ci-dessous au même dénominateur 36.

a. $\frac{2}{1}$ = ...

b. $\frac{4}{3}$ = ...

c. $\frac{11}{4}$ = ...

d. $\frac{1}{6}$ = ...

e. $\frac{7}{9}$ = ...

f. $\frac{5}{12}$ = ...

2 Réduis chaque fraction ci-dessous au même dénominateur 24.

a. $\frac{5}{2}$ = ...

b. $\frac{4}{3}$ = ...

c. $\frac{3}{4}$ = ...

d. $\frac{11}{6}$ = ...

e. $\frac{9}{8}$ = ...

f. $\frac{7}{12}$ = ...

3 *Dénominateurs multiples*

a. Quel est le plus petit multiple commun à...

- 5 et 15 ? ....
- 6 et 30 ? ....
- 4 et 16 ? ....
- 7 et 42 ? ....

b. Réduis au même dénominateur les fractions...

- $\frac{7}{5}$ et $\frac{19}{15}$: ....
- $\frac{5}{6}$ et $\frac{23}{30}$: ....
- $\frac{9}{4}$ et $\frac{39}{16}$: ....
- $\frac{8}{7}$ et $\frac{43}{42}$: ....

4 *Dénominateurs premiers entre eux*

a. Quel est le plus petit multiple commun à...

- 2 et 3 ? ....
- 7 et 12 ? ....
- 4 et 25 ? ....
- 9 et 11 ? ....

b. Réduis au même dénominateur les fractions...

- $\frac{3}{2}$ et $\frac{4}{3}$: ....
- $\frac{6}{7}$ et $\frac{7}{12}$: ....
- $\frac{3}{4}$ et $\frac{11}{25}$: ....
- $\frac{5}{9}$ et $\frac{6}{11}$: ....

5 *Déterminer le plus petit commun multiple*

a. Donne les 7 premiers multiples de chaque nombre.

- 8 : ....
- 10 : ....
- 12 : ....

b. Décompose chaque nombre en produit de facteurs premiers.

- 15 : ....
- 20 : ....
- 25 : ....

6 *Dénominateurs non premiers entre eux*

a. En t'aidant de la question **5a**, donne le plus petit multiple commun non nul à...

- 8 et 10 ? ....
- 10 et 12 ? ....
- 8 et 12 ? ....

b. Réduis au même dénominateur les fractions...

- $\frac{5}{8}$ et $\frac{7}{10}$:

....

....

- $\frac{9}{10}$ et $\frac{11}{12}$:

....

....

- $\frac{13}{8}$ et $\frac{17}{12}$:

....

....

7 *Dénominateurs non premiers entre eux*

a. En t'aidant de la question **5b**, donne le plus petit multiple commun non nul à...

- 15 et 20 ? ....
- 20 et 25 ? ....
- 15 et 25 ? ....

b. Réduis au même dénominateur les fractions...

- $\frac{2}{15}$ et $\frac{9}{20}$:

....

....

- $\frac{7}{20}$ et $\frac{8}{25}$:

....

....

- $\frac{4}{15}$ et $\frac{2}{25}$:

....

....

1 Compare les fractions de même dénominateur.

a. $\frac{11}{5}$ .... $\frac{4}{5}$

b. $\frac{-10}{13}$ .... $\frac{-8}{13}$

c. $\frac{3}{11}$ .... $\frac{1}{11}$

d. $\frac{-17}{15}$ .... $\frac{-12}{15}$

e. $\frac{5}{5}$ .... $\frac{1}{5}$

f. $\frac{13}{7}$ .... $\frac{7}{7}$

2 Compare les quotients ci-dessous.

a. $\frac{-6}{15}$ .... $\frac{-7}{15}$

b. $\frac{-3}{27}$ .... $\frac{1}{27}$

c. $\frac{285}{13}$ .... $\frac{29}{13}$

d. $\frac{3}{11}$ .... $\frac{5}{11}$

e. $\frac{-2}{9}$ .... $\frac{-1}{9}$

f. $\frac{18}{17}$ .... $\frac{16}{17}$

3 Range les fractions ci-dessous dans l'ordre décroissant.

a. $\frac{4}{11}$; $\frac{-7}{11}$; $\frac{8}{11}$; $\frac{-12}{11}$; $\frac{16}{11}$; $\frac{3}{11}$

....

b. $\frac{12}{25}$; $\frac{4}{25}$; $\frac{-2}{25}$; $\frac{10}{25}$; $\frac{-14}{25}$; $\frac{1}{25}$

....

4 Dans chaque cas, compare les deux fractions en les réduisant d'abord au même dénominateur.

a. $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{12}$

$\frac{3}{4} = \frac{.....}{12}$

or $\frac{...}{12}$ .... $\frac{7}{12}$

donc $\frac{3}{4}$ .... $\frac{7}{12}$

b. $\frac{29}{36}$ et $\frac{2}{3}$

....

....

....

c. $\frac{-1}{5}$ et $\frac{-6}{25}$

$\frac{-1}{5} = \frac{.....}{25}$

or $\frac{.....}{25}$ .... $\frac{-6}{25}$

donc $\frac{-1}{5}$ .... $\frac{-6}{25}$

d. $\frac{-19}{8}$ et -3

....

....

....

5 Compare chaque couple de fractions.

a. $\frac{8}{13}$ et $\frac{19}{26}$: ....

....

b. $\frac{5}{18}$ et $\frac{1}{6}$: ....

....

....

c. $\frac{-3}{4}$ et $\frac{-15}{16}$: ....

....

....

6 *Rangement de fractions*

a. Réduis les fractions au même dénominateur.

$A = \frac{1}{2}$ $B = \frac{3}{4}$ $C = \frac{4}{9}$ $D = \frac{7}{18}$ $E = \frac{25}{36}$

$A = \frac{.....}{36}$ $B = \frac{.....}{36}$ $C = \frac{.....}{36}$ $D = \frac{.....}{36}$ $E = \frac{.....}{36}$

b. Range les fractions de dénominateur 36 dans l'ordre croissant.

....

c. Déduis-en le classement des fractions initiales dans l'ordre croissant.

....

7 Reprends les questions de l'exercice **6** avec les fractions : $\frac{3}{2}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{-7}{6}$; $\frac{11}{8}$; $\frac{-13}{12}$; $\frac{-29}{24}$.

....

....

....

....

Fiche 6 : comparer des fractions (2)

1 Compare les fractions suivantes.

a. $\frac{3}{4}$ et $\frac{2}{3}$

....

....

....

b. $\frac{4}{5}$ et $\frac{5}{6}$

....

....

....

2 Compare les fractions suivantes.

a. $\frac{-7}{10}$ et $\frac{-11}{15}$

....

....

....

b. $\frac{1}{6}$ et $\frac{4}{21}$

....

....

....

c. $\frac{3}{8}$ et $\frac{9}{20}$

....

....

....

3 *Rangement de fractions*

a. Réduis les fractions au même dénominateur.

$A = \frac{3}{4}$ $B = \frac{5}{6}$ $C = \frac{7}{10}$ $D = \frac{11}{12}$ $E = \frac{13}{15}$

$A = \frac{.....}{60}$ $B = \frac{.....}{60}$ $C = \frac{.....}{60}$ $D = \frac{.....}{60}$ $E = \frac{.....}{60}$

b. Range les fractions de dénominateur 60 dans l'ordre croissant.

....

c. Déduis-en le classement des fractions initiales dans l'ordre croissant.

....

4 *Rangement de fractions (bis)*

a. Réduis les fractions au même dénominateur.

$\frac{5}{7}$ = ... $\frac{7}{12}$ = ... $\frac{9}{14}$ = ...

$\frac{10}{21}$ = ... $\frac{17}{28}$ = ... $\frac{23}{42}$ = ...

b. Range dans l'ordre décroissant les fractions de même dénominateur.

....

c. Range dans l'ordre décroissant les fractions :
$\frac{5}{7}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{9}{14}$; $\frac{10}{21}$; $\frac{17}{28}$; $\frac{23}{42}$

....

5 Range dans l'ordre croissant les fractions :
$\frac{-2}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{-7}{8}$; $\frac{11}{12}$; $\frac{13}{16}$; $\frac{-17}{24}$

....

....

....

....

....

Fiche 7 : additionner et soustraire des fractions (1)

1 Réduis au même dénominateur, calcule puis simplifie lorsque c'est possible.

$A = \frac{5}{6} + \frac{1}{2}$

$A = \frac{5}{6} + \frac{1 \times ...}{2 \times ...}$

$A = \frac{5}{6} + \frac{.....}{.....}$

$A = \frac{.....}{.....}$

$B = \frac{3}{5} + \frac{7}{10}$

$B = \frac{3 \times ...}{5 \times ...} + \frac{7}{10}$

$B = \frac{.....}{.....} + \frac{7}{10}$

$B = \frac{.....}{.....}$

$C = \frac{8}{3} + 1$

C = ...

C = ...

C = ...

$D = 4 + \frac{3}{4}$

D = ...

D = ...

D = ...

$E = \frac{5}{9} - \frac{2}{3}$

E = ...

E = ...

$F = \frac{7}{6} - \frac{13}{30}$

F = ...

F = ...

$G = 2 - \frac{4}{7}$

G = ...

G = ...

$H = \frac{8}{9} - 5$

H = ...

H = ...

2 Même énoncé qu'à l'exercice **1**.

$J = \frac{5}{2} + \frac{8}{3}$

J = ...

J = ...

$K = \frac{4}{7} + \frac{1}{6}$

K = ...

K = ...

$L = \frac{7}{4} + \frac{3}{5}$

L = ...

L = ...

$M = \frac{6}{5} + \frac{5}{6}$

M = ...

M = ...

$N = \frac{2}{3} - \frac{1}{4}$

N = ...

N = ...

$P = \frac{3}{7} - \frac{7}{8}$

P = ...

P = ...

$R = \frac{8}{9} - \frac{1}{2}$

R = ...

R = ...

$S = \frac{11}{10} - \frac{4}{3}$

S = ...

S = ...

3 Même énoncé qu'à l'exercice **1**.

$T = \frac{1}{7} + \frac{1}{5} + \frac{1}{35}$

T = ...

T = ...

$U = \frac{3}{4} + \frac{2}{5} + \frac{7}{20}$

U = ...

U = ...

$V = 3 + \frac{5}{2} + \frac{3}{4}$

V = ...

V = ...

$W = \frac{2}{3} - \frac{5}{4} - \frac{11}{12}$

W = ...

W = ...

$Y = \frac{1}{2} + \frac{4}{3} - \frac{5}{6}$

Y = ...

Y = ...

$Z = 2 - \frac{6}{7} + \frac{3}{2}$

Z = ...

Z = ...

Fiche 8 : additionner et soustraire des fractions (2)

1 Réduis au même dénominateur, calcule puis simplifie lorsque c'est possible.

$A = \frac{3}{4} + \frac{7}{6}$

$A = \frac{3 \times ...}{4 \times ...} + \frac{7 \times ...}{6 \times ...}$

$A = \frac{.....}{.....} + \frac{.....}{.....}$

$A = \frac{.....}{.....}$

$B = \frac{9}{10} + \frac{5}{8}$

$B = \frac{9 \times ...}{10 \times ...} + \frac{5 \times ...}{8 \times ...}$

$B = \frac{.....}{.....} + \frac{.....}{.....}$

$B = \frac{.....}{.....}$

$C = \frac{9}{14} + \frac{5}{6}$

C = ...

C = ...

C = ...

$D = \frac{5}{6} + \frac{1}{8}$

D = ...

D = ...

D = ...

$E = \frac{3}{4} - \frac{7}{6}$

E = ...

E = ...

$F = \frac{9}{10} - \frac{5}{8}$

F = ...

F = ...

$G = \frac{9}{14} - \frac{5}{6}$

G = ...

G = ...

$H = \frac{5}{6} - \frac{1}{8}$

H = ...

H = ...

2 Même énoncé qu'à l'exercice **1**.

$J = \frac{7}{10} + \frac{4}{15}$

J = ...

J = ...

$K = \frac{1}{6} + \frac{10}{21}$

K = ...

K = ...

$L = \frac{5}{12} + \frac{3}{8}$

L = ...

L = ...

$M = \frac{2}{9} + \frac{1}{6}$

M = ...

M = ...

$N = \frac{7}{10} - \frac{4}{15}$

N = ...

N = ...

$P = \frac{1}{6} - \frac{10}{21}$

P = ...

P = ...

$R = \frac{5}{12} - \frac{3}{8}$

R = ...

R = ...

$S = \frac{2}{9} - \frac{1}{6}$

S = ...

S = ...

3 Même énoncé qu'à l'exercice **1**.

$T = \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30}$

T = ...

T = ...

$U = \frac{7}{6} + \frac{5}{12} + \frac{3}{16}$

U = ...

U = ...

$V = \frac{1}{2} + \frac{5}{4} + \frac{4}{5}$

V = ...

V = ...

$W = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$

W = ...

W = ...

$Y = \frac{4}{9} + \frac{8}{15} - \frac{2}{3}$

Y = ...

Y = ...

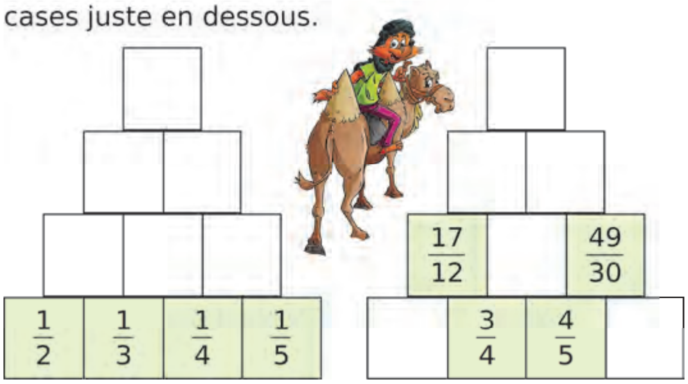
$Z = \frac{1}{6} - \frac{8}{27} - \frac{7}{18}$

Z = ...

Z = ...

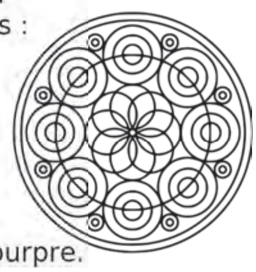
1 *Pyramides de nombres*

Complète, sachant que chaque fraction est la somme des fractions se trouvant dans les deux cases juste en dessous.



2 Maëlle colorie un mandala selon les proportions suivantes :

- $\frac{2}{5}$ en carmin ;
- $\frac{1}{7}$ en ocre jaune ;
- $\frac{3}{14}$ en turquoise ;
- le reste est recouvert de pourpre.



Quelle fraction du mandala est recouverte de pourpre ?

....

....

....

....

3 Un jardin de 50 m² est aménagé selon les proportions suivantes :

- $\frac{1}{2}$ est consacré à la culture des légumes ;
- $\frac{1}{10}$ à celle des plantes aromatiques ;
- $\frac{1}{4}$ est occupé par une serre servant aux semis ;
- le reste est occupé par des fraisiers.

Quelle fraction du jardin occupent les fraisiers ?

....

....

....

....

4 Pour chaque match, les places du stade sont mises en vente dans les proportions suivantes :

- $\frac{1}{3}$ des places pour le pays organisateur ;
- $\frac{1}{6}$ des places pour les supporters de chaque équipe en jeu sur le terrain ;
- $\frac{1}{24}$ des places pour les sponsors et officiels ;
- le reste des places est en vente libre.

Quelle fraction représente le nombre de places en vente libre ?

....

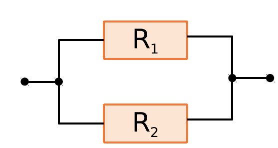
....

....

....

5 En électricité, si on souhaite remplacer deux résistances R_1 et R_2, *montées en dérivation*, par une seule résistance équivalente R, on utilise la formule suivante : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.

a. Si $R_1 = 7\ \Omega$ (ohms) et $R_2 = 5\ \Omega$ (ohms), quelle est la valeur de la résistance équivalente R pour le circuit ci-dessus ?



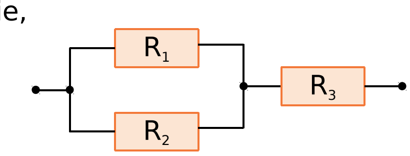
....

....

....

Pour deux résistances R' et R'', *montées en série*, la résistance équivalente est donnée par la formule $R = R' + R''$.

b. On ajoute, en série, une 3e résistance $R_3 = 6\ \Omega$. Quelle est alors la résistance équivalente à ce circuit ?



....

....

....

N4 Fractions : multiplication et division

g5.re/swp g5.re/1rf g5.re/15y

1 Multiplication

A Produit de deux fractions

Propriété

Pour **multiplier des fractions**, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Pour tous nombres a, b, c et d, où b et d sont non nuls :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Remarque :

Si $b = 1$, la formule devient $a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d}$.

Cette formule permet de calculer la **fraction d'une quantité** (voir **Exemple 2**).

Exemple 1 :

$A = -\frac{35 \times 39}{33 \times 80}$ ⟶ On détermine le signe du résultat.

$A = -\frac{7 \times \mathbf{5} \times 13 \times \mathbf{3}}{11 \times \mathbf{3} \times 2 \times \mathbf{5} \times 8}$ ⟶ On cherche des facteurs communs.

$A = -\frac{7 \times 13}{11 \times 2 \times 8}$ ⟶ On simplifie.

$A = -\frac{91}{176}$ ⟶ On calcule.

Exemple 2 :

- Dans une classe de 28 élèves, les deux septièmes des élèves ont choisi l'option *Latin*.

  Le nombre d'élèves ayant choisi cette option est égal à $\frac{2}{7} \times 28 = \frac{2 \times 28}{7} = \frac{2 \times 4 \times \mathbf{7}}{\mathbf{7}} = 8$ élèves.

B Produit en croix

Propriété 1 Pour tous nombres a, b, c et d, où b et d sont non nuls :

si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ **alors** $a \times d = b \times c$

Exemple 1 : On cherche le nombre x vérifiant l'égalité $\frac{364}{156} = \frac{x}{33}$.

- Les fractions sont égales donc les produits en croix sont égaux : $364 \times 33 = 156 \times x$.

  Soit $x = \frac{12\,012}{156} = 77$ et on obtient donc l'égalité $\frac{364}{156} = \frac{77}{33}$.

Propriété 2 Pour tous nombres a, b, c et d, où b et d sont non nuls :

si $a \times d = b \times c$ alors $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$

Exemple 2 :

▶ Pour savoir si les fractions $\dfrac{86}{104}$ et $\dfrac{129}{156}$ sont égales, on calcule les produits en croix :

$86 \times 156 = 13\,416$ et $104 \times 129 = 13\,416$.

Les produits en croix sont égaux donc les fractions $\dfrac{86}{104}$ et $\dfrac{129}{156}$ sont égales.

2 Division de deux fractions

A Inverse d'une fraction

Propriétés

- Tout nombre x non nul admet un **inverse** (noté x^{-1}) qui est le nombre $\dfrac{1}{x}$.
- Toute fraction $\dfrac{a}{b}$, avec a et b non nuls, admet un **inverse** qui est le nombre $\dfrac{b}{a}$.

Démonstration :

Soit une fraction $\dfrac{a}{b}$, avec a et b non nuls.

Comme $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{b}{a} = \dfrac{a \times b}{b \times a} = 1$, les fractions $\dfrac{a}{b}$ et $\dfrac{b}{a}$ sont inverses l'une de l'autre.

Exemple :

▶ L'inverse de la fraction $\dfrac{-5}{13}$ est $\dfrac{13}{-5} = \dfrac{-13}{5}$.

B Division de deux fractions

Propriété

Diviser par une fraction non nulle revient à **multiplier par son inverse**.

Pour tous nombres a, b, c et d où b, c et d sont non nuls :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \quad \text{ou} \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemple 1 :

$B = \dfrac{8}{7} \div \dfrac{5}{3}$

$B = \dfrac{8}{7} \times \dfrac{3}{5}$ On multiplie par l'inverse de la deuxième fraction.

$B = \dfrac{8 \times 3}{7 \times 5}$ On multiplie les fractions sans oublier de simplifier.

$B = \dfrac{24}{35}$ On calcule.

Exemple 2 :

$C = \dfrac{\frac{32}{21}}{\frac{48}{35}}$

$C = \dfrac{32}{21} \times \dfrac{35}{48}$

$C = \dfrac{8 \times 2 \times 2 \times 7 \times 5}{7 \times 3 \times 3 \times 2 \times 8}$

$C = \dfrac{10}{9}$

Fiche 1 : multiplier des fractions (1)

1 Complète les calculs suivants en utilisant la règle de multiplication.

$A = \frac{4}{3} \times \frac{7}{5}$

$A = \frac{..... \times .....}{..... \times .....}$

$A = \frac{.....}{.....}$

$B = \frac{5}{8} \times \frac{9}{8}$

B = ...

B = ...

$C = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{9}{4}$

C = ...

C = ...

$D = \frac{5}{2} \times \frac{7}{6} \times \frac{1}{3}$

D = ...

D = ...

2 Calcule mentalement.

a. $8 \times \frac{6}{7} = \frac{.....}{.....}$

b. $\frac{3}{11} \times 7 = \frac{.....}{.....}$

c. $5 \times \frac{13}{6} = \frac{.....}{.....}$

d. $\frac{7}{8} \times 10 = \frac{.....}{.....}$

e. $6 \times \frac{9}{5} = \frac{.....}{.....}$

f. $\frac{11}{9} \times 4 = \frac{.....}{.....}$

g. $2 \times \frac{23}{31} = \frac{.....}{.....}$

h. $\frac{12}{17} \times 3 = \frac{.....}{.....}$

3 Même énoncé qu'à l'exercice **2**.

a. $\frac{5}{9} \times \frac{8}{3} = \frac{.....}{.....}$

b. $\frac{11}{2} \times \frac{3}{14} = \frac{.....}{.....}$

c. $\frac{7}{8} \times \frac{1}{10} = \frac{.....}{.....}$

d. $\frac{2}{5} \times \frac{4}{9} = \frac{.....}{.....}$

e. $\frac{7}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{.....}{.....}$

f. $\frac{6}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{.....}{.....}$

g. $\frac{2}{9} \times \frac{4}{11} = \frac{.....}{.....}$

h. $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{.....}{.....}$

4 Calcule mentalement en simplifiant.

a. $\frac{2}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{.....}{.....}$

b. $\frac{41}{13} \times \frac{13}{27} = \frac{.....}{.....}$

c. $\frac{32}{14} \times \frac{15}{32} = \frac{.....}{.....}$

d. $\frac{99}{100} \times \frac{100}{101} = \frac{.....}{.....}$

e. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{.....}{.....}$

f. $\frac{2}{7} \times \frac{7}{11} \times \frac{7}{9} = \frac{.....}{.....}$

g. $\frac{17}{23} \times \frac{4}{17} \times \frac{23}{15} = \frac{.....}{.....}$

h. $\frac{9}{8} \times \frac{8}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{.....}{.....}$

i. $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \times \frac{97}{8} = \frac{.....}{.....}$

j. $\frac{6}{5} \times \frac{9}{2} \times \frac{3}{6} = \frac{.....}{.....}$

5 Fais apparaitre le(s) facteur(s) commun(s) au numérateur et au dénominateur. Puis donne le résultat sous forme d'une fraction, la plus simple possible.

$E = \frac{3}{5} \times \frac{7}{14}$

$E = \frac{3 \times 7}{5 \times 7 \times 2}$

$E = \frac{.....}{.....}$

$F = \frac{2}{3} \times \frac{15}{20}$

F = ...

F = ...

$G = \frac{15}{6} \times \frac{9}{40}$

G = ...

G = ...

$H = \frac{12}{11} \times \frac{7}{8}$

$H = \frac{..... \times ..... \times 7}{11 \times ..... \times 2}$

$H = \frac{.....}{.....}$

$J = \frac{9}{4} \times \frac{8}{15}$

J = ...

J = ...

$K = \frac{16}{3} \times \frac{6}{24}$

K = ...

K = ...

6 Même énoncé qu'à l'exercice **5**.

$L = \frac{45}{26} \times \frac{65}{72}$

L = ...

L = ...

$M = \frac{14}{63} \times \frac{49}{42}$

M = ...

M = ...

$N = \frac{6}{99} \times \frac{11}{12}$

N = ...

N = ...

$P = \frac{21}{32} \times \frac{80}{9}$

P = ...

P = ...

$R = \frac{24}{56} \times \frac{25}{35}$

R = ...

R = ...

$S = \frac{77}{81} \times \frac{36}{28}$

S = ...

S = ...

1 Calcule puis donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$A = \frac{40}{27} \times \frac{36}{25}$

$D = \frac{42}{99} \times \frac{9}{35}$

$B = \frac{50}{-21} \times \frac{28}{15}$

$E = \frac{-32}{45} \times \frac{-63}{16}$

$C = \frac{54}{55} \times \frac{33}{20}$

$F = \frac{77}{90} \times \frac{81}{44}$

2 Même énoncé qu'à l'exercice **1**.

$G = \frac{121}{14} \times \frac{7}{88}$

$J = \frac{81}{-70} \times \frac{-25}{-18}$

$H = \frac{9}{32} \times \frac{56}{3}$

$K = \frac{27}{20} \times \frac{16}{63}$

3 Même énoncé qu'à l'exercice **1**.

$L = \frac{64}{33} \times \frac{77}{72}$

$P = \frac{39}{-24} \times \frac{18}{65}$

$M = \frac{45}{49} \times \frac{35}{54}$

$R = \frac{63}{25} \times \frac{40}{81}$

$N = \frac{55}{48} \times \frac{15}{22}$

$S = \frac{8}{21} \times \frac{27}{16}$

4 Même énoncé qu'à l'exercice **1**.

$T = \frac{10}{15} \times \frac{25}{23} \times \frac{115}{8}$

$U = \frac{17}{27} \times \frac{49}{119} \times \frac{15}{105}$

Fiche 3 : multiplier des fractions (3)

1 Complète avec les résultats simplifiés.

a.

$\times$	8	$\frac{7}{4}$	$\frac{6}{5}$
6			
$\frac{9}{4}$			
$\frac{8}{5}$			

b.

$\times$			
$\frac{5}{6}$			$\frac{50}{66}$
$\frac{6}{7}$	$\frac{16}{21}$		
$\frac{7}{8}$		$\frac{63}{80}$	

2 Complète les tableaux suivants.

a.

$\frac{2}{5}$	$\times$	$\frac{3}{10}$	$=$	
$\times$		$\times$		$\times$
$\frac{9}{10}$	$\times$	$\frac{5}{2}$	$=$	
$=$		$=$		$=$
	$\times$		$=$	

b.

	$\times$	$\frac{2}{3}$	$=$	$\frac{7}{6}$
$\times$		$\times$		$\times$
3	$\times$		$=$	
$=$		$=$		$=$
	$\times$		$=$	$\frac{7}{4}$

3 Que représente(nt) en minutes...

a. le tiers de trois quarts d'heure ?

....

....

....

b. les cinq sixièmes d'une demi-heure ?

....

....

....

c. le quart des trois cinquièmes d'une heure ?

....

....

....

d. les neuf dixièmes de sept tiers d'heure ?

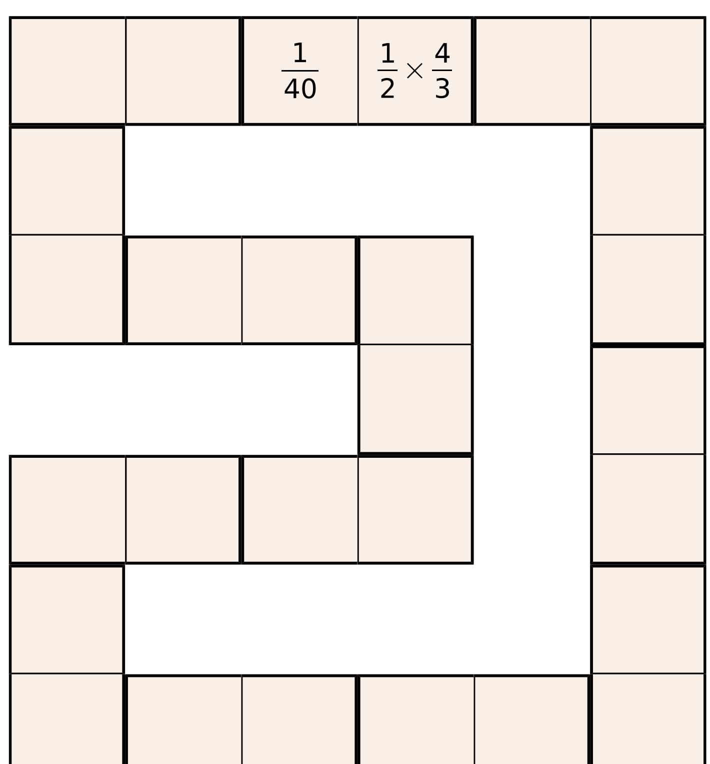
....

....

....

4 Place les dominos pour compléter le parcours.

$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{9}$	8	$\frac{14}{15}$	$\frac{31}{14}$
$\frac{5}{3}\times\frac{6}{7}$	$\frac{11}{7}\times\frac{3}{11}$	$\frac{12}{18}\times\frac{15}{20}$	$\frac{14}{3}\times\frac{6}{21}$	$6\times\frac{5}{14}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{10}{7}$	$\frac{15}{7}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{4}{3}$
$\frac{7}{3}\times\frac{6}{35}$	$\frac{13}{3}\times\frac{5}{39}$	$\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}$	$\frac{1}{5}\times\frac{1}{8}$	$\frac{14}{15}\times\frac{3}{2}$
2	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{5}$		
$\frac{31}{22}\times\frac{11}{7}$	$\frac{4}{5}\times\frac{20}{2}$	$\frac{76}{10}\times\frac{15}{57}$		



1 Trois cinquièmes des adolescents de 13 à 15 ans pratiquent le roller, dont la moitié régulièrement. Quelle fraction d'adolescents de 13 à 15 ans pratiquent régulièrement le roller ?

....

....

....

2 Sidonie a 30 bonbons. Le lundi, elle en mange les $\frac{3}{5}$. Le lendemain, elle mange les $\frac{3}{4}$ de ce qui reste. Combien de bonbons mange-t-elle alors ?

....

....

....

....

3 Le jardin occupe les quatre cinquièmes de la surface d'un terrain.

Les deux tiers de la surface du jardin sont réservés aux légumes.

a. Quelle fraction de la surface du terrain les légumes occupent-ils ?

....

....

....

b. L'aire du terrain est de 450 m^2. Calcule l'aire réservée aux légumes, de deux façons différentes.

....

....

....

....

....

....

4 Deux tiers des élèves du collège sont absents ! Trois quarts d'entre eux le sont pour cause de varicelle. Quelle fraction des élèves est touchée par cette épidémie ?

....

....

....

5 560 enfants fréquentent un centre culturel. Les trois septièmes de ces enfants sont en section « *Arts du spectacle* » et, parmi ceux-ci, les deux tiers sont inscrits au théâtre.

a. Quelle fraction du nombre total d'inscrits au centre culturel représente le nombre d'inscrits au théâtre ?

....

....

....

b. Combien d'enfants font du théâtre ?

....

....

....

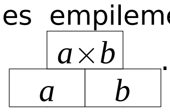
6 Complète le tableau, en simplifiant si besoin.

x	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{21}{20}$
y	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{18}$
z	$\frac{1}{5}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{14}{15}$
$x \times y$			
$y \times z$			
$x \times y \times z$			

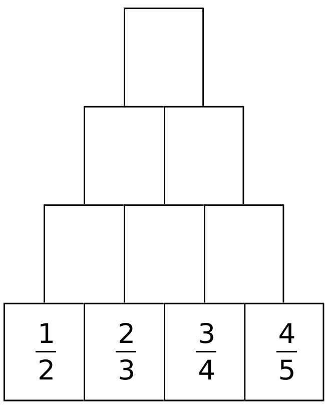
1 Effectue chaque calcul astucieusement.

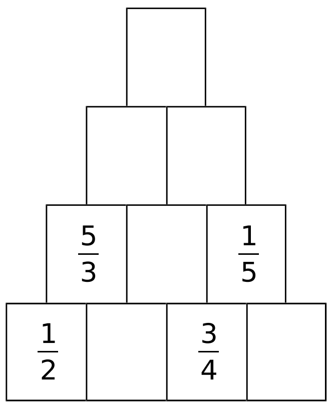
$A = \frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times....\times\frac{75}{76}\times\frac{76}{77}$ | $B = \frac{2}{1}\times\frac{3}{2}\times....\times\frac{93}{92}\times\frac{94}{93}$

A = ... B = ...

2 Complète les empilements en respectant la règle suivante : 

. Pense à simplifier.





3 Garance rentre trempée chez elle et dit : « *J'ai marché pendant trois quarts d'heure et il a plu le tiers du temps !* » Pendant combien de temps s'est-elle promenée sans être sous la pluie ?

....

....

....

....

4 Un poster est réduit aux deux tiers, puis la réduction obtenue est agrandie aux quinze douzièmes.

Le nouveau poster est-il réduit ou agrandi par rapport au premier poster ? De quelle fraction ?

....

....

....

....

5 Une balle rebondit, à chaque fois qu'elle touche le sol, des trois cinquièmes de sa hauteur de chute.

a. Isaac la laisse tomber d'une hauteur de 1,20 m. À quelle hauteur remontera-t-elle, après avoir touché deux fois le sol ?

....

....

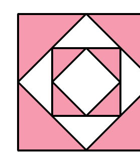
....

b. Avec une calculatrice, trouve le nombre de rebonds nécessaires pour que la balle soit à une hauteur du sol inférieure à 5 cm.

....

....

6 Quelle fraction de la surface du grand carré représente la surface colorée ?



....

....

....

....

7 Trouve les valeurs m, a, t et h qui rendent vraies les égalités suivantes.
Écris la solution de chaque équation sous forme d'une fraction simplifiée.

a. $7 \times m = 15$

b. $\frac{3}{4} \times a = \frac{18}{24}$

c. $t \times 5 = 3{,}5$

d. $\frac{13}{3} \times h = \frac{39}{24}$

a. ....

b. ....

c. ....

d. ....

1 Complète les égalités par un nombre décimal, puis complète le tableau.

a. $2 \times$ ……… = 1

b. $10 \times$ ……… = 1

c. $-5 \times$ ……… = 1

d. $8 \times$ ……… = 1

e. $0{,}4 \times$ ……… = 1

f. $0{,}01 \times$ ……… = 1

Nombre	2	10	– 5	8	0,4	0,01
Inverse						

2 Complète les égalités à trous, puis le tableau.

a. $\frac{7}{2} \times$ ……… = 1

b. $\frac{5}{3} \times$ ……… = 1

c. $\frac{-9}{4} \times$ ……… = 1

d. $\frac{1}{17} \times$ ……… = 1

e. $\frac{13}{15} \times$ ……… = 1

f. $\frac{18}{11} \times$ ……… = 1

Nombre	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{-9}{4}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{13}{15}$	$\frac{18}{11}$
Inverse						

3 Écris chaque nombre sous la forme d'une fraction ou d'un nombre décimal.

a. $\dfrac{1}{\frac{1}{15}} =$ …….

b. $\dfrac{1}{\frac{1}{1{,}35}} =$ …….

c. $\dfrac{1}{\frac{-1}{19}} =$ …….

d. $\dfrac{1}{\frac{1}{8}} =$ …….

e. $\dfrac{1}{\frac{7}{4}} = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

f. $\dfrac{1}{\frac{-11}{20}} = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

g. $\dfrac{1}{\frac{62}{33}} = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

h. $\dfrac{1}{\frac{7}{12}} = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

4 Parmi les nombres suivants, entoure ceux dont $\frac{10}{7}$ est l'inverse.

$A = -\frac{10}{7}$ $B = \frac{7}{10}$ $C = -\frac{7}{10}$

$D = 0{,}7$ $E = -0{,}7$ $F = 1{,}4$

$G = \frac{49}{100}$ $H = \frac{49}{70}$ $I = \frac{14}{20}$

5 Complète, si possible, le tableau suivant.

	x	Inverse de x	Opposé de x
a.	7		
b.	0		
c.	$\frac{-1}{3}$		
d.	$\frac{5}{2}$		

6 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction.

$A = 5 \div \frac{3}{4}$

……………………………………

……………………………………

$B = 1 \div \frac{7}{12}$

……………………………………

……………………………………

$C = \frac{13}{11} \div 6$

……………………………………

……………………………………

$D = \frac{1}{4} \div (-2)$

……………………………………

……………………………………

7 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction.

$E = \frac{5}{7} \div \frac{8}{11}$

……………………………………

……………………………………

$F = \frac{4}{9} \div \frac{1}{4}$

……………………………………

……………………………………

$G = \frac{5}{3} \div \frac{7}{2}$

……………………………………

……………………………………

$H = \frac{1}{4} \div \frac{1}{3}$

……………………………………

……………………………………

$J = \frac{-9}{10} \div \frac{5}{11}$

……………………………………

……………………………………

$K = \frac{6}{7} \div \frac{5}{4}$

……………………………………

……………………………………

Fiche 7 : diviser des fractions (2)

1 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$A = \frac{5}{7} \div \frac{15}{2}$

$D = \frac{9}{2} \div \frac{3}{4}$

$B = \frac{4}{3} \div \frac{7}{9}$

$E = \frac{3}{5} \div \frac{-9}{25}$

$C = \frac{12}{5} \div \frac{6}{7}$

$F = \frac{7}{16} \div \frac{5}{4}$

2 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$G = \frac{10}{7} \div \frac{30}{14}$

$J = \frac{-2}{3} \div \frac{4}{27}$

$H = \frac{25}{8} \div \frac{15}{4}$

$K = \frac{24}{35} \div \frac{18}{49}$

$L = \frac{33}{16} \div \frac{99}{36}$

$M = \frac{27}{17} \div \frac{21}{34}$

3 Calcule et donne le résultat sous la forme la plus simple possible.

$N = \frac{\frac{7}{2}}{5} \div \frac{5}{2}$

$P = \frac{3}{\frac{4}{9}} \div \frac{\frac{1}{2}}{6}$

4 Calcule astucieusement les nombres suivants.

$$Q = \frac{\left(1 - \frac{1}{6}\right)\left(1 - \frac{2}{6}\right)\left(1 - \frac{3}{6}\right)\left(1 - \frac{4}{6}\right)\left(1 - \frac{5}{6}\right)\left(1 - \frac{6}{6}\right)}{1 - \frac{1}{6}}$$

$$R = \frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{9}{10}}{\frac{17}{34} + \frac{51}{68} + \frac{153}{170}}$$

1 Calcule et écris le résultat sous la forme d'une fraction, la plus simple possible.

$A = \left(\frac{3}{4}\right)^2$

$B = \frac{1 - 5^2}{(1 - 5)^2}$

$C = \frac{5^2}{3}$

$D = \frac{(-5)^2}{(-2)^3}$

2 Pour chaque calcul, entoure le signe de l'opération que l'on doit effectuer en premier.

$E = \frac{8}{5} + \frac{7}{5} \times \frac{4}{5}$

$F = \frac{53}{30} - \left(\frac{3}{10} + \frac{9}{10}\right)$

$G = \frac{7}{6} \times \frac{7}{2} - \frac{3}{2}$

$H = \frac{3}{7} + \left(\frac{17}{14} - \frac{23}{28}\right)$

$J = \left(\frac{8}{5} + \frac{7}{5}\right) \times \frac{4}{5}$

$K = \frac{53}{30} - \frac{3}{10} + \frac{9}{10}$

$L = \frac{7}{6} \times \left(\frac{7}{2} - \frac{3}{2}\right)$

$M = \frac{3}{7} + \frac{17}{14} - \frac{23}{28}$

3 En respectant les priorités opératoires, calcule les expressions suivantes.

$N = \frac{8}{5} + \frac{7}{5} \times \frac{4}{5}$

$P = \frac{53}{30} - \left(\frac{3}{10} + \frac{9}{10}\right)$

$Q = \frac{7}{6} \times \frac{7}{2} - \frac{3}{2}$

$R = \frac{3}{7} + \left(\frac{17}{14} - \frac{23}{28}\right)$

$S = \left(\frac{8}{5} + \frac{7}{5}\right) \times \frac{4}{5}$

$T = \frac{53}{30} - \frac{3}{10} + \frac{9}{10}$

$U = \frac{7}{6} \times \left(\frac{7}{2} - \frac{3}{2}\right)$

$V = \frac{3}{7} + \frac{17}{14} - \frac{23}{28}$

4 Calcule en respectant les priorités opératoires.

$W = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \times \frac{16}{9}$

$X = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \times \frac{16}{9}$

$Y = \frac{1}{5} - \frac{3}{10} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$

$Z = \left(\frac{1}{5} - \frac{3}{10}\right) \times \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right)$

Fiche 9 : résoudre des problèmes (1)

1 Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées et une seule est exacte. Entoure la bonne réponse.

		A	B	C
a.	$\dfrac{6+3}{7+3}$ est égal à	$\dfrac{6}{7}$	$\dfrac{6}{7}+1$	$\dfrac{9}{10}$
b.	$\dfrac{3}{2}+\dfrac{7}{5}$ est égal à	$\dfrac{10}{7}$	$\dfrac{10}{10}$	$\dfrac{29}{10}$
c.	$\dfrac{3}{4}-\dfrac{2}{3}$ est égal à	$-\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{12}$	1
d.	$-\dfrac{3}{7}+\dfrac{5}{6}$ est	> 0	< 0	nul
e.	$\left(\dfrac{3}{4}\right)^2-\dfrac{1}{4}$ est égal à	2	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{5}{16}$
f.	$\dfrac{3}{4}-\dfrac{5}{4}\times\dfrac{1}{2}$ est égal à	$-\dfrac{2}{4}$	$-\dfrac{2}{8}$	$\dfrac{1}{8}$
g.	$\dfrac{3}{2}+\dfrac{11}{5}\times\dfrac{15}{2}$ est égal à	$\dfrac{111}{4}$	18	$\dfrac{35}{2}$
h.	$\left(\dfrac{3}{14}-\dfrac{2}{7}\right)\times\dfrac{1}{2}$ est égal à	$-\dfrac{1}{28}$	$\dfrac{1}{28}$	$\dfrac{1}{14}$
i.	$\dfrac{2}{3}-\dfrac{7}{3}\div\dfrac{1}{4}$ est égal à	$\dfrac{1}{12}$	$-\dfrac{26}{3}$	$-\dfrac{20}{3}$
j.	$\dfrac{3-\dfrac{5}{2}}{\dfrac{2}{7}-\dfrac{7}{2}}$ est égal à	1	$-\dfrac{45}{28}$	$-\dfrac{7}{45}$

2 Mira a mangé les $\frac{2}{5}$ d'une tarte aux prunes, puis son frère Léo la moitié du reste.

a. Relie les étiquettes qui se correspondent.

la tarte tout entière •	• $\frac{2}{5}$
la part de tarte mangée par Mira •	• $\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)$
ce qui reste après le passage de Mira •	• 1
la part de tarte mangée par Léo •	• $1-\frac{2}{5}$

b. Quelle part de tarte reste-t-il pour leur petite sœur Angèle ?

3 *Histoire de gâteaux*

a. Calcule $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$.

b. Au gouter, Lise mange $\frac{1}{4}$ du paquet de gâteaux qu'elle vient d'ouvrir. De retour du collège, sa sœur Agathe mange les $\frac{2}{3}$ des gâteaux restant dans le paquet entamé par Lise. Il reste alors 5 gâteaux. Quel était le nombre initial de gâteaux dans le paquet ?

4 Quatre enfants se partagent une tablette de chocolat. Le premier prend le tiers de la tablette et le second le quart. Le troisième prend les $\frac{2}{5}$ de ce qui reste, après que le premier et le second se soient servis.

a. Lequel de ces calculs permet de trouver la part du troisième ?

$A = 1-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\times\dfrac{2}{5}$ $\qquad B = \left(1-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\right)\times\dfrac{2}{5}$

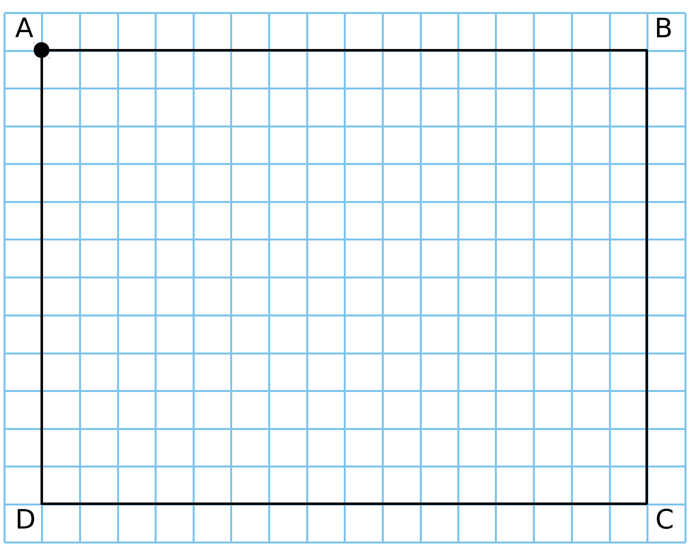
$C = \left(1-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\right)\div\dfrac{2}{5}$ $\qquad D = 1-\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}\right)\times\dfrac{2}{5}$

b. Effectue le calcul choisi.

1 Entre 1890 et 1990, la population d'un village a triplé. Puis, entre 1990 et 2010, elle a perdu un tiers de ses habitants.

La population a-t-elle augmenté ou diminué entre 1890 et 1990 ? En quelle proportion ?

2 On considère ce rectangle.



a. Quelle est son aire ?

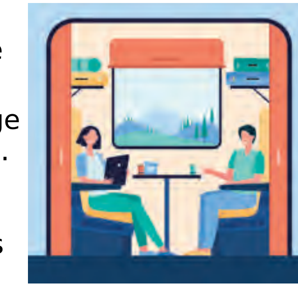
On considère le rectangle AFGH de longueur les cinq huitièmes de celle de ABCD, et de largeur le tiers de celle de ABCD.

b. Construis ce rectangle sur la figure ci-dessus.

c. Exprime l'aire de AFGH, en fonction de celle de ABCD, puis calcule-la.

3 Le train Marseille-Lille part de la gare de Marseille avec 800 passagers.

Un quart d'entre eux voyage en 1^{re} classe, les autres sont en 2^{e} classe.
Les trois huitièmes des passagers de 1^{re} classe et le sixième des passagers de 2^{e} classe descendent en gare de Lyon.



a. Au départ de Marseille, combien de passagers voyagent en 1^{re} classe ? En 2^{e} classe ?

b. Déduis-en le nombre de personnes de 1^{re} classe, puis de 2^{e} classe, descendant en gare de Lyon.

c. Exprime alors, à l'aide d'une fraction simplifiée, la proportion des passagers de 1^{re} classe, puis de ceux de 2^{e} classe, descendant en gare de Lyon par rapport au total des voyageurs.

d. Retrouve les résultats de la question **c**, à l'aide de produits de fractions.

N5 Puissances

g5.re/fhd g5.re/a3x g5.re/3xg

1 Puissances d'un nombre relatif

A Exposant positif

Définition Pour tout nombre entier positif non nul n et tout nombre relatif a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}} \text{ et par convention : } a^0 = 1$$

a^n (lu « $\boldsymbol{a}$ **puissance** $\boldsymbol{n}$ ») est appelé **puissance** $\boldsymbol{n}$**-ième** de $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{n}$ est l'**exposant**

Remarque : $a^1 = a$

Exemples :
- $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$
- $(-3)^5 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = -243$

B Règle de priorité

Propriété
En l'absence de parenthèses, le calcul de la puissance est prioritaire sur les autres opérations.

Exemple :
- $1 + 2 \times 3^3 = 1 + 2 \times 27 = 1 + 54 = 55$

2 Puissances de 10

A Définitions

Définition 1 Pour tout nombre entier positif non nul n :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{10 \ldots 0}_{n \text{ zéros}} \text{ et par convention } 10^0 = 1$$

Exemple :
- $10^5 = 100\,000$

Définition 2 Pour tout nombre entier positif non nul n :

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}0 \ldots 01}_{n \text{ zéros}}$$

Exemple :
- $10^{-6} = 0{,}000\,001$

B Vocabulaire

Définition

Ces préfixes désignent des multiples de puissances de 10 :

Téra	Giga	Méga	Kilo	Hecto	Déca	Déci	Centi	Milli	Micro	Nano	Pico
$\times 10^{12}$	$\times 10^{9}$	$\times 10^{6}$	$\times 10^{3}$	$\times 10^{2}$	$\times 10^{1}$	$\times 10^{-1}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-12}$

Exemples :

- 1 **Kilo**gramme = 10^3 grammes, 1 **Giga**Octet = 10^9 octets et 1 **Nano**mètre = 10^{-9} m

C Calculs avec les puissances de 10

Propriétés Pour tous nombres entiers relatifs m et p :

$$10^m \times 10^p = 10^{m+p}$$

$$\frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}$$

Exemples :

- $A = 10^4 \times 10^3 = 10^{4+3} = 10^7 = 10\ 000\ 000$ et $B = \dfrac{10^{-7}}{10^3} = 10^{-7-3} = 10^{-10}$

3 Écriture scientifique

A Multiplier par une puissance de 10

Propriété 1

Multiplier un nombre par 10^n revient à décaler la virgule de $\boldsymbol{n}$ **rangs vers la droite** (on complète par des zéros si nécessaire).

Exemple :

- $208{,}641 \times \mathbf{10^2} = 20\ 864{,}1$

Propriété 2

Multiplier un nombre par 10^{-n} revient à décaler la virgule de $\boldsymbol{n}$ **rangs vers la gauche** (on complète par des zéros si nécessaire).

Exemple :

- $37{,}1 \times \mathbf{10^{-3}} = 0{,}0371$

B Écriture scientifique

Définition

Tout nombre décimal non nul peut être écrit en **notation scientifique**, c'est-à-dire sous la forme $\boldsymbol{a} \times \mathbf{10^n}$ où :

- a appelé **mantisse** du nombre est un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule ;
- n est un nombre entier relatif.

Exemples :

- Âge de la Terre : 4 500 000 000 ans = $4{,}5 \times 10^9$ ans
- Rayon d'un atome : 0,000 000 000 529 m = $5{,}29 \times 10^{-10}$ m
- Distance Terre-Soleil : 149 600 000 000 m = $1{,}496 \times 10^{11}$ m
- Distance Terre-Alpha du Centaure : 41 800 000 000 000 km = $4{,}18 \times 10^{13}$ km

N5 Fiche 1 : utiliser la notion de puissance

1 Écris chaque expression sous la forme d'une puissance d'un nombre.

a. $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 =$ ....

b. $3 \times 3 \times 3 \times 3 =$ ....

c. $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) =$ ....

d. $2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5 =$ ....

e. $\left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) =$ ....

2 Écris chaque expression sous la forme d'un produit de facteurs.

a. $2^7 =$ ....

b. $4^5 =$ ....

c. $(-5)^4 =$ ....

d. $(-1{,}2)^3 =$ ....

e. $\left(\frac{3}{4}\right)^5 =$ ....

3 Complète.

Puissance	Définition	Valeur
3^7		
9^2		
$(-2)^3$		
	$6 \times 6 \times 6 \times 6$	
	$(-1) \times (-1) \times (-1)$	
	$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$	

4 Écris chaque nombre sous la forme 2^n.

32	128	1 024	32 768	65 536	1 048 576
$2^{....}$					

5 Complète avec l'exposant correspondant.

a. $4\,096 = 4^{....}$

b. $-216 = (-6)^{....}$

c. $2\,401 = 7^{....}$

d. $0{,}125 = 0{,}5^{....}$

e. $1{,}61051 = 1{,}1^{....}$

f. $10\,000\,000 = 10^{....}$

6 **a.** Complète en donnant l'écriture décimale.

3^0	3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6

b. Observe le chiffre des unités des nombres précédents pour en déduire celui des puissances ci-dessous.

	3^{20}	3^{35}	3^{42}	3^{101}
Chiffre des unités				

7 Pour mener une expédition contre la termitière voisine, la reine des fourmis lève une armée.

Elle nomme un général qui choisit
5 colonels qui prennent chacun
5 capitaines qui prennent chacun
5 lieutenants qui prennent chacun
5 sergents qui choisissent chacun
25 soldats.

a. Montre que le nombre total de soldats est une puissance de 5.

....

....

b. Calcule l'effectif total de cette armée.

....

....

c. La reine des termites, elle, lève une armée dont l'effectif est une puissance de 10. Quel est l'exposant minimum de cette puissance pour que les termites soient plus nombreux que les fourmis ?

....

....

8 Le roi Belkib promit une récompense à qui lui offrirait une distraction qui lui plairait. Le sage Sissa lui proposa un jeu d'échecs.

— Que souhaites-tu recevoir en échange ? lui demanda le roi.
Sissa répondit : — Offre-moi du riz : pose un grain sur la première case de l'échiquier, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, et ainsi de suite. Double la quantité de grains de riz à chaque case jusqu'à ce que tout l'échiquier soit rempli.

a. Combien de grains de riz la 4e case contient-elle ? Tu exprimeras le résultat sous la forme d'une puissance, puis d'un nombre entier.

....

b. Même question pour la 25e case.

....

c. À partir de quelle case le nombre de grains sur la case dépasse-t-il le milliard ?

....

....

1 Complète.

Puissance	Définition	Écriture décimale
10^7		
10^2		
	$10 \times 10 \times 10 \times 10$	
		1 000 000
		100 000
10^3		

2 Complète.

Puissance	Définition	Écriture fractionnaire	Écriture décimale
10^{-3}	$\frac{1}{10^{\cdots}}$	$\frac{1}{\ldots\ldots\ldots\ldots}$	
10^{-2}			
	$\frac{1}{10^5}$		
			0,000 000 1
			0,1
		$\frac{1}{1\,000\,000}$	

3 Écris chaque nombre sous la forme 10^n.

a. dix mille = ...

b. un million = ...

c. cent millions = ...

d. un milliard = ...

e. dix milliards = ...

4 Écris chaque nombre sous la forme 10^{-n}.

a. un centième = ...

b. un dix-millième = ...

c. un millionième = ...

d. un cent millionième = ...

e. un milliardième = ...

5 Les mots de passe pour se connecter au réseau informatique du collège sont formés de sept chiffres. Combien existe-t-il de mots de passe différents ? Tu exprimeras la réponse sous la forme d'une puissance de 10, puis tu donneras une écriture décimale de ce nombre.

....

....

6 Encadre chaque nombre par deux puissances de 10, d'exposants entiers positifs consécutifs.

a. .... < 15 < ....

b. .... < 568 < ....

c. .... < 47 390 < ....

d. .... < 20 000 000 < ....

7 Encadre chaque nombre par deux puissances de 10, d'exposants entiers négatifs consécutifs.

a. .... < 0,8 < ....

b. .... < 0,033 < ....

c. .... < 0,008 1 < ....

d. .... < 0,000 007 < ....

8 Complète le tableau.

Puissance de 10	Préfixe	Symbole
	giga	
	méga	
	kilo	
	hecto	
	déca	
	déci	
	centi	
	milli	
	micro	
	nano	

9 Complète comme ci-dessous.

3 microlitres = 3×10^{-6} L

a. 7 mégahertz = ... Hz

b. 2 millisecondes = ... s

c. 5 gigawatts = ... W

d. 6 microvolts = ... V

e. 8 nanomètres = ... m

f. 4 décagrammes = ... g

Fiche 3 : utiliser la notion de puissance de 10 (2)

1 Dans la grille ci-dessous, inscris le nom d'unités du système métrique (par exemple : mètre, picomètre...). Certaines définitions correspondent à un ordre de grandeur de l'unité. (Tu pourras consulter le Web, une encyclopédie...)

a. Plus grande distance Nord-Sud en France.

b. 10^{-24} m.

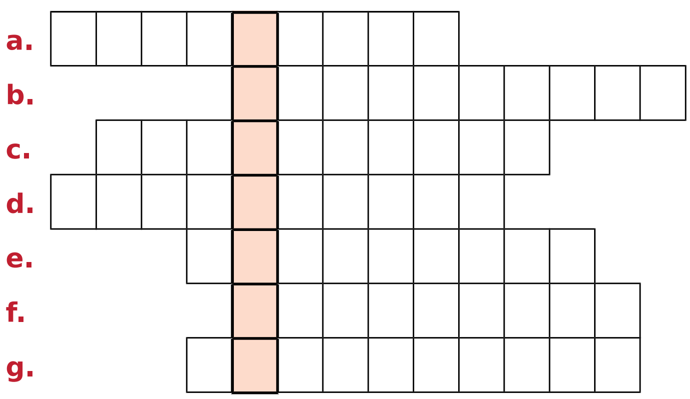
c. Taille d'une bactérie.

d. Taille d'une puce.

e. Taille d'une molécule d'eau.

f. Longueur d'un bus.

g. Taille d'un proton.



Quel mot peut-on lire dans les cases colorées ?
Donnes-en une signification mathématique.

....

....

....

....

2 Exprime chacune des longueurs ci-dessous à l'aide d'une puissance de 10, puis classe-les dans l'ordre décroissant.

a. 1 angström ;

b. 1 milliardième de millimètre ;

c. 1 centième de nanomètre ;

d. 1 millième de micromètre.

....

....

....

....

....

....

....

3 En utilisant la définition des puissances, écris chaque expression sous la forme d'une seule puissance de 10 comme dans l'exemple.

$$10^2 \times 10^3 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$$

a. $10^5 \times 10^1 =$ ....

b. $10^2 \times 10^2 =$ ....

c. $10^3 \times 10^4 =$ ....

d. $10^2 \times 10^1 =$ ....

e. $10^1 \times 10^4 =$ ....

4 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$$10^3 \times 10^{-2} = \frac{10 \times 10 \times 10}{10 \times 10} = 10^1$$

a. $10^4 \times 10^{-1} =$ ....

b. $10^5 \times 10^{-3} =$ ....

c. $10^{-5} \times 10^3 =$ ....

d. $10^{-1} \times 10^{-2} =$ ....

e. $10^{-2} \times 10^{-3} =$ ....

5 Décompose chaque nombre décimal avec les puissances de 10 comme dans l'exemple.

$$83{,}52 = 8 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2}$$

a. 2,75 = ...

b. 18,29 = ...

c. 34 000 = ...

d. 0,0096 = ...

e. 1,014 = ...

6 Donne l'écriture décimale.

a. $3 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2} =$ ....

b. $6 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} =$ ....

c. $1 \times 10^4 + 2 \times 10^3 =$ ....

d. $8 \times 10^{-4} + 9 \times 10^{-5} =$ ....

e. $4 \times 10^0 + 3 \times 10^{-3} + 6 \times 10^{-4} =$ ....

1 Complète.

a	$a \times 10^1$	$a \times 10^2$	$a \times 10^3$
951			
43,26			
0,785			
0,04			

2 Complète.

a	$a \times 10^{-1}$	$a \times 10^{-2}$	$a \times 10^{-3}$
951			
43,26			
0,785			
0,04			

3 Relie les nombres égaux.

$271\,800 \times 10^{-6}$ •	• 0,027 18
$271{,}8 \times 10^{-2}$ •	• 0,271 8
$2\,718 \times 10^{-1}$ •	• 2,718
$0{,}271\,8 \times 10^{-1}$ •	• 27,18
$2\,718 \times 10^{0}$ •	• 271,8
$0{,}271\,8 \times 10^{3}$ •	• 2 718
$0{,}002\,718 \times 10^{4}$ •	• 27 180
$0{,}027\,18 \times 10^{7}$ •	• 271 800

4 Donne l'écriture décimale de chaque nombre.

a. $0{,}006\,05 \times 10^2 =$ ....

b. $0{,}05 \times 10^4 =$ ....

c. $1{,}35 \times 10^5 =$ ....

d. $13{,}45 \times 10^{-3} =$ ....

e. $2 \times 10^{-4} =$ ....

f. $45\,200 \times 10^{-5} =$ ....

5 Complète.

a. $1{,}45 \times 10^{\dots} = 14\,500$

b. $0{,}071 \times 10^{\dots} = 7{,}1$

c. $6{,}3 \times 10^{\dots} = 6\,300$

d. $8\,500 \times 10^{\dots} = 85$

e. $63 \times 10^{\dots} = 0{,}063$

f. $45 \times 10^{\dots} = 0{,}0045$

6 Écris chaque nombre sous la forme d'un produit d'un entier, le plus petit possible, par une puissance de 10.

a. 346 000 000 = ...

b. 704 000 = ...

c. 0,000 127 29 = ...

d. 0,000 000 01 = ...

e. Dix-sept milliards = ...

f. Trente-deux millionièmes = ...

7 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

a. $600{,}21 \times 10^4 =$ ....

b. $87{,}29 \times 10^{-3} =$ ....

c. $0{,}000\,7 \times 10^2 =$ ....

d. $0{,}12 \times 10^{-9} =$ ....

e. $3{,}407 \times 10^{-1} =$ ....

8 Écris chaque nombre sous la forme $a \times 10^p$, où a est un entier, le plus petit possible, et p un entier relatif.

A = 3 000 000 × 2 500 000 000

A = ... $\times 10^{\dots} \times$ .... $\times 10^{\dots}$

A = ... × .... $\times 10^{\dots} \times 10^{\dots}$

A = ... $\times 10^{\dots}$

B = 0,000 000 8 × 8 000 000 000

B = ...

B = ...

B = ...

C = 60 000 000 × 0,000 000 000 007

C = ...

C = ...

C = ...

D = 0,000 000 000 4 × 0,000 000 000 12

D = ...

D = ...

D = ...

Fiche 5 : utiliser la notation scientifique (2)

1 Colorie les cases qui contiennent des nombres écrits en notation scientifique.

56×10^{-5}	$0{,}56 \times 10^{-1}$	3×10^{-7}
$8{,}7 \times 10^{12}$	10×10^{5}	5,98
0,97	$1{,}32 \times 10^{0}$	$3{,}14 \times 10^{4}$
$13{,}4 \times 10^{10}$	$8{,}71 \times 10^{-15}$	$9{,}9 \times 10^{1}$

2 Écris chaque nombre en notation scientifique.

a. 6 540 = ...

b. 34,3 = ...

c. 1 475,2 = ...

d. 23,45 = ...

e. 0,003 2 = ...

f. 0,001 = ...

3 Écris chaque nombre en notation scientifique.

a. $645{,}3 \times 10^{-15}$ = ...

= ....

b. $0{,}056 \times 10^{17}$ = ...

= ....

c. $13{,}6 \times 10^{-9}$ = ...

= ....

d. 523×10^{7} = ...

= ....

e. $34\,000 \times 10^{12}$ = ...

= ....

4 Range ces unités dans l'ordre croissant de leur masse exprimée en unité de masse atomique (u).

a. 1 livre = 273×10^{24} u = ...

b. 1 kg = $0{,}0602 \times 10^{28}$ u = ...

c. 1 kann = $22{,}6 \times 10^{26}$ u = ...

d. 1 tael = $2{,}28 \times 10^{25}$ u = ...

e. 1 mark = $0{,}128 \times 10^{27}$ u = ...

....

....

5 On donne l'expression numérique :

$A = 2 \times 10^{2} + 10^{1} + 10^{-1} + 2 \times 10^{-2}$.

a. Donne l'écriture décimale de A.

....

....

b. Donne l'écriture scientifique de A.

....

....

c. Écris A sous la forme du produit d'un nombre entier par une puissance de 10.

....

....

d. Écris A sous la forme de la somme d'un nombre entier et d'une fraction irréductible inférieure à 1.

....

....

6 Calcule chaque expression et donne le résultat en notation scientifique.

$A = 45 \times 10^{12} \times 4 \times 10^{-26}$

A = ...

A = ...

A = ...

A = ...

$B = 12 \times 10^{-5} \times 5 \times 10^{-5}$

B = ...

B = ...

B = ...

B = ...

$C = 2{,}7 \times 10^{13} \times 15{,}1 \times 10^{-8}$

C = ...

C = ...

C = ...

C = ...

1 Pour chaque ligne, trois réponses sont proposées et une seule est exacte. Entoure la bonne réponse.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
a.	L'écriture scientifique de 65 100 000 est...	$6{,}51 \times 10^{7}$	651×10^{5}	$6{,}51 \times 10^{-7}$
b.	Le nombre décimal 0,246 s'écrit aussi...	$2{,}46 \times 10^{1}$	$24{,}6 \times 10^{1}$	$2{,}46 \times 10^{-1}$
c.	28×10^{-3} est égal à...	0,280	0,028	28 000
d.	Le nombre 50×10^{-3} s'écrit encore...	50^{-3}	– 5 000	0,05
e.	L'écriture scientifique de 0,0035 est...	$3{,}5 \times 10^{-3}$	$3{,}5 \times 10^{3}$	35×10^{-4}

2 Donne l'ordre de grandeur de chaque nombre, en cochant la case correspondante.

		10^{-12}	10^{-11}	10^{-10}	10^{-9}	10^{9}	10^{10}	10^{11}	10^{12}
a.	$12\,003 \times 10^{8}$								
b.	$2{,}5 \times 10^{11}$								
c.	$3\,681{,}7 \times 10^{6}$								
d.	$8{,}98 \times 10^{-10}$								
e.	$0{,}000\,91 \times 10^{-7}$								

3 Encadre les nombres suivants par deux puissances de 10 d'exposants consécutifs.

a. .... $< 3{,}5 \times 10^{17} <$ ....

b. .... $< 2{,}5 \times 10^{-6} <$ ....

c. .... $< 344{,}5 \times 10^{-16} <$ ....

d. .... $< 0{,}004\,5 \times 10^{15} <$ ....

4 La masse d'un atome de carbone est égale à $1{,}99 \times 10^{-26}$ kg. Les chimistes considèrent des paquets contenant $6{,}022 \times 10^{23}$ atomes.

a. Calcule la masse en grammes d'un tel paquet d'atomes de carbone.

....

....

b. Donne une valeur arrondie de cette masse à un gramme près.

....

....

5 Voici les distances (en km) qui séparent le soleil de trois planètes du système solaire :
Vénus : 105×10^{6}
Mars : $2\,250 \times 10^{5}$
Terre : $1{,}5 \times 10^{8}$

Parmi ces trois planètes, quelle est celle qui est la plus éloignée du soleil ? Justifie.

....

....

....

....

6 La lumière se propage à la vitesse moyenne d'environ 3×10^{5} km par seconde.

a. Calcule la distance parcourue par la lumière en une année. Utilise la notation scientifique et arrondis le nombre décimal au dixième.

....

....

....

....

....

....

C'est ce qu'on appelle une année-lumière (a.l.).

b. Des astronomes ont observé l'extinction d'une étoile et ils ont estimé que cet évènement s'est produit il y a environ 5 000 ans.
Calcule la distance, en kilomètres, séparant cette étoile de la Terre. Utilise la notation scientifique.

....

....

....

....

....

N6 Calcul littéral

g5.re/ewj g5.re/zw6 g5.re/9zf

1 Expression littérale

Définition
Une **expression littérale** est une expression qui contient une ou plusieurs lettres.
Ces lettres désignent des nombres.

Exemples :

- L'aire d'un carré de côté c s'exprime avec l'expression littérale : $\mathcal{A} = c \times c$.
  On dit aussi que l'aire du carré s'exprime **en fonction de** c.
- Le triple du nombre entier suivant l'entier n s'exprime sous la forme : $3 \times (n + 1)$.

Définitions a désigne un nombre.
$a \times a = a^2$ et $a \times a \times a = a^3$
a^2 se lit « a **au carré** » et a^3 se lit « a **au cube** »

Exemples :

- On considère un carré de côté c. Son aire est : $\mathcal{A} = c \times c = c^2$
- On considère un cube d'arête a. Son volume est : $\mathcal{V} = a \times a \times a = a^3$

2 Distributivité simple

A Développement

Définition
Développer une expression, c'est l'écrire sous la forme d'une somme algébrique.

Propriétés Pour tous nombres relatifs k, a et b :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

Exemples 1 : On peut calculer les expressions suivantes de deux façons différentes.

$3 \times (5 + 7)$

- $3 \times (5 + 7)$
  $= 3 \times 12$
  $= 36$
- $3 \times (5 + 7)$
  $= 3 \times 5 + 3 \times 7$
  $= 15 + 21$
  $= 36$

$-6 \times (4 - 8)$

- $-6 \times (4 - 8)$
  $= -6 \times (-4)$
  $= 24$
- $-6 \times (4 - 8)$
  $= (-6) \times 4 - (-6) \times 8$
  $= -24 - (-48)$
  $= 24$

Exemples 2 : On souhaite développer chacune des expressions suivantes.

A	B	C	
$A = 7(x + 3)$	$B = -3{,}5(y - 2)$	$C = 3z(5 + z)$	
$A = 7 \times (x + 3)$	$B = -3{,}5 \times (y - 2)$	$C = 3z \times (5 + z)$	→ On replace le signe ×.
$A = 7 \times x + 7 \times 3$	$B = (-3{,}5) \times y - (-3{,}5) \times 2$	$C = 3z \times 5 + 3z \times z$	→ On distribue.
$A = 7x + 21$	$B = -3{,}5y + 7$	$C = 15z + 3z^2$	→ On calcule et on simplifie.

B Factorisation

Définition Factoriser une expression, c'est l'écrire sous la forme d'un produit.

Propriétés Pour tous nombres relatifs k, a et b :

$$\mathbf{k} \times a + \mathbf{k} \times b = \mathbf{k} \times (a + b)$$

$$\mathbf{k} \times a - \mathbf{k} \times b = \mathbf{k} \times (a - b)$$

Exemples : On veut factoriser chacune des expressions suivantes.

D	E	
$D = 14x - 21$	$E = -6y + 15y^2$	
$D = 7 \times 2x - 7 \times 3$	$E = 3y \times (-2) + 3y \times 5y$	→ On met en évidence le facteur commun.
$D = 7 \times (2x - 3)$	$E = 3y \times (-2 + 5y)$	→ On met ce nombre en facteur.
$D = 7(2x - 3)$	$E = 3y(-2 + 5y)$	→ On supprime le signe ×.

Forme factorisée		Forme développée
$7(2x - 3)$	On développe →	$14x - 21$
$3y(-2 + 5y)$	← On factorise	$-6y + 15y^2$

3 Simplifier une expression

A Réduire une expression littérale

Définition

Réduire une expression littérale,
c'est l'écrire sous la forme d'une somme comportant le moins de termes possibles.

Exemples : On veut réduire chacune des expressions suivantes.

F	G	
$F = 3x - 8 + 2x$	$G = 5x^2 + 7x - 4 - 2x^2 + 3 + 4x$	
$F = 3x + 2x - 8$	$G = 5x^2 - 2x^2 + 7x + 4x - 4 + 3$	→ On regroupe les termes.
$F = x(3 + 2) - 8$	$G = (5 - 2)\,x^2 + (7 + 4)\,x - 1$	→ On factorise les termes en x et en x^2.
$F = 5x - 8$	$G = 3x^2 + 11x - 1$	→ On simplifie.

B Supprimer les parenthèses

Propriété

L'**opposé d'une somme algébrique** est égal
à la somme des opposés de chacun de ses termes.

Exemple : On veut supprimer les parenthèses dans l'expression $H = 3x - (-2x^2 - 5x + 4)$.

$H = 3x - (-2x^2 - 5x + 4)$

$H = 3x + (+2x^2) + (+5x) + (-4)$ → On additionne les **opposés**.

$H = 3x + 2x^2 + 5x - 4$ → On simplifie l'expression.

$H = 2x^2 + 8x - 4$ → On réduit.

1 Développe chaque expression, puis donnes-en une écriture simplifiée.

$A = 5 \times (a + 7)$

A = ... × .... + ... × ....

A = ...

$B = 3 \times (10 + b)$

B = ... × .... + ... × ....

B = ...

$C = 7 \times (11 + c)$

C = ... × .... + ... × ....

C = ...

$D = 8 \times (d + 8)$

D = ...

D = ...

$E = 2 \times (a - 4)$

E = ...

E = ...

$F = 5 \times (6 - b)$

F = ...

F = ...

$G = 4 \times (9 - c)$

G = ...

G = ...

$H = 10 \times (d - 3)$

H = ...

H = ...

2 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$J = 3 \times (a + 5) =$ ....

$K = 2 \times (7 - b) =$ ....

$L = 4 \times (8 + c) =$ ....

$M = 5 \times (d - 9) =$ ....

3 Développe, puis réduis chaque expression.

$N = -3 \times (a + 5)$

....

....

$P = -6 \times (-4 + b)$

....

....

$R = -7(c - 8)$

....

....

$S = -5(-1 + d)$

....

....

4 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$T = 7(2x + 4)$

....

....

$U = -7(2x + 4)$

....

....

$V = 7(2x - 4)$

....

....

$W = -7(2x - 4)$

....

....

5 Développe, puis réduis chaque expression.

$A = x(7 + x)$

....

....

$B = -y(y + 5)$

....

....

$C = z(8 + 9z)$

....

....

$D = -x(5x - 1)$

....

....

$E = 5y(3 - y)$

....

....

$F = -6z(z - 7)$

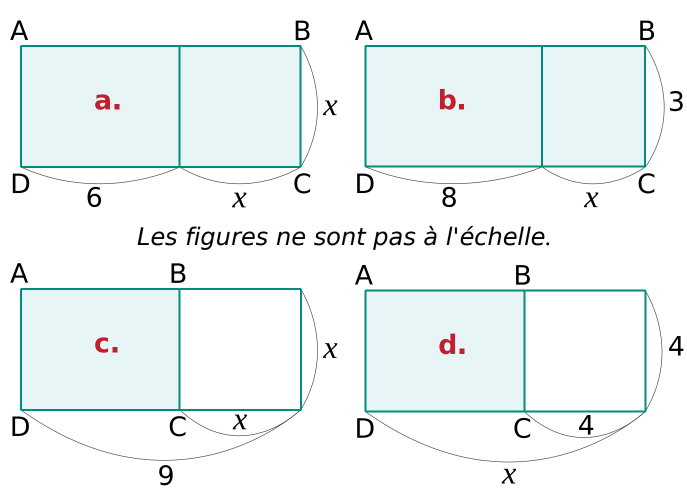
....

....

6 Pour chaque question, une seule proposition est juste. Entoure-la.

$3 \times 4x =$	$12x$	$34x$	$7x$
$6y \times 8y =$	$48y$	$48y^2$	$14y^2$
$7(z + 9) =$	$7z + 63$	$7z + 9$	$7z + 9z$
$-5(2x - 1) =$	$-10x - 1$	$-10x + 5$	$-10x - 5$
$-y(y - 6) =$	$-y^2 + 6$	$-y^2 - 6y$	$-y^2 + 6y$
$4z(z + 5) =$	$4z^2 + 5$	$4z + 20z$	$4z^2 + 20z$

7 Exprime l'aire de chaque rectangle ABCD en fonction de x sous la forme d'une expression factorisée puis développée.



Les figures ne sont pas à l'échelle.

a. ....

b. ....

c. ....

d. ....

1 Entoure les expressions factorisées.

a. $4x - (x - 3)$ **d.** $4x^2 + 8x + 4$

b. $x + (2x + 3)$ **e.** $2x(x + 4)$

c. $5(x - 3)$ **f.** $6x + 3$

2 Pour chaque question, une seule proposition est juste. Entoure-la.

	P1	P2	P3
$5x + 15 =$	$20x$	$5(x + 3)$	$5(x + 15)$
$36 - 6x =$	$x(x - 6)$	$6(x - 6)$	$6(6 - x)$
$3x^2 - 12x =$	$3x(x - 4)$	$3x(3x - 12)$	$x(3x^2 - 12)$

3 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

	P1	P2	P3
$3x + 18 =$	$21x$	$3(x + 18)$	$3(x + 6)$
$25 - 5x =$	$5(5 - x)$	$5(x - 5)$	$x(x - 5)$
$2x^2 - 10x =$	$2x(2x - 10)$	$2x(x - 5)$	$x(2x^2 - 10)$

4 Souligne le facteur commun, puis factorise chaque expression.

$A = 3 \times x + 3 \times 11$ $E = 5 \times x - 5 \times 12$

....

$B = 9 \times x + 9 \times 8$ $F = 7 \times x - 7 \times 4$

....

$C = 2 \times 4 + 4 \times x$ $G = 10 \times 3 - 10 \times x$

....

$D = 5 \times 6 + 6 \times x$ $H = 6 \times 8 - 8 \times x$

....

5 Complète, puis factorise chaque expression.

$J = 5y + 25$ $L = 6y - 42$

$J = 5 \times y + 5 \times$ ...... $L = 6 \times y - 6 \times$ ......

....

$K = 72 + 9y$ $M = 8 - 2y$

$K = 9 \times$ ...... $+ 9 \times$ ...... $M = 2 \times$ ...... $- 2 \times$ ......

....

6 Associe chaque expression de gauche à son écriture factorisée de droite.

$-3x + 21$ •	• $-3(x^2 + 7)$
$3x - 21$ •	• $-21(x + 1)$
$-21x - 21$ •	• $-3x(x - 7)$
$-3x^2 - 21$ •	• $3(x - 7)$
$-3x^2 + 21x$ •	• $-3(x - 7)$

7 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$-24y - 24$ •	• $-4(y^2 + 6)$
$-4y + 24$ •	• $-24(y + 1)$
$4y - 24$ •	• $-4y(y - 6)$
$-4y^2 + 24y$ •	• $4(y - 6)$
$-4y^2 - 24$ •	• $-4(y - 6)$

8 Factorise chaque expression.

$N = 4a^2 + 3a$ $S = a - 6a^2$

....

....

$P = 2b^2 + b$ $T = 5b - 4b^2$

....

....

$Q = 6c + 7c^2$ $U = 10c^2 - 9c$

....

....

$R = -8d + 5d^2$ $V = -3d^2 - 7d$

....

....

9 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$W = 7x^2 + 14x$ $Y = 15z^2 - 40z$

....

....

$X = -24y + 54y^2$ $Z = -21t - 18t^2$

....

....

Fiche 3 : réduire une expression littérale (1)

1 Réduis l'expression quand c'est possible.

a. $4 + 5x =$ ....

b. $4 \times 5x =$ ....

c. $4x \times 5 =$ ....

d. $4x + 5x =$ ....

e. $4x \times 5x =$ ....

f. $4 - 5x =$ ....

g. $4x - 5x =$ ....

h. $0 \times 5x =$ ....

2 Relie chaque expression à sa forme réduite.

$7x + 3$ •	• $21x$
$7x + 3x$ •	• $10x$
$7x - 3x$ •	• $7x + 3$
$7x \times 3$ •	• $25x$
$5x + 5x$ •	• $21x^2$
$7x \times 3x$ •	• $4x$

3 *Réduire des écritures littérales*

a. Réduis en indiquant les différentes étapes.

$A = 3a + 9a =$ (...... + ...) × ...... = ...

$B = 17b + 3b =$ (...... + ...) × ...... = ...

$C = 7c - 13c =$ ....

$D = 45d - 22d =$ ....

b. Réduis et donne le résultat simplifié.

$E = 15a + 24a =$ ....

$F = 48b + 12b =$ ....

$G = 67c - 61c =$ ....

$H = -8d - 25d =$ ....

4 Réduis chaque expression.

a. $7x + 3x =$ ....

b. $-7x + 3x =$ ....

c. $7x - 3x =$ ....

d. $-7x - 3x =$ ....

e. $2x + 5{,}5x =$ ....

f. $-2x - 5{,}5x =$ ....

g. $-2x + 5{,}5x =$ ....

h. $2x - 5{,}5x =$ ....

5 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

a. $9y^2 + 4y^2 =$ ....

b. $-8y - y =$ ....

c. $y^2 - 6y^2 =$ ....

d. $10y - 3y =$ ....

e. $5y^2 - 7y^2 =$ ....

f. $-2y - 8y =$ ....

g. $3y^2 + 9y^2 =$ ....

h. $6y - 5y =$ ....

6 Associe les expressions égales.

$4x + 5 + 2x$ •	• $9x + 2$
$-4x + 5 + 2x$ •	• $6x + 5$
$4x - 5 - 2x$ •	• $-2x + 5$
$-4x - 5 + 2x$ •	• $-2x - 5$
$4x + 5x + 2$ •	• $2x - 5$

7 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$-5y - 6 + 3y$ •	• $11y + 3$
$5y + 6 + 3y$ •	• $8y + 6$
$5y - 6 - 3y$ •	• $-2y + 6$
$5y + 6y + 3$ •	• $-2y - 6$
$-5y + 6 + 3y$ •	• $2y - 6$

8 Réduis chaque expression.

a. $13x - x + 7 =$ ....

b. $8x + 15 - 11x =$ ....

c. $12 - 6x + 4 =$ ....

d. $9 - 3x + x^2 + 6x =$ ....

e. $5x - 10x^2 + 2x^2 - 12 =$ ....

9 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

a. $12y - y + 2 =$ ....

b. $7y + 4 - 13y =$ ....

c. $10 - 8y + 3 =$ ....

d. $9 - y + y^2 + 5y =$ ....

e. $3y^2 - 6y + 2y^2 - 7 =$ ....

10 Souligne d'une même couleur les termes qui peuvent être regroupés, puis réduis.

$J = 8x + 10x + 4 + 9 =$ ....

$K = 5y + 2 + 3y + 7 =$ ....

$L = 11z - 12 + 5z + 6 =$ ....

$M = -3 - 4x - x + 10 =$ ....

$N = -6y - 11 + 8y + 7 =$ ....

$P = 15 + z - 2z + 9 =$ ....

1 Complète le tableau suivant en effectuant les sommes des expressions en ligne et en colonne.

$3x + 7$	$2x - 4$	$5x + 1$	→	
$6x - 10$	$x + 9$	$8x - 3$	→	
↓	↓	↓		↓
			→	

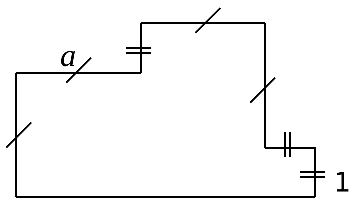
2 Regroupe les termes en x et les termes constants, puis réduis l'expression.

$A = 3x + 5 + 7x + 2x + 4x + 6$

$B = 5x - 4 + 9x - 8x + 1 - 7$

$C = 8 - 6x + 2 - x - 3 + 9$

3 On souhaite déterminer le périmètre de la figure suivante, en fonction de a.



a. Parmi les expressions suivantes, entoure celles qui sont correctes.

$D = a + 1 + a + a + 1 + 1 + 1 + a + a + a$

$E = a + 1 + 2a + 2 + 2a + 1 + 3a$

$F = a^2 + a^2 + a + 1$ | $H = 4a + 3$

$G = 4a + 3 + 4a + 1$ | $J = 2a + 2 + 2a + 2 + 2a$

b. Réduis ces expressions le plus possible.

4 Même énoncé qu'à l'exercice **1**.

$2y^2 - 3y + 7$	$y^2 + 5y - 4$	→	
$6y^2 + 4y + 9$	$5y^2 - 8y - 3$	→	
↓	↓		↓
		→	

5 Regroupe les termes en y^2, les termes en y et les termes constants, puis réduis l'expression.

$K = 5y^2 + 1 + 3y + 8 + 2y^2 + 4$

$L = 6 + 4y + 9y^2 - 10y - y^2 + 7$

$M = 9 - 2y^2 + 3y^2 - 6y - 7 + 5y - 8y^2$

6 Réduis chaque expression ci-dessous.

$N = 6x^2 + 9 + 2x + 5 + 4x^2 + 3$

$P = -1 + 5x + 8x^2 - 10x - 3x^2 - 7$

$R = 7 - x^2 - 4x^2 - 9x - 8 + 6x + 2x^2$

7 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$S = -4y + 6 - y^2 - y + 5y^2 - 2y - 11$

$T = 3y + 5 - 6y^2 - 4 + 3y^2 + 12y + y^2 - 7y$

$U = 9y^2 + 13 - 2y^2 - 6y^2 - 10 - 2y - 4y$

Fiche 5 : réduire une expression littérale (3)

1 Récris en supprimant les parenthèses.

A = $4a + (1 - 8a) =$ ....

B = $9 + (-7b + 6) =$ ....

C = $(5c + 4) + (-3c - 2)$

....

D = $11 + (-4 + 8d - 9)$

....

2 Récris en supprimant les parenthèses, puis réduis les expressions suivantes.

E = $3 + (10x + 2)$

....

....

G = $5 + (3 - 7x)$

....

....

F = $(6 - x) - 7$

....

....

H = $(9x - 4) + 8$

....

....

J = $(6x + 9) + (-8x - 2)$

....

....

3 Complète le tableau.

	Expression	Son opposé
a.	$4x + 3$	
b.	$6x - 7$	
c.	$-8x + 1$	
d.	$-2x - 5$	
e.	$2x^2 - 9x + 8$	
f.	$-x^2 - 5x + 10$	

4 Récris en supprimant les parenthèses.

K = $4a - (1 - 8a) =$ ....

L = $9 - (-7b + 6) =$ ....

M = $(5c + 4) - (-3c - 2)$

....

N = $11 - (-4 + 8d - 9)$

....

5 Récris en supprimant les parenthèses, puis réduis les expressions suivantes.

P = $3 - (10x + 2)$

....

....

R = $5 - (7x - 3)$

....

....

Q = $-(x - 6) - 7$

....

....

S = $-(9x - 4) + 8$

....

....

T = $(6x + 9) - (-8x - 2)$

....

....

6 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

U = $(-5x + 7) - (8 - 3x) + x$

....

....

....

V = $9x - (-5 + x) + (-4x + 2)$

....

....

....

W = $4x^2 - (2x^2 - 3x + 1) + (-6x + 7)$

....

....

....

7 Développe, puis réduis chaque expression.

X = $3y + 5y(y - 2)$

....

....

Y = $9 - 4(6 - 8y)$

....

....

Z = $10y - 3(2y + 7)$

....

....

1 Récris chaque expression en ajoutant les signes « × » sous entendus.

$A = 2x - 7$

....

$C = x^2 - 6x + 2$

....

$B = -4x(2{,}5 - x)$

....

$D = (5x - 4)(3 + x)$

....

2 Récris chaque calcul, en remplaçant x par 4, puis calcule la valeur de l'expression.

$E = 3x + 5$

$E = 3\times$...... $+ 5$

....

....

$G = 5(3 - x)$

$G = 5\times(3 -$ ......$)$

....

....

$F = x(6 - 2x)$

$F =$ ......$\times(6 - 2\times$......$)$

....

....

....

$H = -2(5x - 30)$

$H = -2\times($...... $- 30)$

....

....

....

3 Calcule chaque expression pour $x = -2$.

$J = x + 2$

....

....

....

$L = 4(1 - x)$

....

....

....

$K = 2x - 3$

....

....

....

$M = x^2 - 4x + 1$

....

....

....

4 **a.** Pour chaque valeur de y proposée, calcule la valeur de chaque expression, puis complète le tableau.

y	-3	-2	-1	0	1	2	3
$15 - 2y$							
$2y^2 + 3$							

b. Pour quelles valeurs de y les deux expressions $15 - 2y$ et $2y^2 + 3$ sont-elles égales ?

....

5 **a.** Pour chaque valeur de z, calcule la valeur de chaque expression, puis complète le tableau.

z	-1	$-0{,}5$	0	0,5	1	1,5	2
$5 + 8z$							
$8z^2 - 1$							

b. Pour quelles valeurs de z les deux expressions $5 + 8z$ et $8z^2 - 1$ sont-elles égales ?

....

6 **Tableur** On considère cette feuille de calcul.

	A	B	C	D	E	F
1	x	-3	-1	5	-2	0
2	5x-3	-18	-8	22	-13	-3
3	3x-7	-16	-10	8	-13	-7

a. À quoi correspond la formule entrée en B2 ?

....

....

b. Quelle formule a-t-on entrée en B3 ? ....

c. À l'aide du tableau, détermine une valeur de x pour laquelle les expressions $5x - 3$ et $3x - 7$ sont égales.

....

7 On considère l'expression :

$A = 3\,456\,789\,120 \times 3\,456\,789\,125 - 3\,456\,789\,120^2$

a. Effectue ce calcul à la calculatrice. Écris le résultat qu'elle affiche. Qu'en penses-tu ?

....

....

....

b. Soit $B = n(n + 5) - n^2$. Développe puis réduis B.

....

....

....

c. En t'aidant de la question **b**, calcule la valeur exacte de A.

....

....

....

....

Fiche 7 : substituer une valeur (2)

1 Le volume d'un cône est donné par la formule $\mathcal{V} = \frac{\pi r^2 \times h}{3}$ où r est le rayon de la base et h la hauteur. Un verre de forme conique a une hauteur de 17 cm et un rayon de base de 3 cm.

Peut-il contenir 20 cL de liquide ?

2 Pour calculer le volume commercial d'un pin en mètres cubes, on utilise la formule suivante : $\mathcal{V} = \frac{10}{24} \times D^2 \times h$ où D est le diamètre moyen d'un pin en mètres et h la hauteur en mètres.

Le lot est composé de 92 arbres de même hauteur 22 m, dont le diamètre moyen est 57 cm.

Sachant qu'un mètre cube de pin rapporte 70 €, combien la vente de ce lot rapporte-t-elle ? On arrondira à l'euro.

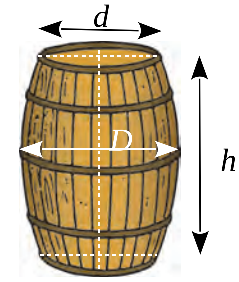
3 En France, l'ampleur de la marée est indiquée par un nombre entier appelé « coefficient de marée ». Au port de Brest, il se calcule grâce à la formule $C = \frac{H - N_0}{U} \times 100$, en donnant un résultat arrondi à l'entier le plus proche avec :

- C : coefficient de marée ;
- H : hauteur d'eau maximale en mètres pendant la marée ;
- N_0 = 4,2 m (*niveau moyen à Brest*) ;
- U = 3,1 m (*unité de hauteur à Brest*).

Dans l'après-midi du 26 octobre 2015, la hauteur d'eau maximale était de 7,4 mètres. Calcule le coefficient de cette marée (résultat arrondi à l'unité).

4 Le volume d'un tonneau est donné par la formule :

$\mathcal{V} = \frac{h\pi}{12}(2D^2 + d^2)$



a. Calcule le volume d'un tonneau dont les dimensions sont : h = 1,4 m ; D = 1,1 m et d = 0,9 m. Arrondis au dixième de m³.

b. Une barrique a pour dimensions :
h = 0,94 m ; d = 0,565 m et D = 0,695 m.
Son volume dépasse-t-il 250 L ?

5 La distance de freinage D_f (en m) d'un véhicule est donnée par la formule :

$D_f = \frac{V^2}{254 \times f}$ où V est la vitesse en km.h^{-1} et f est un coefficient qui dépend de l'état de la route.

a. Sur route sèche, f = 0,8. Calcule la distance de freinage d'un véhicule roulant à 50 km.h^{-1}.

b. Sur route mouillée, f = 0,4. Calcule la distance de freinage d'un véhicule roulant à 50 km.h^{-1}.

c. Détermine D_f sur route sèche et sur route mouillée, pour un véhicule roulant à 130 km.h^{-1}.

1 Soit le programme de calcul suivant.

- Choisir un nombre.
- Soustraire 8 à ce nombre.
- Multiplier le résultat par – 4.
- Ajouter le quadruple du nombre de départ.

a. Exécute ce programme de calcul...

- pour $x = 3$

....

....

....

- pour $x = -2$

....

....

....

b. Que remarques-tu ?

....

....

c. Quelle expression obtiens-tu si le nombre de départ est x ?

....

....

....

d. Explique alors ta réponse à la question **c**.

....

....

....

2 Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Ajouter 7 à son triple.
- Multiplier le résultat par le nombre choisi.
- Soustraire le nombre de départ.

a. Détermine le résultat obtenu pour le nombre de ton choix.

....

....

....

....

b. Exprime le résultat obtenu par le programme, pour un nombre x. Réduis cette expression.

....

....

....

....

c. Charles remarque qu'en choisissant un nombre entier, le programme donne toujours un multiple de 3. Justifie cette remarque.

....

....

....

....

....

3 On considère le programme de calcul suivant.

- Choisir un nombre.
- Le soustraire à 5.
- Multiplier le résultat par 4.
- Ajouter le triple du nombre de départ.

a. Applique-le à deux valeurs de ton choix.

....

....

....

....

....

b. Exprime le résultat obtenu par le programme, pour un nombre x. Réduis cette expression.

....

....

....

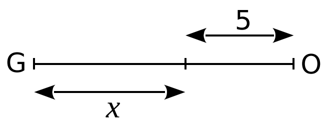
....

c. Ahmed dit que ce programme pourrait ne contenir que deux instructions au lieu de quatre. Lesquelles ?

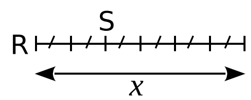
- ....
- ....

1 *Longueurs*

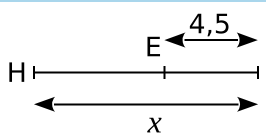
a. Exprime chaque longueur en fonction de x.



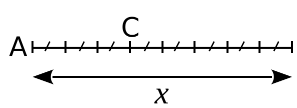
GO = ……………



RS = ……… x

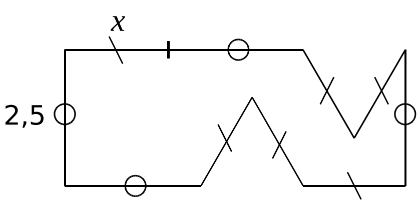


HE = ……………



AC = ……… x

b. Exprime le périmètre de la figure ci-dessous en fonction de x.

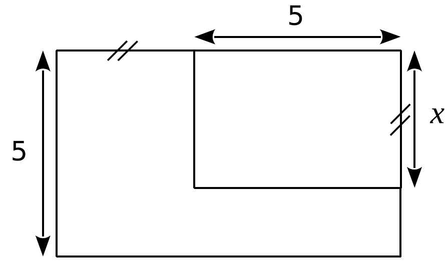


……………………………

……………………………

……………………………

2 Exprime l'aire de la partie colorée en fonction de x.



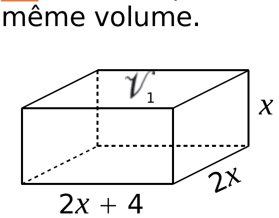
……………………………………………………………

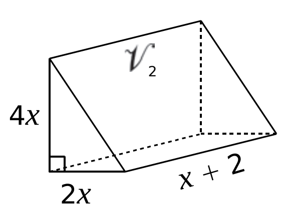
……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

3 Montre que les deux solides ci-dessous ont le même volume.





……………………………………………………………

……………………………………………………………

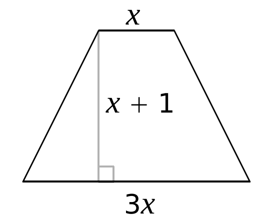
……………………………………………………………

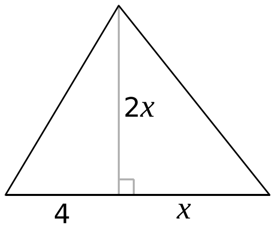
……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

4 On considère un trapèze et un triangle dont les dimensions sont données ci-dessous.





a. Calcule l'aire de chaque figure en fonction de x.

…………………………… ……………………………

…………………………… ……………………………

…………………………… ……………………………

b. Montre que la somme de ces aires est égale à l'aire d'un rectangle dont l'un des côtés mesure $3x$. Tu détermineras la mesure de l'autre côté.

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

5 *Entiers consécutifs*

a. Calcule, sur plusieurs exemples, la somme de quatre entiers consécutifs.

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

b. Comment peut-on trouver le résultat en ne connaissant que le premier entier ?

……………………………………………………………

……………………………………………………………

c. Soit n le premier des quatre entiers. Démontre alors ta conjecture.

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

d. Que peux-tu dire de la somme de cinq entiers consécutifs ? Justifie.

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

1 Une personne pratique le vélo de piscine depuis plusieurs années dans un centre aquatique, à raison de deux séances par semaine. Possédant une piscine depuis peu, elle envisage d'acheter un vélo de piscine pour pouvoir l'utiliser exclusivement chez elle, et ainsi ne plus se rendre au centre aquatique.

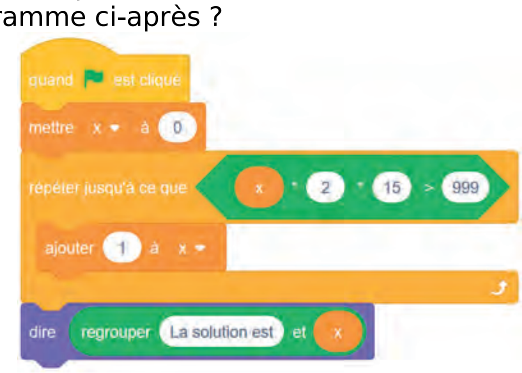
- Prix de la séance au centre aquatique : 15 €.
- Prix d'achat d'un vélo de piscine pour une pratique à la maison : 999 €.

a. Montre que 10 semaines de séances au centre aquatique lui coutent 300 €.

....

....

b. Que représente la solution affichée par le programme ci-après ?



....

....

....

c. Combien de semaines faudrait-il pour que l'achat du vélo de piscine soit rentabilisé ?

....

....

2 Aux États-Unis, la température se mesure en degrés Fahrenheit (°F). En France, elle se mesure en degrés Celsius (°C).

Pour faire les conversions d'une unité à l'autre, on a utilisé un tableur. Voici une copie de l'écran obtenu ci-contre.

	A	B
1	Conversions	
2	Températures en °C	Températures en °F
3	− 5	23
4	0	32
5	5	41
6	10	50
7	15	59
8	20	68
9	25	77

a. Quelle température en °F correspond à une température de 20 °C ?

....

b. Quelle température en °C correspond à une température de 41 °F ?

....

c. Pour convertir la température de °C en °F, il faut multiplier la température en °C par 1,8 puis ajouter 32. On a écrit une formule en B3, puis on l'a recopiée vers le bas. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B3 ?

....

3 *IMC*

Document n°1

Le surpoids est devenu un problème majeur de santé, celui-ci prédispose à beaucoup de maladies et diminue l'espérance de vie.

L'indice le plus couramment utilisé est celui de masse corporelle (IMC).

Document n°2

L'IMC est une grandeur internationale permettant de déterminer la corpulence d'une personne adulte entre 18 ans et 65 ans.

Il se calcule avec la formule suivante :

IMC = $\dfrac{\text{masse}}{\text{taille}^2}$ avec « masse » en kg et « taille » en m.

Normes :
- $18{,}5 \leqslant \text{IMC} < 25$ corpulence normale
- $25 \leqslant \text{IMC} < 30$ surpoids
- $\text{IMC} \geqslant 30$ obésité

Dans une entreprise, lors d'une visite médicale, un médecin calcule l'IMC de six des employés.
Il utilise pour cela une feuille de tableur dont voici un extrait :

	A	B	C	D	E	F	G
1	Taille (en m)	1,69	1,72	1,75	1,78	1,86	1,88
2	Masse (en kg)	72	85	74	70	115	85
3	IMC(*)	25,2	28,7	24,2	22,1	33,2	24,0
4	(*) *Valeur approchée au dixième*						

a. Parmi ces six employés, combien sont en situation de surpoids ou d'obésité ?

....

....

b. Laquelle de ces formules a-t-on écrite dans la cellule B3, puis recopiée à droite, pour calculer l'IMC ? Recopie la formule correcte.

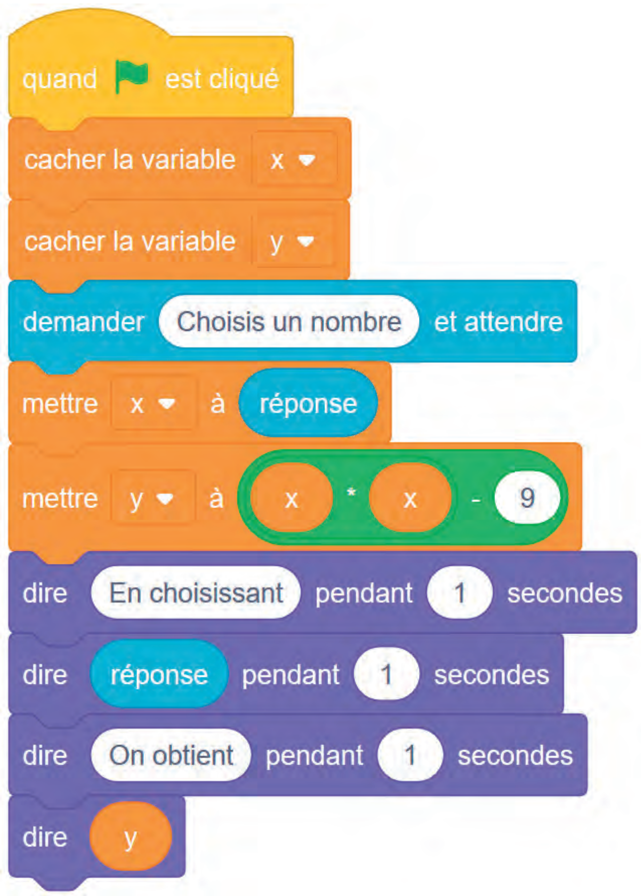
=72/1.69^2 =B1/(B2*B2)

=B2/(B1*B1) =$B2/($B1*$B1)

....

Fiche 11 : utiliser les outils numériques (2)

1 La figure ci-après est la copie d'écran d'un programme réalisé avec le logiciel SCRATCH.



a. Montre que si on choisit 2 comme nombre de départ, alors le programme renvoie – 5.

b. Que renvoie le programme si on choisit au départ :

- le nombre 5 ?
- le nombre – 4 ?

c. Détermine les nombres qu'il faut choisir au départ pour que le programme renvoie 0.

2 **Tableur** Voici deux programmes de calcul.

Programme A

- Choisir un nombre.
- Soustraire 0,5.
- Multiplier le résultat par le double du nombre choisi au départ.

Programme B

- Choisir un nombre.
- Calculer son carré.
- Multiplier le résultat par 2.
- Soustraire à ce nouveau résultat le nombre choisi au départ.

a. Montre que, si on applique le programme A au nombre 10, le résultat est 190.

b. Applique le programme B au nombre 10.

c. On a utilisé un tableur pour calculer des résultats de ces deux programmes.
Voici ce qu'on a obtenu :

	A	B	C
1	Nombre choisi	Programme A	Programme B
2	1	1	1
3	2	6	6
4	3	15	15
5	4	28	28
6	5	45	45
7	6	66	66

d. Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule C2, puis recopiée vers le bas ?

e. Quelle conjecture peut-on faire à la lecture de ce tableau ?

f. Prouve cette conjecture.

N7 Équations

g5.re/fdc

g5.re/um8

g5.re/4z2

1 Notion d'équation

Définition 1 Une **équation** à une inconnue est une égalité entre deux expressions littérales (deux membres) comportant une ou plusieurs fois la même lettre.

Exemple 1 :

L'égalité $4x - 11 = 37$ est une **équation**.
Elle comporte deux **membres** : le membre de gauche $4x - 11$ et le membre de droite 37.
Ces deux expressions sont séparées par le symbole « = ».
L'inconnue est notée à l'aide de la lettre « x » et est présente dans le membre de gauche.

Définition 2 Résoudre une équation à une inconnue, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue vérifiant l'égalité. Ces valeurs sont appelées « **solutions** » de l'équation.

Exemple 2 :
On considère l'équation $3x + 4 = -11$.

- Quand x est égal à 2, l'égalité n'est pas vérifiée puisque $3 \times 2 + 4 = 10$ et non -11.
- Mais, quand $x = -5$, l'égalité est vérifiée puisque $3 \times (-5) + 4 = -15 + 4 = -11$

On admet que cette équation n'admet qu'une seule solution.
On dit que -5 est la solution de cette équation.

2 Résoudre une équation

A Technique de résolution

Propriété 1 Une égalité reste vraie quand on additionne ou soustrait un même nombre aux deux membres de l'égalité.

Exemples 1 : On souhaite résoudre ces deux équations.

$x + 8 = 19$	$x - 7 = -8$	
$x + 8 - 8 = 19 - 8$	$x - 7 + 7 = -8 + 7$	→ On isole le terme x.
$x = 11$	$x = -1$	→ On simplifie.
11 est la solution de l'équation $x + 8 = 19$.	-1 est la solution de l'équation $x - 7 = -8$.	→ On donne la solution.

Propriété 2 Une égalité reste vraie quand on multiplie ou divise les deux membres de l'égalité par un même nombre non nul.

Exemples 2 : On souhaite résoudre ces deux équations.

$4x = 18$	$\dfrac{x}{3} = 2{,}5$	
$4x \div 4 = 18 \div 4$	$\dfrac{x}{3} \times 3 = 2{,}5 \times 3$	⟶ On isole le terme x.
$x = 4{,}5$	$x = 7{,}5$	⟶ On simplifie.
4,5 est la solution de l'équation $4x = 18$.	7,5 est la solution de l'équation $\dfrac{x}{3} = 2{,}5$.	⟶ On donne la solution.

Propriété 3 Pour résoudre une équation, on isole l'inconnue dans un membre, en utilisant les deux propriétés précédentes.

Exemple 3 : On souhaite résoudre cette équation.

$-3x + 5 = 12$

$-3x + 5 - 5 = 12 - 5$ ⟶ On soustrait 5 aux deux membres en appliquant la propriété 1.

$-3x = 7$ ⟶ On réduit.

$\dfrac{-3x}{-3} = \dfrac{7}{-3}$ ⟶ On divise par -3 les deux membres en appliquant la propriété 2.

$x = -\dfrac{7}{3}$ ⟶ On réduit.

$-\dfrac{7}{3}$ est la solution de l'équation $-3x + 5 = 12$.

Remarque : Quand on a déterminé la solution de l'équation, il est prudent d'effectuer une vérification en remplaçant l'inconnue par la valeur trouvée.

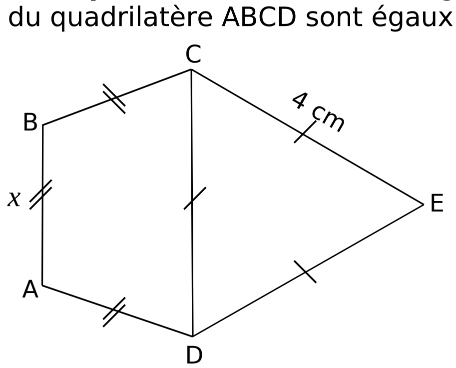
- On remplace x par $-\dfrac{7}{3}$ dans le membre de gauche de l'équation $-3x + 5 = 12$:

  $-3 \times \left(-\dfrac{7}{3}\right) + 5 = 7 + 5 = 12$

  Comme on obtient le membre de droite, $-\dfrac{7}{3}$ est bien solution de l'équation $-3x + 5 = 12$.

B Résolution de problème

Exemple : On considère cette figure où le périmètre du triangle équilatéral CDE et celui du quadrilatère ABCD sont égaux. On souhaite déterminer la longueur du côté [AB].



- Le périmètre de CDE est égal à 12 cm.
  On note x la longueur du côté [AB] en centimètres.
  Le périmètre de ABCD est donc égal à $3x + 4$.
  Dire que les deux périmètres sont égaux revient donc à chercher la valeur de x vérifiant l'égalité $3x + 4 = 12$.
  Il faut donc résoudre l'équation $3x + 4 = 12$.
  On dit qu'on a mis le problème en équation.

- On résout l'équation $3x + 4 = 12$.

$3x + 4 = 12$

$3x + 4 - 4 = 12 - 4$

$3x = 8$

$\dfrac{3x}{3} = \dfrac{8}{3}$

donc $x = \dfrac{8}{3}$

Vérification :

$3x + 4$

$= 3 \times \dfrac{8}{3} + 4$ ⟶ On remplace x par $\dfrac{8}{3}$ dans le membre de gauche.

$= 8 + 4$ ⟶ On calcule.

$= 12$ ⟶ On obtient le membre de droite 12.

- Les deux périmètres sont donc égaux quand la longueur du segment [AB] est égale à $\dfrac{8}{3}$ cm.

1 Relie chaque équation de gauche à sa solution de droite.

$3x + 1 = -2$ •	• 1
$3x - 1 = -2$ •	• $\frac{2}{3}$
$3x = 2$ •	• $\frac{1}{3}$
$3x - 1 = 2$ •	• $-\frac{1}{3}$
$3x + 1 = 2$ •	• -1

2 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

$2x + 3 = 3x + 7$ •	• -4
$2x + 3 = -3x + 7$ •	• $-0{,}8$
$2x - 3 = -3x + 7$ •	• 0
$2x - 3 = -3x - 7$ •	• $0{,}8$
$2x - 3 = 3x - 7$ •	• 2
$2x = 3x$ •	• 4

3 Le nombre 3 est-il solution de chacune de ces équations ?

a. $4x + 2 = 5$	**b.** $7 - 5x = -8$	**c.** $1{,}5x - 4{,}5 = 0$
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....

4 Le nombre -2 est-il solution de chacune de ces équations ?

a. $7x - 3 = 6x - 5$	**b.** $4x - 7 = 7x + 1$	**c.** $-2{,}7x + 5 = 3{,}3x - 6{,}2$
Pour $x = -2$, on calcule :	....	....
• d'une part, $7x - 3$	....	....
=	....	....
• d'autre part, $6x - 5$	....	....
=	....	....
Ces résultats sont	....	....
donc -2	....	....
....	....	....

5 **a.** Complète les tableaux de valeurs suivants.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$3 - 6x$								

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$7 - 2x$								

b. En t'aidant de ces tableaux, indique si les affirmations ci-dessous sont vraies ou fausses.

- 0 est solution de $3 - 6x = 3$ V F
- -3 est solution de $3 - 6x = -15$ V F
- -2 est solution de $7 - 2x = 1$ V F
- 1 est solution de $7 - 2x = 5$ V F

- 2 est solution de $3 - 6x = 7 - 2x$ V F

car ....

- -1 est solution de $3 - 6x = 7 - 2x$ V F

car ....

Fiche 2 : tester une égalité (2)

1 Le nombre 4 est-il solution de chacune des équations ?

a. $5x - 6 = 3x + 2$	**b.** $x^2 - 9 = 3x - 5$	**c.** $\frac{x-1}{12} = \frac{1}{4}$
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....
....	....	....

2 **Tableur** À l'aide du tableur, complète la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B
1	x	$x^2 + x - 2$
2	– 5	
3	– 4,5	
4	– 4	
5	– 3,5	
6	– 3	
7	– 2,5	
8	– 2	
9	– 1,5	
10	– 1	
11	– 0,5	
12	0	
13	0,5	
14	1	
15	1,5	
16	2	
17	2,5	
18	3	
19	3,5	
20	4	
21	4,5	
22	5	

On souhaite résoudre l'équation d'inconnue x :
$x^2 + x - 2 = 4$.

a. Margot dit que le nombre 2 est solution. A-t-elle raison ? Justifie.

....

....

....

b. Léo pense que le nombre 18 est solution. A-t-il raison ? Justifie.

....

....

....

c. Peut-on trouver une autre solution ? Justifie.

....

....

....

3 **Tableur** Dans la feuille de calcul ci-dessous, la colonne B donne les valeurs de l'expression $2x^2 - 3x - 9$ pour des valeurs de x de la colonne A.

	A	B
1	x	$2x^2 - 3x - 9$
2	– 2,5	11
3	– 2	5
4	– 1,5	0
5	– 1	– 4
6	– 0,5	– 7
7	0	– 9
8	0,5	– 10
9	1	– 10
10	1,5	– 9
11	2	– 7
12	2,5	– 4
13	3	0
14	3,5	5
15	4	11
16	4,5	18
17	5	26
18		

a. Si on tape le nombre 6 dans la cellule A18, quelle valeur va-t-on obtenir dans la cellule B18 ?

....

....

....

....

b. À l'aide du tableur, trouve deux solutions de l'équation : $2x^2 - 3x - 9 = 0$.

....

....

1 Résous chaque équation.

a. $x + 2 = 0$	**b.** $-3 + x = 0$	**c.** $-9 + x = -4$	**d.** $7 - x = -2$	**e.** $2 - x = 10$

2 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

a. $2x = 7$	**b.** $7x = -2$	**c.** $-3x = 4$	**d.** $-9x = -45$	**e.** $11x = 44$

3 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

a. $2x + 9 = 0$	**b.** $5 - 4x = 0$	**c.** $6x - 7 = 0$	**d.** $-8 - 3x = 0$
e. $6x + 42 = 0$	**f.** $5 - 2{,}5x = 0$	**g.** $7x - 1 = 0$	**h.** $-8x - 8 = 0$

4 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

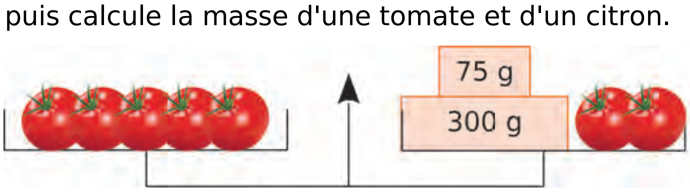
a. $2x + 9 = 5$	**b.** $5 - 4x = 1$	**c.** $6x - 7 = 4$	**d.** $-8 - 3x = 2$
e. $6x + 8 = 1$	**f.** $-5 + 7x = -5$	**g.** $4 - 0{,}1x = -6$	**h.** $-5{,}5 - 3x = -7{,}5$

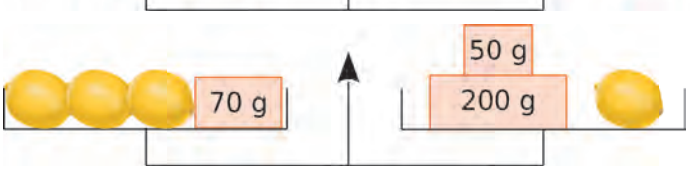
Fiche 4 : résoudre une équation (2)

1 Résous chaque équation.

a. $12 + 3x = 7x + 10$	**b.** $-3x - 4 = 5 + x$	**c.** $4x - 9 = -6 + 12x$
d. $2 + 5x = -2x - 3$	**e.** $4x - 1 = 14 + x$	**f.** $-0{,}1 + 6x = -8x + 0{,}1$

2 Dans les deux cas, la balance est en équilibre. Écris une équation exprimant chaque situation, puis calcule la masse d'une tomate et d'un citron.





....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

3 Medhi et Sarah commencent par taper un même nombre sur leur calculatrice.

Mehdi tape ensuite la suite de touches suivante :

× 4 − 7 =

Tandis que Sarah tape celle-ci :

+ 3 = × 2 =

Ils constatent qu'ils obtiennent le même résultat. Quel nombre ont-ils tapé au départ ?

....

....

....

....

....

....

....

1 Un sac de 250 billes rouges et noires contient 18 billes rouges de plus que de billes noires.
Combien de billes de chaque couleur contient-il ?
On désigne par x le nombre de billes noires.

a. Exprime en fonction de x…
- le nombre de billes rouges :

....

- le nombre total de billes :

....

b. Écris une équation qui correspond à la résolution du problème, puis résous-la.

....

....

....

....

c. Conclus en donnant le nombre de billes de chaque couleur.

....

....

....

....

2 Martin a 30 ans de plus que son fils. Dans 5 ans, Martin aura le double de l'âge de son fils. Quel âge a Martin ? Quel est l'âge de son fils ?

a. On désigne par x l'âge du fils. Complète le tableau avec des âges exprimés en fonction de x.

	Martin	Fils de Martin
Âge actuel		
Âge dans 5 ans		

b. Écris une équation qui traduit le texte, résous-la et conclus.

....

....

....

....

....

....

....

....

3 Ma tirelire contient 200 pièces, les unes de 0,20 € et les autres de 0,50 €, pour un total de 52,30 €.

Combien de pièces de chaque sorte contient ma tirelire ?

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4 Dans une assemblée de 500 personnes, il y a deux fois plus de Belges que de Luxembourgeois, et 48 Néerlandais de plus que de Luxembourgeois.
Quelle est la composition de l'assemblée ?
On désigne par x le nombre de Luxembourgeois.

a. Exprime en fonction du nombre x…

- le nombre de Belges : ....
- le nombre de Néerlandais : ....
- le nombre total de personnes :

....

b. Écris une équation qui traduit que le nombre total de personnes est 500, puis résous-la.

....

....

....

....

c. Quelle est la composition de cette assemblée ?

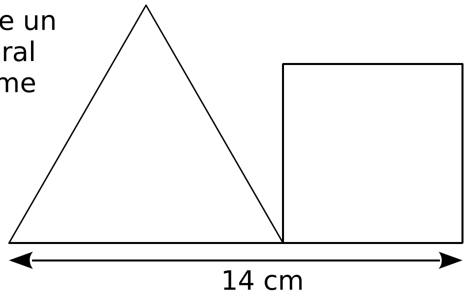
....

....

....

....

1 On juxtapose un triangle équilatéral et un carré comme schématisé ci-contre.



Est-il possible que le triangle et le carré aient le même périmètre ?

....

....

....

....

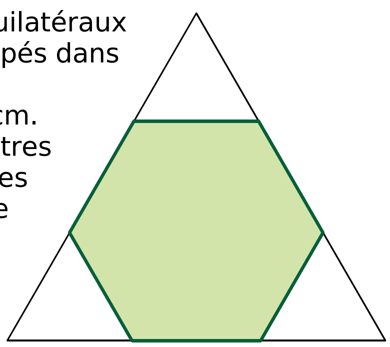
....

....

....

....

2 Trois triangles équilatéraux identiques sont découpés dans les coins d'un triangle équilatéral de côté 6 cm. La somme des périmètres des trois petits triangles est égale au périmètre de l'hexagone vert restant. Quelle est la mesure du côté des petits triangles ?



....

....

....

....

....

....

....

....

....

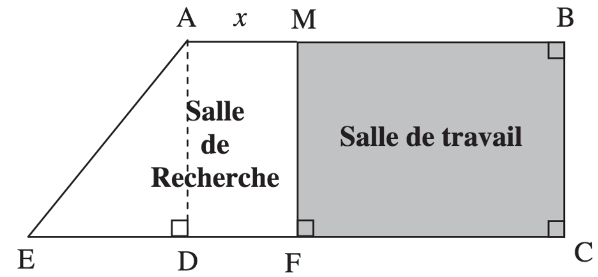
....

....

....

3 La figure ci-dessous est une vue de la surface au sol du C.D.I. d'un collège qui doit être réaménagé en deux parties distinctes : une salle de recherche et une salle de travail.

ABCE est un trapèze rectangle tel que :
AB = 9 m, BC = 8 m et DE = 6 m.
M est un point du segment [AB]. On pose AM = x avec x désignant une distance **exprimée en mètre** : $0 \leqslant x \leqslant 9$.



Rappel : L'aire d'un trapèze de hauteur h, de bases b et B, est donnée par $\mathscr{A} = \dfrac{h(b+B)}{2}$.

La documentaliste souhaite que l'aire de la salle de travail soit égale à celle de la salle de recherche.

a. Dans cette question, uniquement, on suppose : $x = 1$. Calcule l'aire du trapèze AMFE (salle de recherche) et l'aire du rectangle MBCF (salle de travail).

....

....

....

....

b. Exprime en fonction de x l'aire du trapèze AMFE.

....

....

c. Exprime en fonction de x l'aire du rectangle MBCF.

....

....

d. Conclus.

....

....

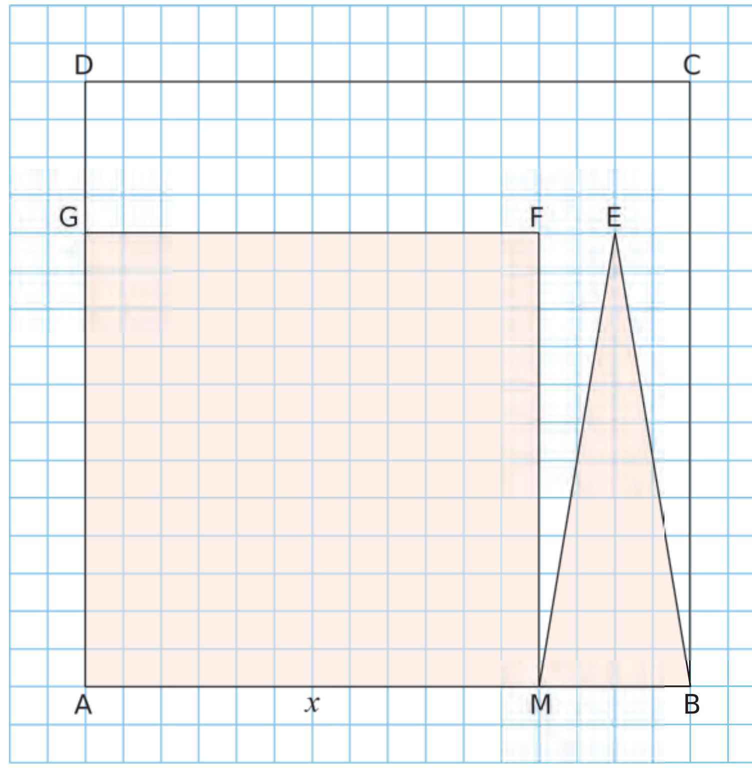
....

....

....

....

Tableur Le carré ABCD a un côté de longueur 8 cm. M est un point du segment [AB]. Dans le carré ABCD, on trace un carré de côté [AM], et un triangle isocèle de base [MB] dont la hauteur a la même mesure que le côté [AM] du carré.



a. Quelle est l'aire du carré ABCD ?

....

b. Sur la figure ci-contre, AM = 6 cm.

- Quelle est l'aire du carré AMFG ?

....

- Quelle est l'aire du triangle BME ?

....

c. Pour AM = x, quelle est l'aire du carré AMFG ? Et celle du triangle BME ?

....

....

d. Dans une feuille de calcul, recopie le tableau ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	1	2	3	4	5	6	7
2	Aire AMFG							
3	Aire BME							
4	Somme							

e. Programme les cellules pour qu'elles calculent les aires indiquées aux lignes 2 et 3, et la somme de ces deux aires à la ligne 4.

f. L'aire du carré est-elle toujours supérieure à l'aire du triangle ? Justifie.

....

....

....

....

g. On souhaite déterminer la valeur de x, pour laquelle l'aire du carré AMFG est supérieure à l'aire du triangle BME. À l'aide du tableau, donne un encadrement de cette valeur.

....

....

h. Affine cette valeur à l'aide du tableur et donnes-en un encadrement au centième.

....

i. La somme des deux aires est-elle toujours inférieure à la moitié de l'aire du carré ABCD ?

....

....

....

....

j. On souhaite déterminer la valeur de x, pour laquelle la somme des deux aires est inférieure à la moitié de celle du carré ABCD. À l'aide du tableau, donne un encadrement de cette valeur.

....

....

k. Affine cette valeur à l'aide du tableur et donnes-en un encadrement au centième.

....

l. Pour quelles valeurs entières de x ces deux conditions sont-elles réunies ?

....

G1 Triangles et parallèles

g5.re/t3c

g5.re/fv2

g5.re/va2

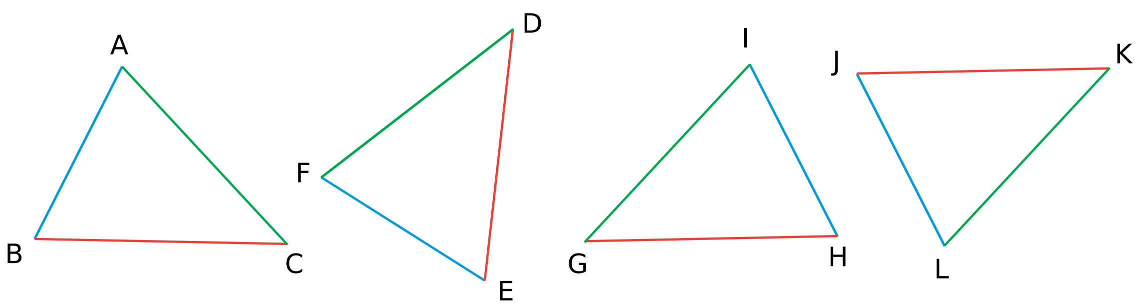
1 Cas d'égalité des triangles

Définition

Deux triangles sont **isométriques** si leurs côtés ont la même longueur deux à deux.

Exemple : Les triangles ABC, DEF, GHI et JKL sont isométriques.

▶ Ils sont superposables par glissement et/ou retournement.



Propriété 1 **Si** deux triangles ont un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure deux à deux **alors** ils sont isométriques.

Exemple :

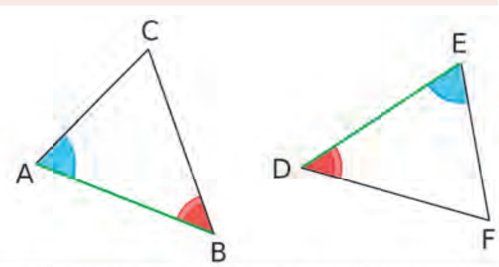
AB = DE

Le côté [AB] est compris entre les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CBA}$.

Le côté [DE] est compris entre les angles $\widehat{FED}$ et $\widehat{EDF}$.

De plus, $\widehat{CAB} = \widehat{FED}$ et $\widehat{CBA} = \widehat{EDF}$.

Donc les triangles ABC et EDF sont isométriques.



Propriété 2 **Si** deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur deux à deux **alors** ils sont isométriques.

Exemple :

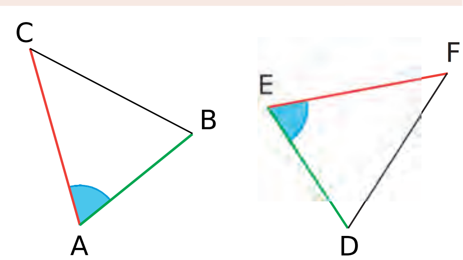
$\widehat{CAB} = \widehat{FED}$

L'angle $\widehat{CAB}$ est compris entre les côtés [AC] et [AB].

L'angle $\widehat{FED}$ est compris entre les côtés [EF] et [ED].

De plus, AC = EF et AB = ED.

Donc les triangles ABC et DEF sont isométriques.



Propriété 3 **Si** deux triangles sont isométriques **alors** :

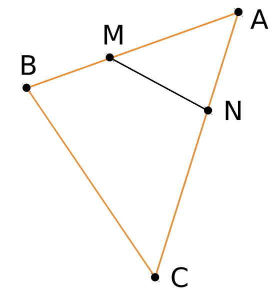
- leurs angles ont la même mesure ;
- leurs aires sont égales.

Remarques : Attention, la réciproque n'est pas forcément vraie.

- Deux triangles peuvent avoir des angles de même mesure deux à deux sans pour autant être isométriques.
- Deux triangles peuvent avoir la même aire sans pour autant être isométriques.

2 Le théorème direct de Thalès

A Configuration

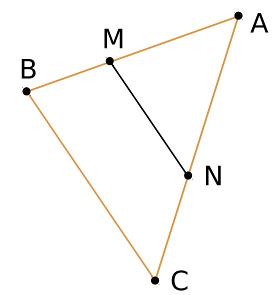


On considère un triangle ABC, un point M appartenant à [AB] et un point N appartenant à [AC].

On associe deux à deux les côtés des triangles emboités ABC et AMN :

Côtés du triangle ABC	[AB]	[AC]	[BC]
Côtés du triangle AMN	[AM]	[AN]	[MN]

B Théorème de Thalès

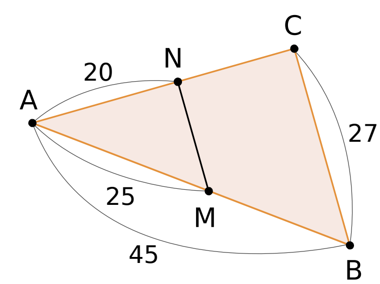


Théorème

Si, dans un triangle ABC, M ∈ [AB], N ∈ [AC] et les droites (BC) et (MN) sont parallèles **alors** $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Remarque : Les longueurs des côtés du triangle AMN sont proportionnelles aux longueurs des côtés associés du triangle ABC.

C Calcul de longueurs



Exemple 1 :

Dans cette figure, les droites (BC) et (MN) sont parallèles,
AM = 25 mm ; AB = 45 mm ; AN = 20 mm et BC = 27 mm.
On cherche à déterminer les longueurs AC et MN.

Dans le triangle ABC, M ∈ [AB], N ∈ [AC] et les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$, ce qui donne, en remplaçant par les longueurs connues : $\frac{25}{45} = \frac{20}{AC} = \frac{MN}{27}$.

Calcul de AC :

$\frac{25}{45} = \frac{20}{AC}$ donc $25 \times AC = 45 \times 20$

$AC = \frac{45 \times 20}{25}$

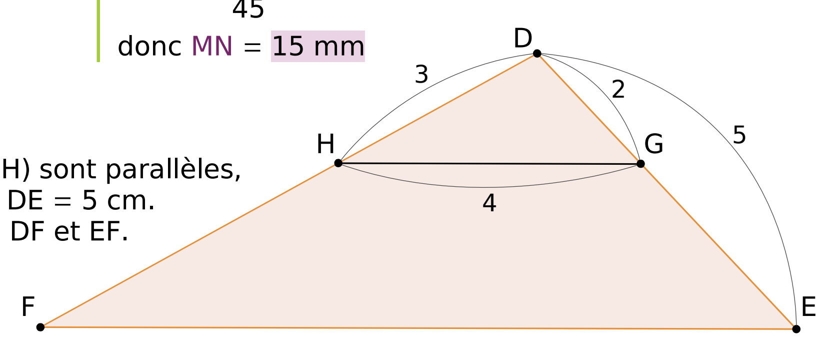
donc AC = 36 mm

Calcul de MN :

$\frac{25}{45} = \frac{MN}{27}$ donc $45 \times MN = 25 \times 27$

$MN = \frac{25 \times 27}{45}$

donc MN = 15 mm



Exemple 2 :

Dans cette figure, les droites (EF) et (GH) sont parallèles,
DG = 2 cm ; DH = 3 cm ; GH = 4 cm et DE = 5 cm.
On cherche à déterminer les longueurs DF et EF.

- Dans le triangle DEF, G ∈ [DE], H ∈ [DF] et les droites (EF) et (GH) sont parallèles donc, d'après le théorème de Thalès, le tableau suivant est un tableau de proportionnalité.

Longueur des côtés du triangle DGH	DH = 3 cm	DG = 2 cm	GH = 4 cm
Longueur des côtés du triangle DEF	DF = 3 cm × 2,5	DE = 5 cm	EF = 4 cm × 2,5

× 2,5

Ainsi, on obtient : DF = 7,5 cm et EF = 10 cm.

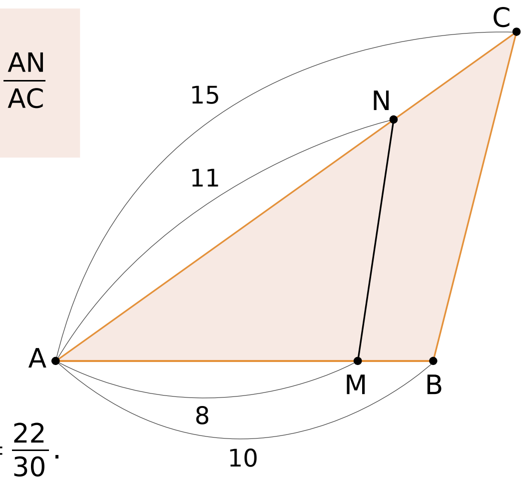
Remarque : Le triangle DEF est un agrandissement de rapport 2,5 du triangle DGH.

D Démontrer que deux droites ne sont pas parallèles

Théorème

Si, dans un triangle ABC, M ∈ [AB], N ∈ [AC] et $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$

alors les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.



Exemple :

Dans cette figure qui n'est pas en vraie grandeur,
AN = 11 cm ; AM = 8 cm ; AC = 15 cm et AB = 10 cm.

Dans le triangle ABC, M ∈ [AB] et N ∈ [AC].

On calcule séparément les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

D'une part, $\frac{AM}{AB} = \frac{8}{10} = \frac{24}{30}$.   D'autre part, $\frac{AN}{AC} = \frac{11}{15} = \frac{22}{30}$.

On constate que $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$.

Or, si les droites (BC) et (MN) étaient parallèles, d'après le théorème de Thalès, il y aurait égalité.
Comme ce n'est pas le cas, les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

3 Le théorème réciproque de Thalès

A Réciproque du théorème de Thalès

Théorème

Si, dans un triangle ABC, M ∈ [AB], N ∈ [AC] et $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Remarque :

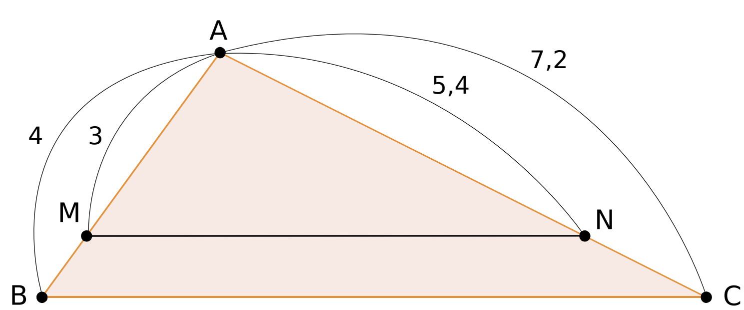
Attention, il ne suffit pas de vérifier l'égalité des rapports.
Il faut aussi s'assurer que les points sont placés dans le bon ordre.

B Démontrer que deux droites sont parallèles

La réciproque du théorème de Thalès permet, dans une configuration où l'on connaît certaines longueurs, de déterminer si des droites sont parallèles.

Exemple :

Dans cette figure, AM = 3 cm ; AB = 4 cm ; AC = 7,2 cm et AN = 5,4 cm.



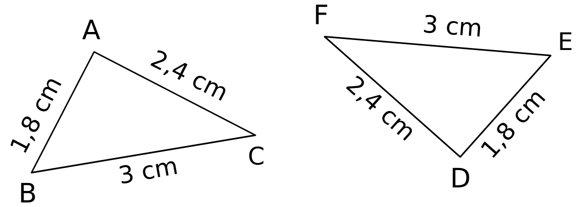
Dans le triangle ABC, M ∈ [AB] et N ∈ [AC]. On calcule séparément les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

D'une part, $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{4}$.   D'autre part, $\frac{AN}{AC} = \frac{5,4}{7,2} = \frac{54}{72} = \frac{\cancel{18} \times 3}{\cancel{18} \times 4} = \frac{3}{4}$.

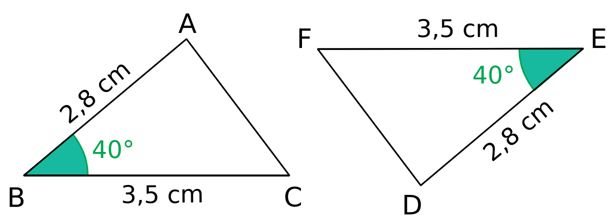
On constate que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ donc d'après la réciproque du théorème de Thalès,
les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

1 Dans chaque cas, justifie l'égalité des triangles ABC et DEF.

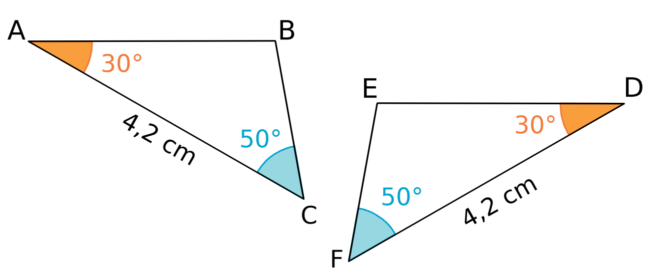
a.



b.

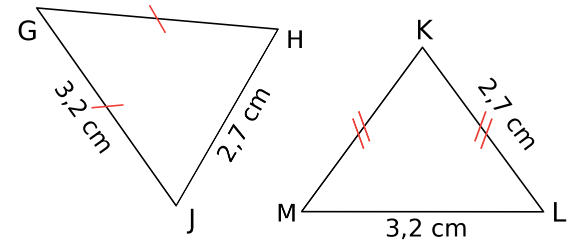


c.

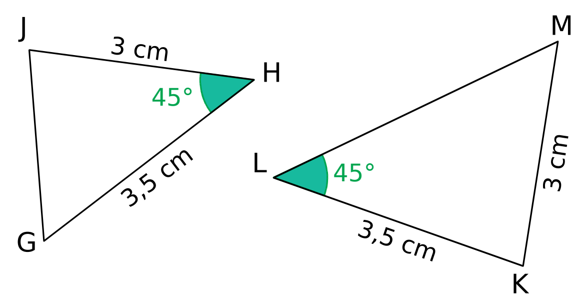


2 Dans chaque cas, explique pourquoi les triangles GHJ et KLM ne sont pas égaux.

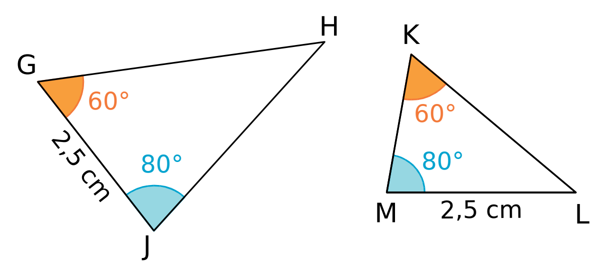
a.



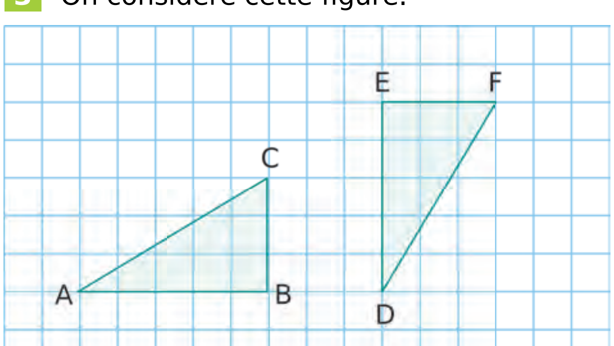
b.



c.



3 On considère cette figure.

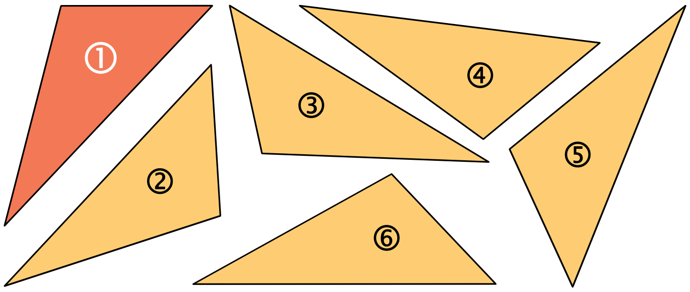


a. Pourquoi peut-on affirmer que les triangles ABC et DEF sont isométriques ?

b. Code les côtés de même longueur et les angles de même mesure.

Fiche 2 : utiliser les cas d'égalité de triangles (2)

1 Tous ces triangles sont égaux.



a. Quels triangles sont superposables au triangle ① par glissement ?

....

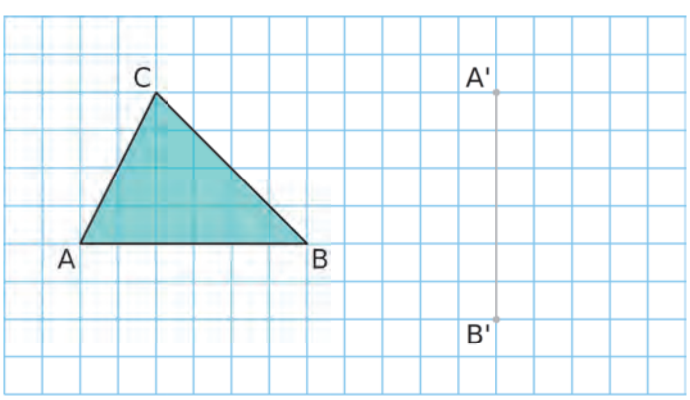
b. Quels triangles sont superposables au triangle ① par glissement, puis retournement ?

....

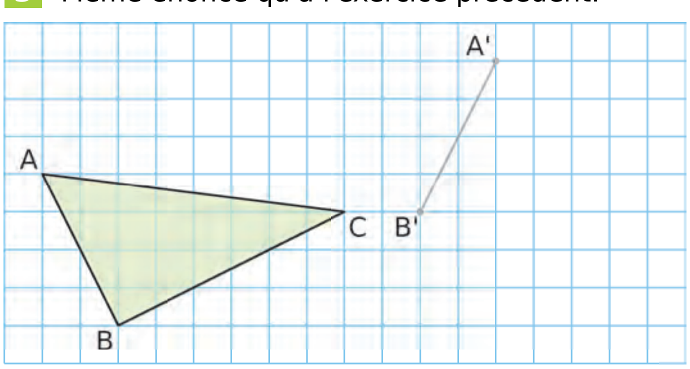
c. À l'aide du compas, construis un triangle égal au triangle ①, superposable...

• par glissement :	• par glissement puis retournement :

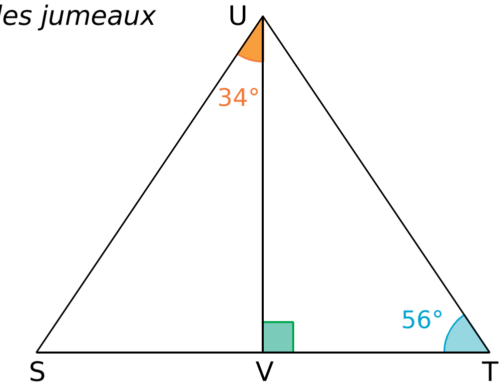
2 Construis un triangle A'B'C' égal au triangle ABC à partir du côté [A'B']. Les deux solutions seront tracées avec des couleurs différentes.



3 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.



4 *Triangles jumeaux*



a. Explique pourquoi les triangles SUV et TUV sont égaux.

....

....

....

....

....

b. Quelle est la nature du triangle SUT ? Justifie.

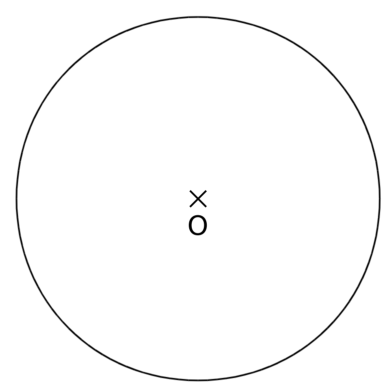
....

....

....

5 Soit un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O.

a. Trace deux diamètres [AB] et [CD].



b. Justifie que les triangles AOC et BOD sont égaux.

....

....

....

....

....

c. Que peut-on en déduire pour les segments [AC] et [BD] ?

....

....

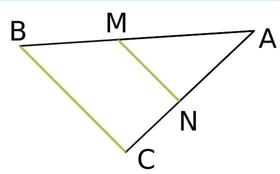
....

1 Complète les pointillés pour que les rapports soient égaux.

a. $\frac{4}{5} = \frac{\text{......}}{7{,}5}$	**b.** $\frac{9}{12} = \frac{6}{\text{......}}$	**c.** $\frac{\text{......}}{4{,}2} = \frac{5}{6}$	**d.** $\frac{7}{\text{......}} = \frac{10{,}5}{15}$	**e.** $\frac{3}{8} = \frac{\text{......}}{12}$	**f.** $\frac{2{,}4}{3} = \frac{4}{\text{......}}$
g. $\frac{\text{......}}{14} = \frac{7{,}5}{10{,}5}$	**h.** $\frac{2{,}1}{\text{......}} = \frac{3}{7}$	**i.** $\frac{7}{11} = \frac{\text{......}}{9{,}9}$	**j.** $\frac{7{,}8}{\text{......}} = \frac{6}{6{,}5}$	**k.** $\frac{4{,}5}{6} = \frac{36}{\text{......}}$	**l.** $\frac{4{,}7}{6{,}3} = \frac{\text{......}}{32{,}76}$

2 Les droites en vert sont parallèles. Retrouve, pour chaque figure, les deux triangles et les deux droites parallèles puis écris l'égalité de rapports correspondante.

a.



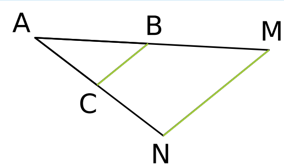
Petit triangle : ....

Grand triangle : ....

Droites : (...........) // (...........)

$\frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}}$

b.



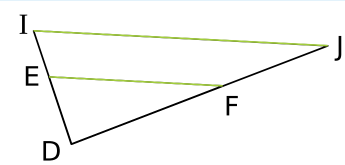
Petit triangle : ....

Grand triangle : ....

Droites : (...........) // (...........)

$\frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}}$

c.



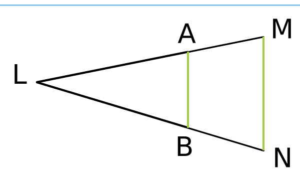
Petit triangle : ....

Grand triangle : ....

Droites : (...........) // (...........)

$\frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}}$

d.



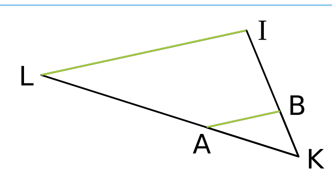
Petit triangle : ....

Grand triangle : ....

Droites : (...........) // (...........)

$\frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}}$

e.



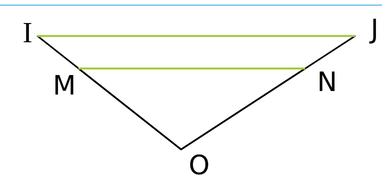
Petit triangle : ....

Grand triangle : ....

Droites : (...........) // (...........)

$\frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}}$

f.



Petit triangle : ....

Grand triangle : ....

Droites : (...........) // (...........)

$\frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}}$

3 En te référant à l'exercice **2**, écris puis résous l'équation permettant de retrouver le côté manquant.

a. AM = 5 ; AB = 6 ; AC = 7,2
Calcule AN.

$\frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}}$ donc AN = ...

b. AB = 2 ; AC = 2,5 ; AM = 8
Calcule AN.

$\frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}}$ donc AN = ...

c. DE = 7 ; DF = 8 ; DI = 8,4
Calcule DJ.

$\frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}}$ donc DJ = ...

d. LB = 3 ; LN = 18 ; AB = 2
Calcule MN.

$\frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}}$ donc MN = ...

e. KA = 9 ; KL = 11 ; LI = 16,5
Calcule AB.

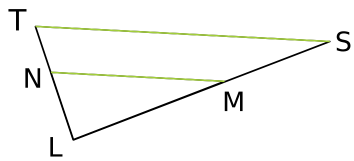
$\frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}}$ donc AB = ...

f. OI = 6 ; OM = 1,5 ; IJ = 4,4
Calcule MN.

$\frac{\text{........}}{\text{........}} = \frac{\text{........}}{\text{........}}$ donc MN = ...

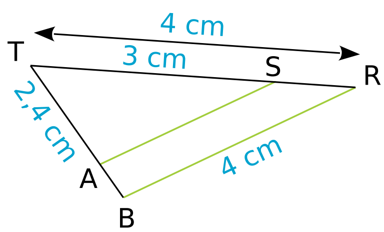
Fiche 4 : appliquer le théorème de Thalès (2)

1 Les droites (NM) et (ST) sont parallèles. Complète ce tableau de proportionnalité.



	Longueurs...		
	LM	LN	MN
Triangle LMN		4	10
Triangle LST	12,8	6,4	
	LS	LT	ST

2 Les droites (AS) et (BR) sont parallèles. On veut calculer AS et TB. Complète les pointillés.



Dans le triangle BRT, S ∊ [TR], ... ∊ .... et

(AS) .... (BR). Donc, d'après le théorème de Thalès,

on a : $\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

soit $\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

<u>Calcul de TB</u> :

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

soit TB = $\frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots}$

Donc TB = ... cm.

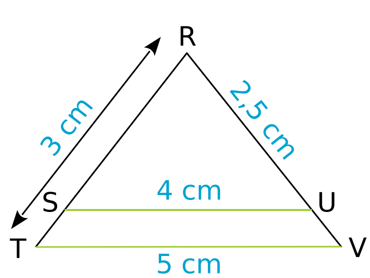
<u>Calcul de AS</u> :

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

soit AS = $\frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots}$

Donc AS = ... cm.

3 Les droites SU et TV sont parallèles. Calcule RS et RV.



....

....

....

....

....

....

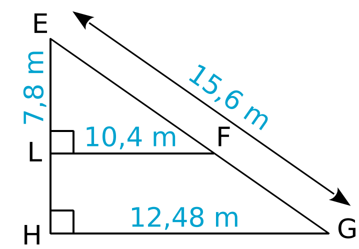
....

....

....

....

4 On considère la figure ci-contre.



a. Que dire des droites (LF) et (HG) ?

....

....

b. Calcule EH et EF.

....

....

....

....

....

....

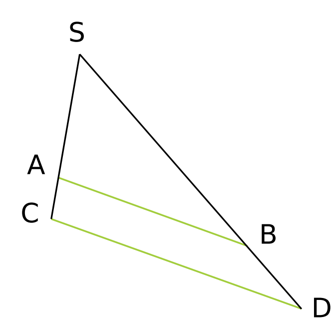
....

....

5 Les droites (AB) et (CD) sont parallèles. SA = 3 cm, AB = 4 cm et CD = 5,5 cm.

a. Place les mesures sur la figure.

b. Calcule la longueur SC. Tu arrondiras le résultat au millimètre.



....

....

....

....

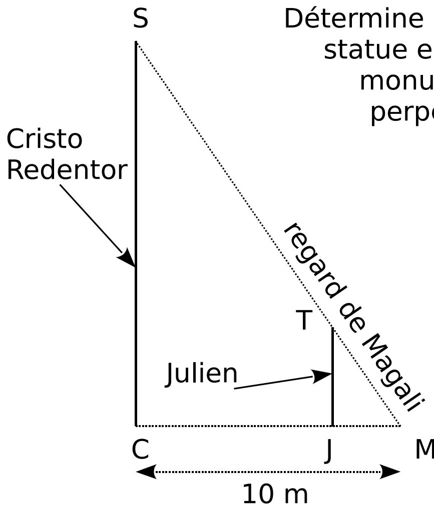
....

....

....

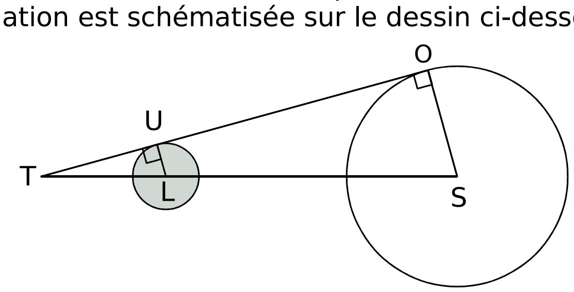
....

1 Cristo Redentor, symbole brésilien, est une grande statue dominant la ville de Rio qui s'érige au sommet du mont Corcovado. Au pied du monument, Julien et Magali souhaitent mesurer la hauteur de la statue (socle compris). Julien, qui mesure 1,90 m, se place debout à quelques mètres devant la statue. Magali place le regard au niveau du sol de telle manière qu'elle voie le sommet du Cristo (S) et celui de la tête de Julien (T) alignés ; elle se situe alors à 10 m de la statue et à 50 cm de Julien. La situation est modélisée ci-dessous par la figure qui n'est pas à l'échelle.



Détermine la hauteur SC de la statue en supposant que le monument et Julien sont perpendiculaires au sol.

2 Tom observe une éclipse de Soleil. Cette situation est schématisée sur le dessin ci-dessous.



Tom se trouve au point T, le point S représente le centre du Soleil et le point L le centre de la Lune.

Les points T, L et S sont alignés.

Le rayon du Soleil SO mesure environ 695 000 km ; le rayon de la Lune LU mesure environ 1 736 km.

La distance TS est égale à 150 millions de km.

Calcule la distance TL. Tu donneras l'arrondi au kilomètre.

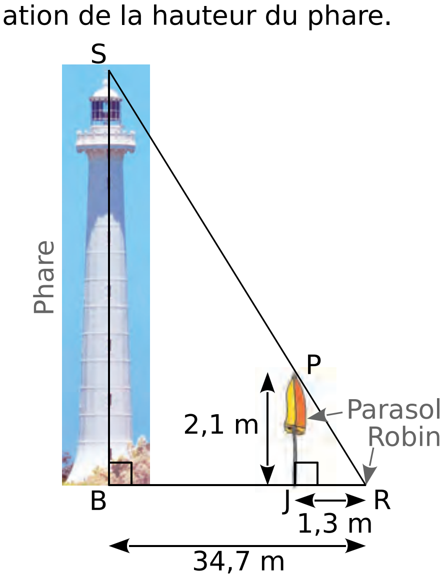
3 Pendant les vacances, Robin est allé visiter le phare Amédée. Lors d'une sieste sur la plage, il a remarqué que le sommet d'un parasol était en parfait alignement avec le sommet du phare. Robin a donc pris quelques mesures et a décidé de faire un schéma de la situation dans le sable pour trouver une estimation de la hauteur du phare.

Les points B, J et R sont alignés.

(SB) et (BR) sont perpendiculaires.
(PJ) et (BR) sont perpendiculaires.

Quelle hauteur, arrondie au mètre, va-t-il trouver à l'aide de son plan ?

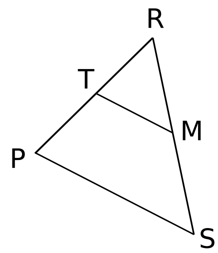
Justifie la réponse.



Fiche 6 : démontrer que deux droites sont ou ne sont pas parallèles (1)

1 Sur la figure ci-contre, RM = 4 cm ; RS = 5 cm ; RT = 6 cm et RP = 7,5 cm.
Les points R, T et P sont alignés, ainsi que les points R, M et S.

On veut montrer que les droites (MT) et (SP) sont parallèles.



a. Compare les rapports $\frac{RM}{RS}$ et $\frac{RT}{RP}$.

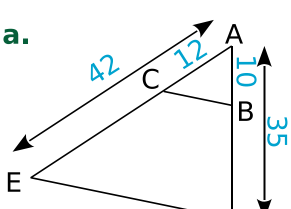
$\frac{RM}{RS} = \dots\dots\dots$ | $\frac{RT}{RP} = \dots\dots\dots$

b. Précise la disposition des points.

c. Conclus.

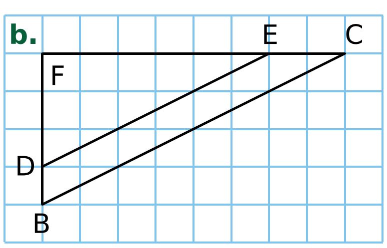
2 Dans chaque cas, démontre que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

a.



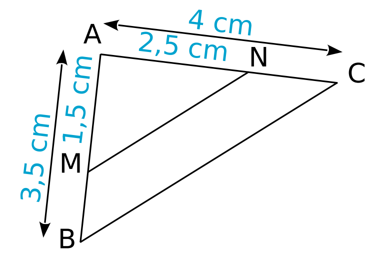
(longueurs en m)

b.



3 Les points A, M, B sont alignés, ainsi que les points A, N et C.

On veut montrer que les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.



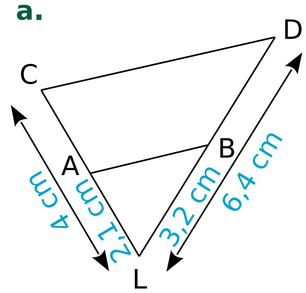
a. Calcule et compare les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

$\frac{AM}{AB} = \dots\dots\dots$ | $\frac{AN}{AC} = \dots\dots\dots$

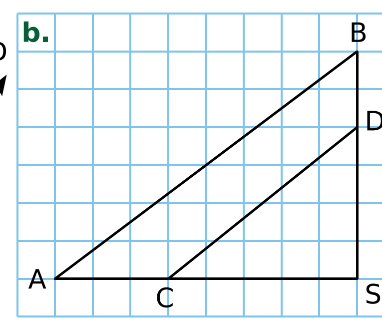
b. Conclus.

4 Dans chaque cas, démontre que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

a.



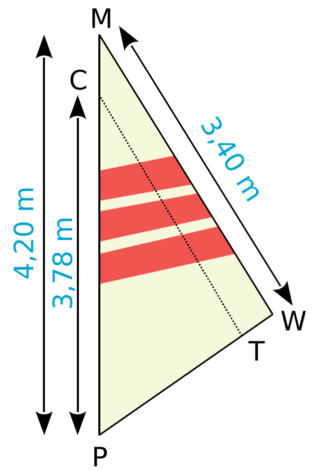
b.



1 Un centre nautique souhaite effectuer une réparation sur une voile. La voile a la forme du triangle PMW ci-contre.

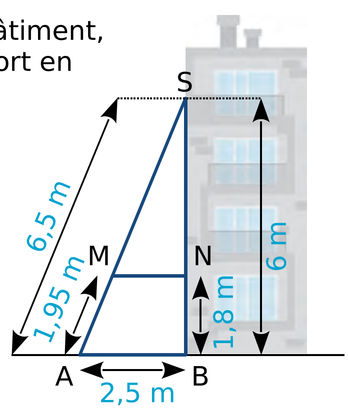
On souhaite faire une couture suivant le segment [CT]. Une fois la couture terminée, on mesure PT = 1,88 m et PW = 2,30 m.

La couture est-elle parallèle à (MW) ?



2 Pour consolider un bâtiment, on a construit un contrefort en bois (dessin ci-contre). Le montant [BS] est perpendiculaire au sol.

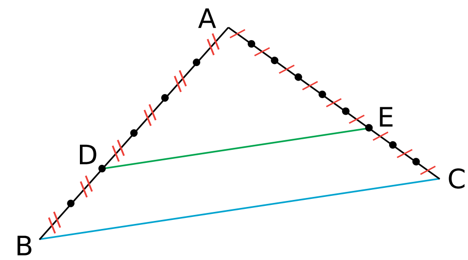
On donne :
BS = 6 m ;
BN = 1,8 m ;
AM = 1,95 m ;
AS = 6,5 m ;
AB = 2,5 m.



a. Calcule les longueurs SM et SN.

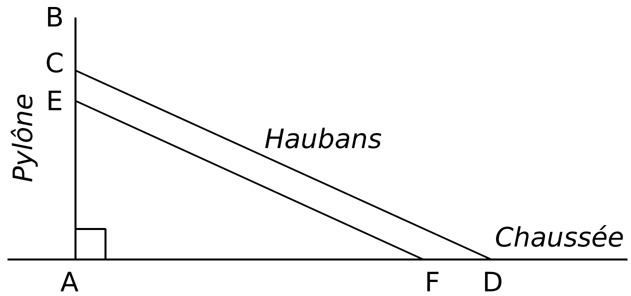
b. Démontre que la traverse [MN] est bien parallèle au sol.

3 Les droites (DE) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifie.



4 Le viaduc de Millau est un pont franchissant la vallée du Tarn, dans le département de l'Aveyron, en France. Il est constitué de 7 pylônes verticaux équipés chacun de 22 câbles appelés haubans.

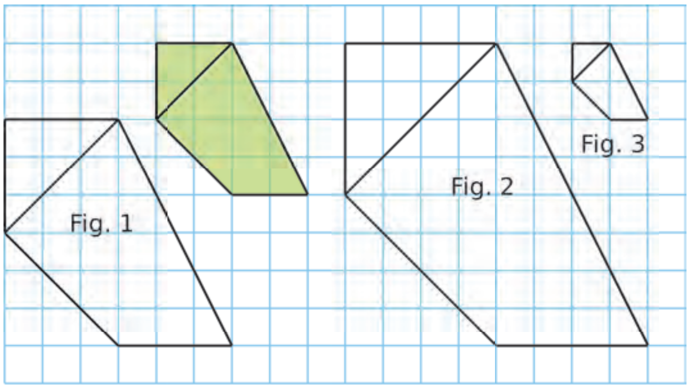
Le schéma ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle, représente un pylône et deux de ses haubans.



On dispose des informations suivantes :
AB = 89 m ; AC = 76 m ; AD = 154 m ;
FD = 12 m et EC = 5 m.

Les haubans [CD] et [EF] sont-ils parallèles ?

1 Compare chaque figure à la figure verte.



	Agrandissement	Réduction	Rapport
Fig. 1			
Fig. 2			
Fig. 3			

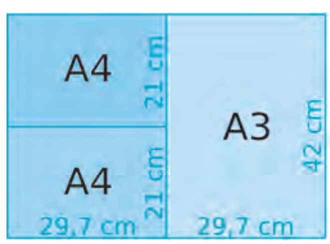
2 Quel rapport, arrondi au dixième, doit-on saisir sur la photocopieuse pour passer...

a. d'un format A3 à un format A4 ?

....

b. d'un format A4 à un format A3 ?

....



3 Un carré a pour côté 6 cm.

a. Quelle est l'aire de ce carré ?

....

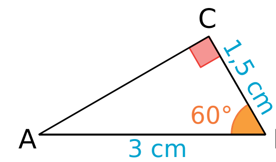
b. On considère des agrandissements et des réductions de ce carré. Complète le tableau.

Rapport	Côté du carré	Aire du carré
$\frac{1}{6}$		
3		
$\frac{3}{4}$		
$\frac{4}{3}$		

c. Complète le tableau ci-dessous en indiquant le nombre par lequel il faut multiplier l'aire du carré pour obtenir celle du carré agrandi ou réduit.

Rapport	$\frac{1}{6}$	3	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$
Nombre				

4 On considère ce triangle ABC.



a. Construis...

• une réduction A'B'C' du triangle ABC de rapport 0,8.	• un agrandissement A''B''C'' du triangle ABC de rapport 1,4.

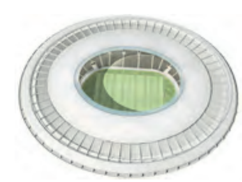
b. Quelle est la nature des triangles A'B'C' et A''B''C'' ? Justifie.

....

....

....

5 Inauguré en 1950, le stade Maracanà est un lieu mythique, place de grands évènements sportifs tels que la Coupe du monde 2014 ou les Jeux olympiques 2016.



C'est une structure de forme ovale, de dimensions 317 m et 279 m pour une hauteur de 32 m, dont la surface au sol est d'environ 69 500 m^2.
Sur la célèbre plage de Copacabana, à Rio, on peut admirer de nombreuses sculptures de sable. L'un des sculpteurs souhaite réaliser une reproduction du stade à l'échelle 1/300.

a. Quelles seront les dimensions, arrondies au centimètre, de cette reproduction ?

....

....

....

....

....

b. Quelle en sera la superficie ? Tu donneras le résultat en m^2, arrondi au centième.

....

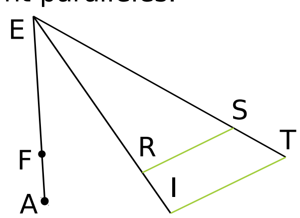
....

....

....

1 Les droites (RS) et (IT) sont parallèles.
RS = 2,8 cm ; IT = 4,4 cm ;
EF = 2,1 cm ; EA = 3,3 cm.

La figure n'est pas en vraie grandeur.

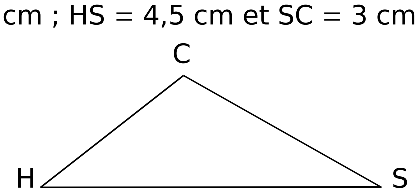


a. Calcule le rapport $\frac{ER}{EI}$.

b. Montre que (FR) et (AI) sont parallèles.

c. Calcule AT.

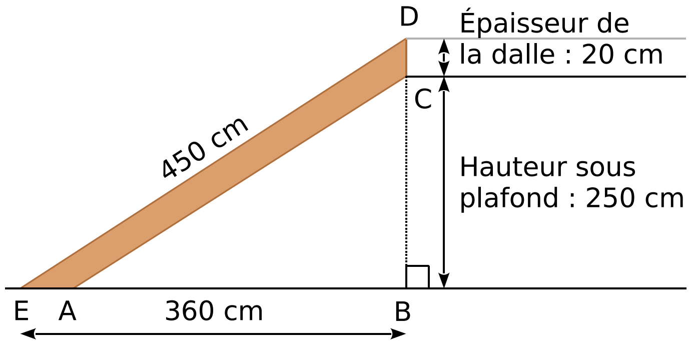
2 On considère le triangle CHS tel que :
CH = 2,4 cm ; HS = 4,5 cm et SC = 3 cm.



a. Place le point A sur [CH] tel que CA = 3,2 cm ; et le point T sur [CS] tel que CT = 4 cm.

b. Montre que (HS) et (AT) sont parallèles.

3 Germaine souhaite réaliser un escalier pour monter à l'étage de son appartement. Elle a besoin pour cela de connaitre les dimensions du limon (planche dans laquelle viendront se fixer les marches de cet escalier). Elle réalise le croquis ci-dessous.



Sur ce croquis :

- le limon est représenté par le quadrilatère ACDE ;
- les droites (AC) et (ED) sont parallèles ;
- les points E, A et B sont alignés ;
- les points B, C et D sont alignés.

Calcule les deux dimensions AC et AE de cette planche. Arrondis les résultats au centimètre.

G2 Théorème de Pythagore

g5.re/z66 g5.re/8eb g5.re/ptm

1 Carré d'un nombre et racine carrée d'un nombre positif

A Carré d'un nombre

Définition Le carré d'un nombre a est le nombre positif $a^2 = a \times a$.

Exemple :

- Voici la liste des premiers carrés parfaits (carrés des premiers nombres entiers).

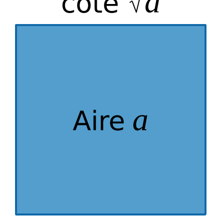
a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

Remarque :
Pour calculer le carré d'un nombre avec la calculatrice, on utilise la touche x^2.

B Racine carrée d'un nombre positif

Définition La racine carrée d'un nombre a positif est le nombre positif noté $\sqrt{a}$ dont le carré est a.

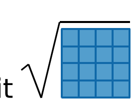
Soit, pour tout nombre a positif, $(\sqrt{a})^2 = a$.



Remarque :

- Le symbole $\sqrt{}$ s'appelle un radical.
- La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas.

Propriété 1 Pour tout nombre a positif, $\sqrt{a}$ est la longueur du côté d'un carré d'aire a.

Exemple : La racine carrée de 16 notée $\sqrt{16}$ est 4 car $4 \times 4 = 4^2 = 16$. Soit  $= \sqrt{16} = 4$.

Propriété 2 Pour tout nombre a positif, $\sqrt{a^2} = a$.

Exemple :

- $\sqrt{5^2} = \sqrt{25} = 5$

Remarque :
Pour calculer la racine carrée d'un nombre positif avec la calculatrice, on utilise la touche $\sqrt{x}$.
Elle permet de calculer la valeur exacte ou une valeur approchée de la racine carrée.

Exemples :

- $\sqrt{132{,}25} = 11{,}5$ donc 11,5 est la valeur exacte de $\sqrt{132{,}25}$.
- $\sqrt{130} \approx 11{,}4$ donc 11,4 est une valeur approchée au dixième près de $\sqrt{130}$.

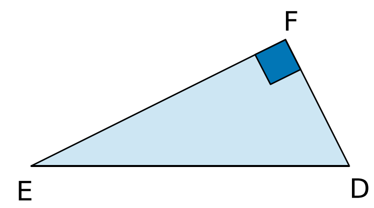
2 Vocabulaire du triangle rectangle

Définitions

- Un **triangle rectangle** est un triangle qui a un angle droit.
- Le côté opposé à l'angle droit est appelé **hypoténuse**.
  C'est le plus grand côté du triangle.

Exemple :

- DEF est un **triangle rectangle** en F.
- [DE] est l'**hypoténuse** : c'est le plus grand côté du triangle rectangle.
- Les deux autres côtés [EF] et [DF] sont perpendiculaires.



3 Le théorème direct

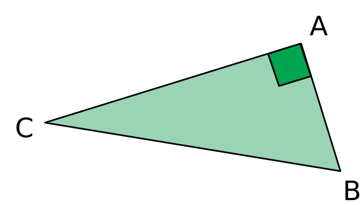
A Théorème de Pythagore

Théorème

Si un triangle est rectangle
alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Exemple :

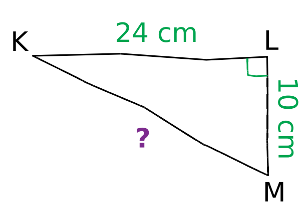
- ABC est un triangle **rectangle en A** d'hypoténuse [BC]
  donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :
  $BC^2 = AB^2 + AC^2$



B Calcul de la longueur de l'hypoténuse

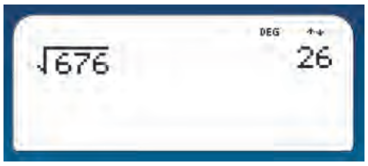
Exemple : Soit KLM un triangle rectangle en L tel que KL = 24 cm et LM = 10 cm. Calcule KM.

Figure à main levée :



Le triangle KLM est rectangle en L, son hypoténuse est le côté [KM].
Donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :

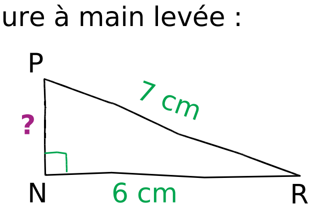
$KM^2 = LK^2 + LM^2$
$KM^2 = 24^2 + 10^2$
$KM^2 = 576 + 100$
$KM^2 = 676$
$KM = \sqrt{676}$ cm
KM = 26 cm (**valeur exacte**)



C Calcul de la longueur d'un côté de l'angle droit

Exemple : Soit NPR un triangle rectangle en N tel que PR = 7 cm et NR = 6 cm. Calcule NP.

Figure à main levée :



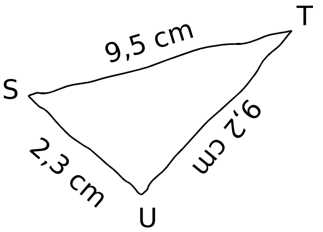
Le triangle NPR est rectangle en N, son hypoténuse est le côté [PR].
Donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$PR^2 = NP^2 + NR^2$
$7^2 = NP^2 + 6^2$
$NP^2 = 7^2 - 6^2$
$NP^2 = 49 - 36$
$NP^2 = 13$
$NP = \sqrt{13}$ cm (**valeur exacte**)
$NP \approx 3{,}6$ cm (**valeur approchée au dixième**)

D Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle

Exemple : STU est un triangle tel que ST = 9,5 cm, TU = 9,2 cm et SU = 2,3 cm.
Démontre que STU n'est pas un triangle rectangle.

On effectue d'abord une figure à main levée :



Le plus grand côté est [ST] donc on calcule séparément :

ST^2	et	$TU^2 + SU^2$
$= 9{,}5^2$		$= 9{,}2^2 + 2{,}3^2$
$= 90{,}25$		$= 84{,}64 + 5{,}29$
		$= 89{,}93$

$ST^2 \neq TU^2 + SU^2$

On en déduit donc que le triangle STU n'est pas rectangle.

4 Le théorème réciproque

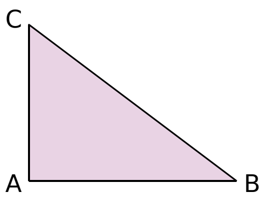
A Réciproque du théorème de Pythagore

Théorème

Si, dans un triangle, le carré d'un côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés **alors** ce triangle est un triangle rectangle.

Exemple :

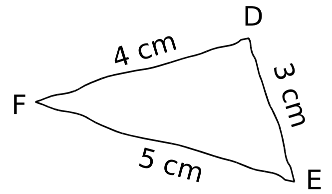
- ABC est un triangle tel que $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
  Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en déduit que le triangle ABC est **rectangle en A**.
  Son hypoténuse est le plus grand côté, c'est-à-dire [BC].



B Démontrer qu'un triangle est rectangle

Exemple : DEF est un triangle tel que DE = 3 cm, EF = 5 cm et DF = 4 cm.
Démontre que DEF est un triangle rectangle.

On effectue d'abord une figure à main levée :



Le plus grand côté est [EF], donc on calcule séparément :

EF^2	et	$DE^2 + DF^2$
$= 5^2$		$= 3^2 + 4^2$
$= 25$		$= 9 + 16$
		$= 25$

$EF^2 = DE^2 + DF^2$

On en déduit donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, que le triangle DEF est rectangle en D.

1 Calcule mentalement.

a. 7^2 = ...

b. 9^2 = ...

c. 1^2 = ...

d. 8^2 = ...

2 Complète.

a. ....^{2} = 100

b. ....^{2} = 36

c. ....^{2} = 144

d. ....^{2} = 16

3 Calcule mentalement.

a. $\sqrt{121}$ = ...

b. $\sqrt{25}$ = ...

c. $\sqrt{4}$ = ...

d. $\sqrt{169}$ = ...

4 Complète.

a. $\sqrt{\ldots\ldots}$ = 3

b. $\sqrt{\ldots\ldots}$ = 6

c. $\sqrt{\ldots\ldots}$ = 4

d. $\sqrt{\ldots\ldots}$ = 12

5 Complète les tableaux en utilisant judicieusement les touches $\sqrt{x}$ et x^2 de ta calculatrice.

a	0,81	1,21	2,25	12,96	289	4 774,81	9 604	40 000
$\sqrt{a}$								

a								
$\sqrt{a}$	0,4	1,6	2,25	14	19	30,9	42,7	101

6 Donne la valeur de chaque nombre, arrondie au centième.

	$\sqrt{0{,}6}$	$\sqrt{1{,}11}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3{,}4}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{28{,}86}$	$\sqrt{130{,}8}$
Valeur								

7 Calcule en utilisant les touches $\sqrt{x}$ ou x^2 de ta calculatrice. Toutes les longueurs sont en cm.

a. AB = 4,2

donc AB^2 = ...

b. CD = 7,5

donc CD^2 = ...

c. EF = 24

donc EF^2 = ...

d. GH = 8,3

donc GH^2 = ...

e. JK = 8,4

donc JK^2 = ...

f. LM^2 = 324

donc LM = ...

g. NP^2 = 0,49

donc NP = ...

h. RS^2 = 400

donc RS = ...

i. TU^2 = 12,25

donc TU = ...

j. VW^2 = 961

donc VW = ...

8 Même énoncé qu'à l'exercice précédent. Tu arrondiras éventuellement au dixième.

a. BC^2 = 196

donc BC = ...

b. DE = 0,8

donc DE^2 = ...

c. FG^2 = 7,29

donc FG = ...

d. HJ = 6,7

donc HJ^2 = ...

e. KL^2 = 3

donc KL ≈ ....

f. MN = 11,1

donc MN^2 = ...

g. PR^2 = 214

donc PR ≈ ....

h. ST = 3,4

donc ST^2 = ...

i. UV^2 = 278,89

donc UV = ...

j. WX = 16

donc WX^2 = ...

9 **a.** En utilisant ta calculatrice, calcule.

$4^2 + 5^2$ = ... $50^2 + 17^2$ = ...

9^2 = ... 67^2 = ...

b. Que peux-tu déduire de ces égalités ?

....

....

....

10 En utilisant ta calculatrice, calcule.

a. $8^2 + 12^2$ = ...

b. $12^2 - 8^2$ = ...

c. $60^2 + 25^2$ = ...

d. $60^2 - 25^2$ = ...

e. $5{,}9^2 + 3^2$ = ...

f. $5{,}9^2 - 3^2$ = ...

g. $7{,}2^2 + 6{,}8^2$ = ...

h. $7{,}2^2 - 6{,}8^2$ = ...

i. $4{,}6^2 + 8{,}5^2$ = ...

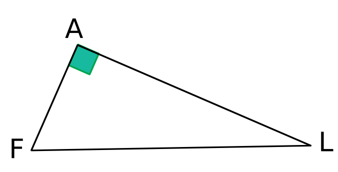
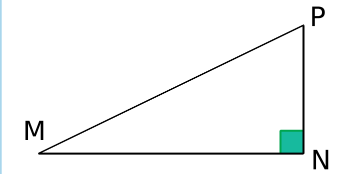
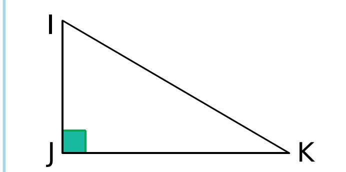
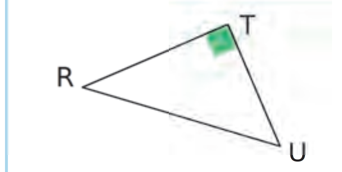
j. $8{,}5^2 - 4{,}6^2$ = ...

k. $9{,}1^2 + 9{,}1^2$ = ...

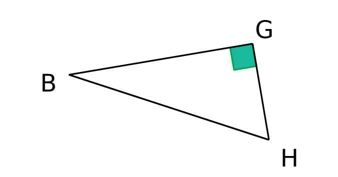
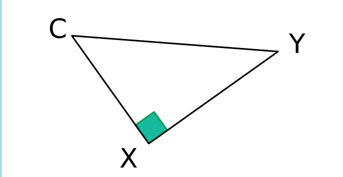
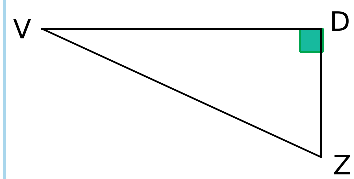
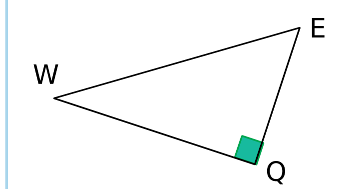
l. $9{,}1^2 - 1{,}1^2$ = ...

Fiche 2 : connaitre le vocabulaire du triangle rectangle

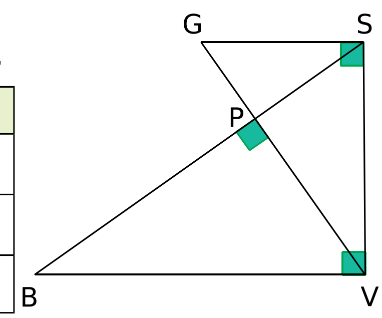
1 Pour chaque triangle, indique en quel point il est rectangle, quelle est son hypoténuse, puis écris l'égalité de Pythagore correspondante.

			
AFL est rectangle en ..... Son hypoténuse est	....	....	....
FL^2 = ...			

2 Écris l'égalité de Pythagore pour chacun des triangles rectangles suivants.

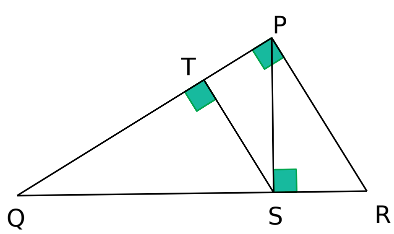
			
BH^2 = ...			

3 Dans la figure ci-contre, les points G, P et V sont alignés, ainsi que les points B, P et S. Complète le tableau avec tous les triangles rectangles codés.



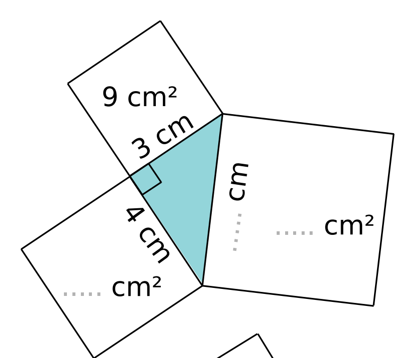
Triangle	Rectangle en...	Hypoténuse	Égalité de Pythagore

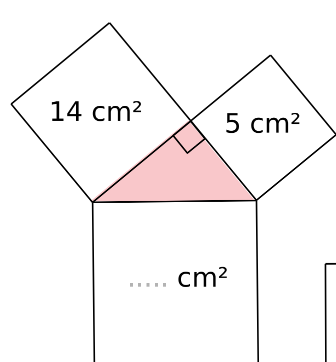
4 Écris l'égalité de Pythagore dans chacun des triangles rectangles de la figure ci-dessous.

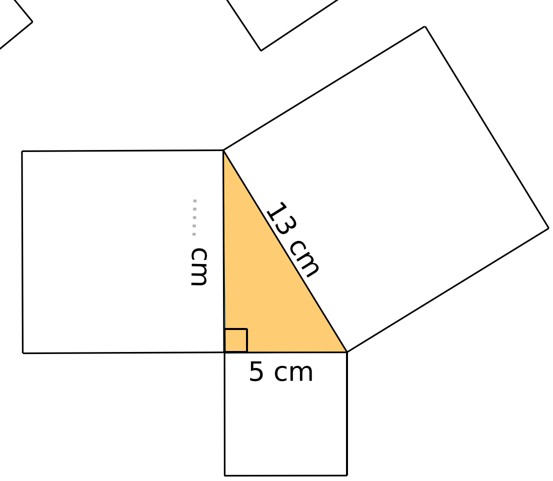


....
....
....
....
....
....

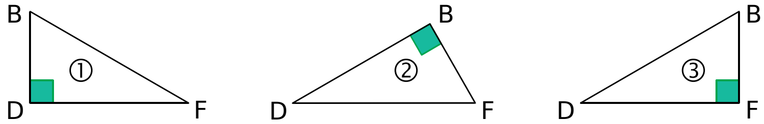
5 Pour chaque figure, un carré est dessiné sur chaque côté du triangle rectangle.
Détermine la (les) mesure(s) manquante(s) : aire ou longueur.







1 Associe à chaque égalité de Pythagore le triangle rectangle correspondant.



$BD^2 = BF^2 + FD^2$ ⇨ triangle rectangle ......

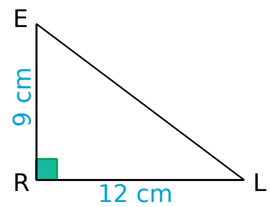
$BF^2 = BD^2 + DF^2$ ⇨ triangle rectangle ......

$DF^2 = DB^2 + BF^2$ ⇨ triangle rectangle ......

2 *Calcul de la longueur de l'hypoténuse*

ERL est un triangle
rectangle en R,
tel que :
ER = 9 cm ;
RL = 12 cm.

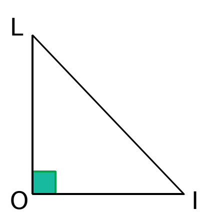
Calcule la longueur EL.



3 *Calcul de la longueur de l'hypoténuse (bis)*

LOI est un triangle
rectangle en O,
tel que :
LO = 21 cm ;
OI = 20 cm.

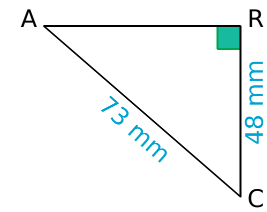
Calcule la longueur LI.



4 *Calcul d'un côté de l'angle droit*

ARC est un triangle
rectangle en R,
tel que :
AC = 73 mm ;
RC = 48 mm.

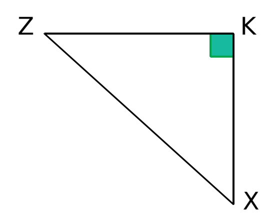
Calcule la longueur AR.



5 *Calcul d'un côté de l'angle droit (bis)*

KXZ est un triangle
rectangle en K,
tel que :
KX = 6,5 cm ;
ZX = 9,7 cm.

Calcule la longueur KZ.

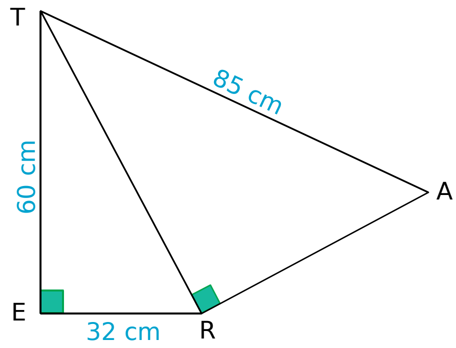


Fiche 4 : appliquer le théorème de Pythagore (2)

1 On considère cette figure.

a. Calcule RT.

b. Calcule RA.



a. ....

b. ....

2 Alexis a une table carrée de 2 mètres de côté. Au magasin, la seule nappe qui lui plait est une nappe ronde de 2,5 mètres de diamètre.
Cette nappe sera-t-elle assez grande pour recouvrir entièrement la table (évidemment, Alexis ne découpera pas la nappe) ?
Justifie la réponse.

....

3 Pour répondre à la demande d'un client, un décorateur a besoin de découper des triangles dans du carrelage. Les triangles doivent être rectangles et isocèles avec une hypoténuse de longueur 15 cm.

Les carreaux qu'il doit utiliser sont des carrés de 12 cm de côté. Ces carreaux sont-ils assez grands pour faire deux de ces triangles dans chacun d'eux ? Justifie.

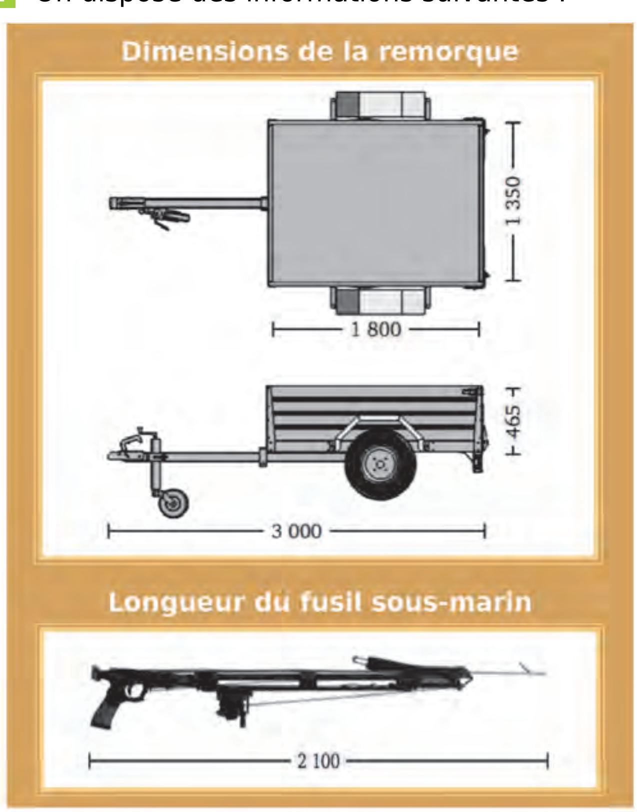
....

1 À Pise, vers 1200 après J.-C. (problème attribué à Léonard de Pise, dit Fibonacci, mathématicien italien du Moyen Âge), une lance, longue de 20 pieds*, est posée verticalement le long d'une tour considérée comme perpendiculaire au sol.

Si on éloigne l'extrémité de la lance qui repose sur le sol de 12 pieds de la tour, de combien descend l'autre extrémité de la lance le long du mur ?

** Un pied est une unité de mesure anglo-saxonne valant environ 30 cm.*

2 On dispose des informations suivantes :



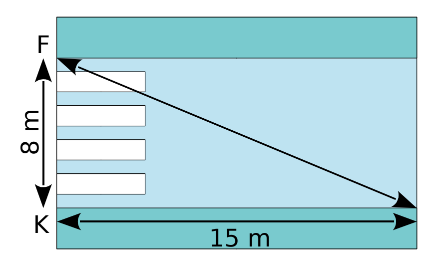
Toutes les valeurs présentes sur les schémas sont en millimètres. On suppose que le fond de la remorque est un rectangle.

Le fusil sous-marin peut-il être placé « à plat » dans la remorque ? Justifie la réponse.

3 Julien est en retard pour aller rejoindre ses amis au terrain de basket. Il décide alors de traverser imprudemment la route, du point J au point F, sans utiliser les passages piétons.

Le passage piéton est supposé perpendiculaire au trottoir. En moyenne, un piéton met 9 secondes pour parcourir 10 mètres.

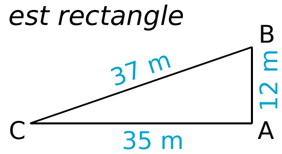
Combien de temps Julien a-t-il gagné en traversant sans utiliser le passage piéton ?



Fiche 6 : démontrer qu'un triangle est rectangle ou non (1)

1 *Démontrer qu'un triangle est rectangle*

Le triangle ABC est tel que :
AB = 12 m ; AC = 35 m ; et
BC = 37 m.



a. Quel côté de ce triangle pourrait être l'hypoténuse ? Justifie.

……………………………………………………………

……………………………………………………………

b. Calcule puis compare BC² et AB² + AC².

Dans le triangle ABC, le plus long côté est ………….

Donc on calcule séparément :

BC² = ……………… | ……..² + ……..² = ……………………
BC² = ……………… | …………………… = ……………………
| …………………… = ……………………

……………………………………………………………

c. Conclus.

Donc, d'après ……………………………………………………

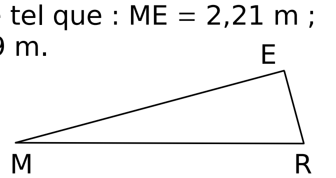
……………………………………………………………,

le triangle ABC ……………………………………………

……………………………………………………………

2 Soit MER un triangle tel que : ME = 2,21 m ; ER = 0,6 m et MR = 2,29 m.

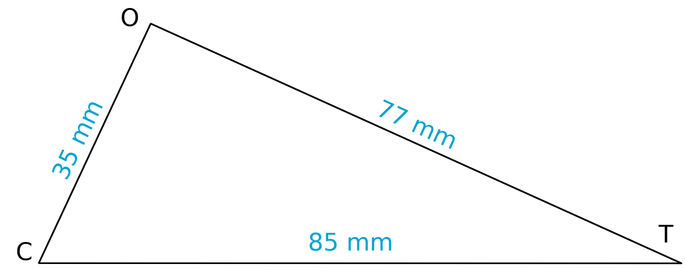
Montre que le triangle MER est rectangle et précise en quel point.



……………………………………………………………

3 *Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle*

Le triangle TOC est tel que :
TO = 77 mm ; OC = 35 mm et CT = 85 mm.



a. Quel côté de ce triangle pourrait être l'hypoténuse ? Justifie.

……………………………………………………………

……………………………………………………………

b. Calcule puis compare CT² et CO² + OT².

Dans le triangle TOC, le plus long côté est ………….

Donc on calcule séparément :

CT² = ……………… | ……..² + ……..² = ……………………
CT² = ……………… | …………………… = ……………………
| …………………… = ……………………

……………………………………………………………

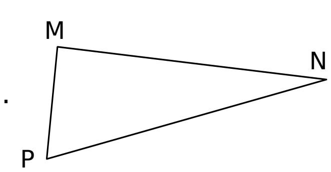
c. Conclus.

……………………………………………………………

……………………………………………………………

4 Soit MNP un triangle tel que : MN = 9,6 cm ; MP = 4 cm et NP = 10,3 cm.

Montre que le triangle MNP n'est pas rectangle.



……………………………………………………………

1 Dans tout cet exercice, le **triplet** $(a ; b ; c)$ correspond à un triangle dont les côtés ont pour longueurs a, b et c (exprimées dans la même unité).

a. Montre que le triangle (5 ; 12 ; 13) est un triangle rectangle.

b. Quand on multiplie les longueurs de ce triangle par 2, on obtient le triangle (10 ; 24 ; 26). Est-il rectangle ? Justifie.

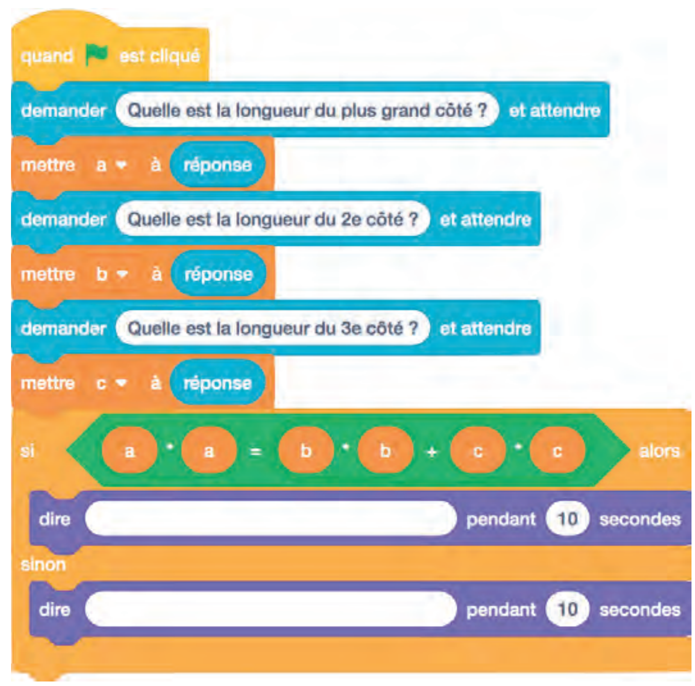
c. De la même façon, détermine deux autres triplets correspondant à des triangles rectangles.

2 Soit ABCD un parallélogramme.
On donne, en mètres :
AB = 8,8 ; BC = 77,19
et AC = 77,69.

ABCD est-il un rectangle ? Justifie.

Schéma :

3 On considère ce programme SCRATCH.



a. Quel est le but de ce script ?

b. Recopie-le puis complète-le. Tu dois d'abord créer les variables **a**, **b** et **c** (bloc *Variables*, *Créer une variable*).

c. Teste-le avec le triangle (3 ; 4 ; 5).

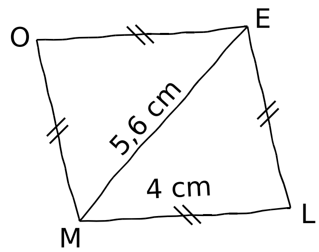
d. Grâce à ce script, complète le tableau suivant.

Côté 1	Côté 2	Côté 3	Rectangle ?
7	6	5	
85	51	68	
80	82	18	
16	25	30	
7	24	25	
45	35	55	

Fiche 8 : démontrer qu'un triangle est rectangle ou non (3)

1 Voici la figure à main levée d'un quadrilatère.

a. Pourquoi peut-on affirmer que OELM est un losange ?

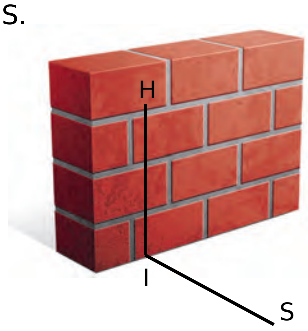


b. Marie soutient que OELM est un carré, mais Valérie est persuadée que ce n'est pas vrai. Qui a raison ? Pourquoi ?

2 Au lycée professionnel, Jacques et Patrick, futurs maçons, s'entrainent en construisant un mur chacun. Leur professeur, M. Ecker, vient vérifier si chaque mur est bien « droit », c'est-à-dire perpendiculaire au sol. Ayant oublié sa caisse à outils dans son atelier, il ne possède que le mètre ruban qu'il avait dans sa poche.

Pour chacun des murs, M. Ecker place au pied du mur un point I, un point H à 60 cm de hauteur sur le mur, et un autre point S au sol à 80 cm de I, puis il mesure la longueur HS.

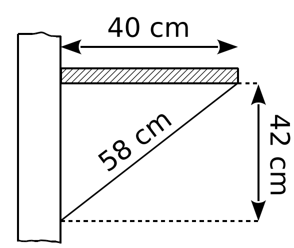
Pour le mur de Jacques, il trouve 1 m et pour celui de Patrick 95 cm.



a. Le mur de Jacques est-il « droit » ? Détaille ton raisonnement.

b. Et celui de Patrick ? Justifie.

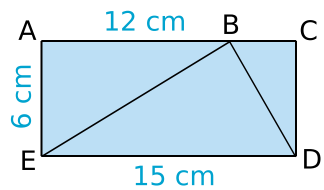
3 M. Brico a posé une étagère de 40 cm de profondeur sur un mur parfaitement vertical. Pour vérifier qu'elle est bien posée, il a pris les mesures ci-contre.



Son étagère est-elle parfaitement horizontale ?

1 ACDE est un rectangle.

On veut savoir si le triangle BED ci-contre est rectangle.



a. Quelle est la nature des triangles ABE et BCD ?

....

....

....

....

b. Calcule BE^2 et BD^2.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

c. Le triangle BED est-il rectangle ?

....

....

....

....

....

....

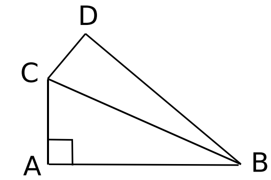
....

....

....

....

2 *En cascade...*



a. Construis la figure ci-contre en vraie grandeur telle que : AB = 4,2 cm ; AC = 3,4 cm ; CD = 2,1 cm et BD = 5 cm.

b. Calcule BC et donne un arrondi au dixième.

....

....

....

....

....

....

....

....

c. Le triangle CDB est-il isocèle ?

....

....

....

d. Le triangle CDB est-il rectangle ?

....

....

....

....

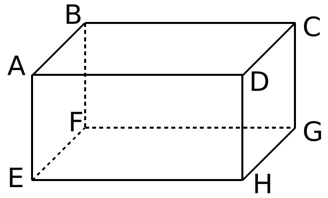
....

....

....

....

1 La taille d'un colis ayant la forme d'un pavé droit est autorisée, à condition que la somme des longueur, largeur et hauteur ne dépasse pas 1,5 m.



a. Une boite mesure 60 cm de long et 40 cm de large. Quelle peut être sa hauteur pour servir d'emballage à un colis ?

....

b. On veut savoir si une telle boite permettrait d'envoyer une canne à pêche mesurant 80 cm. Qu'en penses-tu ?

....

c. Calcule FH^2.

....

....

....

....

....

....

d. Calcule FD.

....

....

....

....

....

....

....

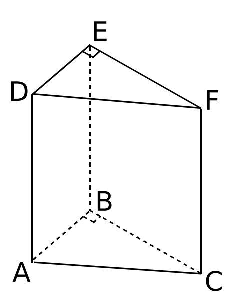
e. Cela confirme-t-il ta première impression ?

....

....

2 On considère le prisme droit ci-contre : sa base ABC est un triangle rectangle en B.

a. Quelle est la nature de ses faces latérales ?



....

....

b. Déduis-en la nature des triangles ACF et ABE.

....

....

On donne les dimensions suivantes :
AB = 3 cm ; BC = 5 cm et FC = 10 cm.

c. Détermine les longueurs BE et EF.

....

d. Calcule AC^2, puis déduis-en AF^2.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

e. Calcule AE^2.

....

....

....

....

....

f. Le triangle AEF est-il rectangle ?

....

....

....

....

....

....

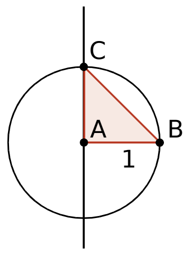
....

....

....

1 Géométrie dynamique *Escargot de Pythagore*

Création de l'outil



a. Dans un logiciel de géométrie dynamique, crée la figure ci-contre, sachant que le segment [AB] a pour longueur 1 et que la droite (AC) est perpendiculaire au segment [AB].

b. Dans le menu *Outils*, choisis *Créer un nouvel outil*.

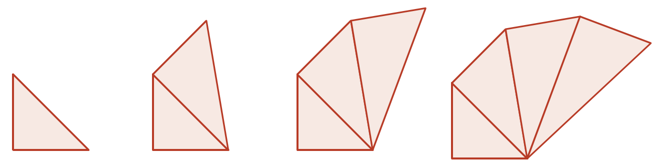
- Dans *Objets finaux*, sélectionne le point C et le triangle ABC, nommé t1.
- Dans *Objets initiaux*, sélectionne les points A et B.
- Pour *Nom et icône*, écris : Triangle rectangle pour le *Nom de l'outil* et le *Nom de commande*.
- Pour *Aide pour l'outil*, écris : Clique sur les extrémités de l'hypoténuse.
- Clique sur *Fin*.

Finalisation de l'escargot

c. À partir de cette figure, sélectionne l'outil *Triangle rectangle*, puis clique sur les points C et B, dans cet ordre. Tu arrives à l'étape 2.

d. Poursuis ainsi jusqu'où tu peux.

e. Qu'ont ces triangles de remarquable ?



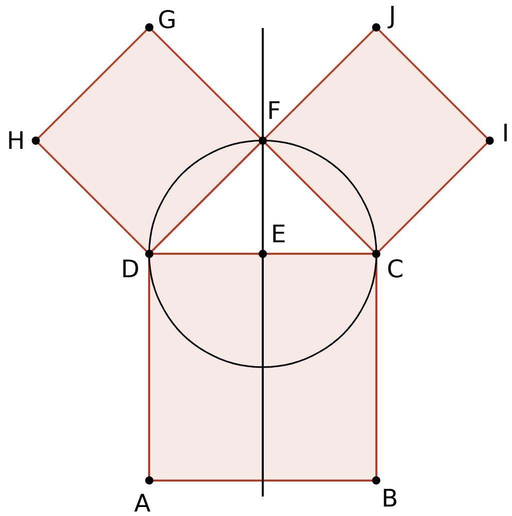
Étape 1 Étape 2 Étape 3 Étape 4

....

....

2 Géométrie dynamique *Arbre de Pythagore*

Création de l'outil



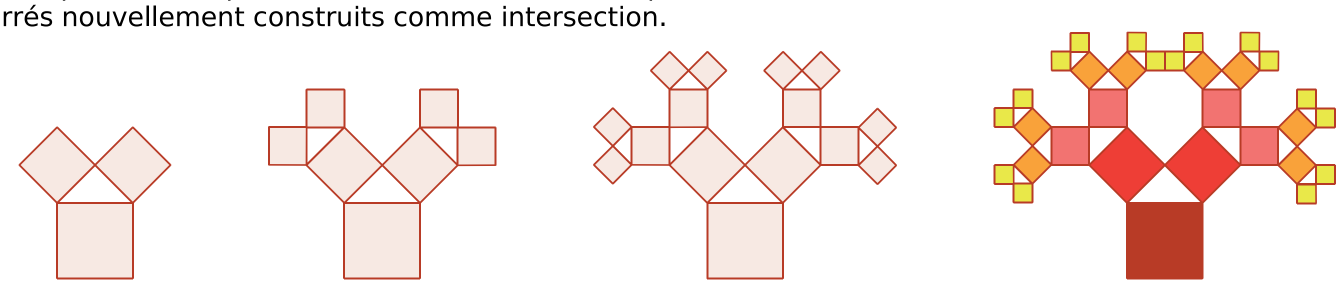
a. Dans un logiciel de géométrie dynamique, crée la figure ci-contre, sachant que les quadrilatères ABCD, DFGH et FCIJ sont des carrés, que E est le milieu du segment [DC], et que la droite (EF) est perpendiculaire à [DC].

b. Dans le menu *Outils*, choisis *Créer un nouvel outil*.

- Dans *Objets finaux*, sélectionne seulement le carré DFGH, nommé poly2 et le carré FCIJ, nommé poly3.
- Dans *Objets initiaux*, sélectionne les points A et B.
- Pour *Nom et icône*, écris : Branches de l'arbre pour le *Nom de l'outil* et le *Nom de commande*.
- Pour *Aide pour l'outil*, écris : Clique sur deux points du triangle rectangle.
- Clique sur *Fin*.

Finalisation de l'arbre

c. À partir de cette figure, sélectionne l'outil Branches de l'arbre. Clique sur les points D et F, dans cet ordre, puis sur les points F et C. Tu arrives à l'étape 2. Définis ensuite les sommets communs aux deux carrés nouvellement construits comme intersection.



Étape 1 Étape 2 Étape 3 Étape 4

d. Poursuis ainsi, puis colorie pour obtenir la figure finale ci-dessus.

G3 Cosinus

g5.re/x7y g5.re/j5c g5.re/eer

1 Vocabulaire

Définition Dans un triangle rectangle, le **côté adjacent à un angle aigu** est le côté reliant le sommet de l'angle droit au sommet de l'angle aigu.

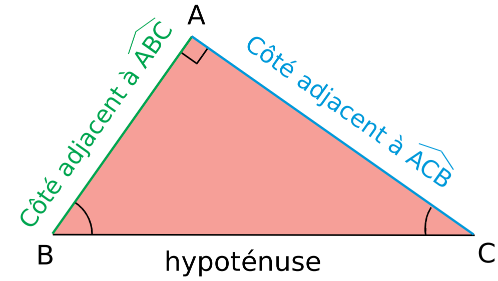
Exemple :

L'angle droit est $\widehat{BAC}$.

Les deux angles aigus sont : $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$.

Le côté adjacent à l'angle aigu $\widehat{ABC}$ est le côté [AB].

Le côté adjacent à l'angle aigu $\widehat{ACB}$ est le côté [AC].

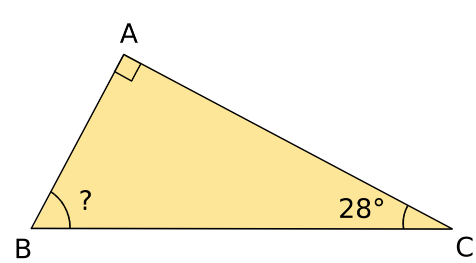


Remarques :

- Le côté adjacent à un angle aigu d'un triangle rectangle n'est jamais l'hypoténuse.
- Les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont **complémentaires**, c'est-à-dire que la somme de leur mesure vaut 90°.

  Ainsi, lorsqu'on connait la mesure d'un des angles aigus d'un triangle rectangle, la mesure de l'autre angle aigu s'obtient par simple soustraction.

  Par exemple, dans le triangle ABC ci-dessous, si l'angle $\widehat{ACB}$ mesure 28°, alors l'angle $\widehat{ABC}$ mesure 90° – 28°, soit 62°.

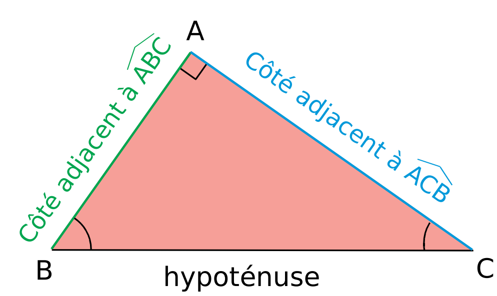


2 Cosinus d'un angle aigu

Propriété Dans un triangle rectangle, le **cosinus d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse.

Exemple :

- $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{ABC}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AB}{BC}$
- $\cos \widehat{ACB} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{ACB}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AC}{BC}$



Remarque :

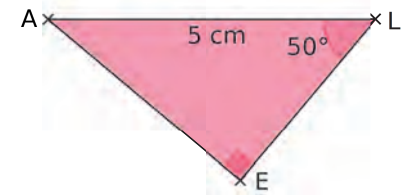
Comme l'hypoténuse est le plus grand côté du triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est compris entre 0 et 1.

3 Utiliser la formule du cosinus

A Pour calculer la longueur du côté adjacent

Exemple :

Dans le triangle LEA rectangle en E, on connait la longueur de l'hypoténuse AL, ainsi que la mesure de l'angle $\widehat{ELA}$.
Il est possible de calculer la longueur EL.



$\cos \widehat{ELA} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{ELA}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{EL}{LA}$ $\longrightarrow$ On écrit le cosinus de l'angle connu. La longueur cherchée doit apparaitre dans le rapport.

$EL = LA \times \cos \widehat{ELA}$ $\longrightarrow$ On applique la règle des produits en croix.

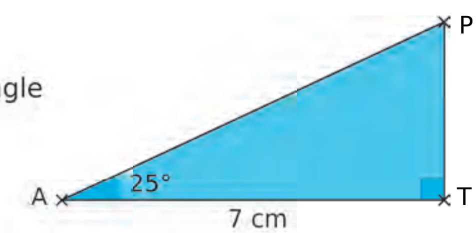
$EL = 5 \times \cos 50°$ $\longrightarrow$ On vérifie que la calculatrice est en degrés. On saisit 5 × cos 50.

$EL \approx 3{,}2$ cm $\longrightarrow$ On donne une valeur approchée du résultat de la calculatrice.

B Pour calculer la longueur de l'hypoténuse

Exemple :

Dans le triangle TAP rectangle en T, on connait la mesure de l'angle $\widehat{PAT}$ et la longueur AT du côté adjacent à l'angle $\widehat{PAT}$.
Il est possible de calculer la longueur PA de l'hypoténuse.



$\cos \widehat{PAT} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{PAT}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AT}{PA}$ $\longrightarrow$ On écrit le cosinus de l'angle connu.

$PA = \dfrac{AT}{\cos \widehat{PAT}}$ $\longrightarrow$ On applique la règle des produits en croix.

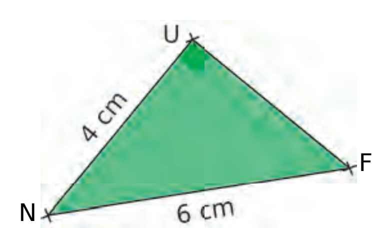
$PA = \dfrac{7}{\cos 25°}$ $\longrightarrow$ On vérifie que la calculatrice est en degrés. On saisit 7 ÷ cos 25.

$PA \approx 7{,}7$ cm $\longrightarrow$ On donne une valeur approchée du résultat de la calculatrice.

C Pour calculer la mesure de l'angle

Exemple :

Dans le triangle FUN rectangle en U, on connait la longueur de l'hypoténuse NF et la longueur NU du côté adjacent à l'angle $\widehat{UNF}$.
Il est possible de calculer la mesure de l'angle aigu $\widehat{UNF}$.



$\cos \widehat{UNF} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{UNF}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{NU}{NF}$ $\longrightarrow$ On écrit le cosinus de l'angle cherché.

$\cos \widehat{UNF} = \dfrac{4}{6}$ $\longrightarrow$ On remplace chaque longueur par sa valeur numérique.

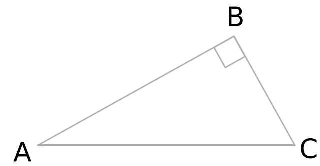
$\widehat{UNF} \approx 48°$ $\longrightarrow$ On saisit, selon le modèle de calculatrice, 2nde puis arccos cos (4 ÷ 6), et on donne une valeur approchée du résultat de la calculatrice.

Fiche 1 : définir le cosinus d'un angle (1)

1 *Reconnaitre dans un triangle rectangle*

a. Soit le triangle ABC, rectangle en B.

Repasse en rouge l'hypoténuse, et en vert le côté adjacent à l'angle $\widehat{BAC}$.

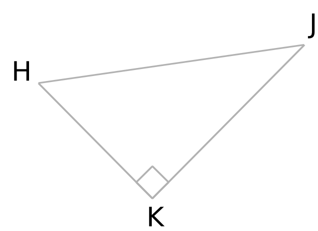


Dans le triangle ABC, rectangle en B, on a :

$\cos \widehat{BAC} =$ ....

b. Soit le triangle HJK, rectangle en K.

Repasse en rouge l'hypoténuse, et en vert le côté adjacent à l'angle $\widehat{JHK}$.



Dans le triangle HJK, rectangle en K, on a :

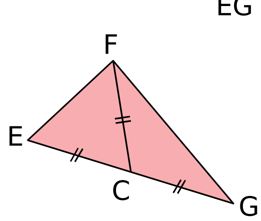
$\cos \widehat{JHK} =$ ....

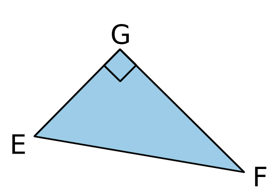
2 Relie chaque égalité au triangle rectangle dans lequel elle peut s'appliquer.

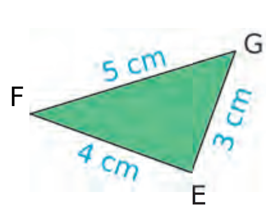
- $\cos \widehat{JIK} = \dfrac{JI}{IK}$ •
- $\cos \widehat{JIK} = \dfrac{IK}{IJ}$ •
- $\cos \widehat{IJK} = \dfrac{KJ}{IJ}$ •
- $\cos \widehat{IJK} = \dfrac{JI}{JK}$ •
- $\cos \widehat{IKJ} = \dfrac{JK}{IK}$ •
- $\cos \widehat{IKJ} = \dfrac{KI}{JK}$ •

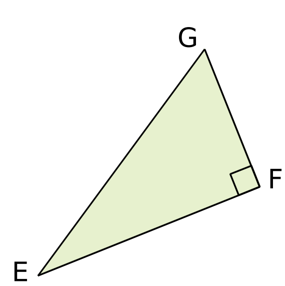
- • IJK rectangle en I
- • IJK rectangle en J
- • IJK rectangle en K

3 Entoure en rouge les triangles dans lesquels on a : $\cos \widehat{EGF} = \dfrac{GF}{EG}$.

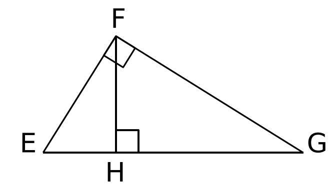








4 En utilisant la figure ci-contre, complète les phrases ci-dessous.



a. Dans le triangle EGF, rectangle en F, on a :

$\cos \widehat{FEG} =$ ....

b. Dans le triangle FHE, rectangle en H, on a :

$\cos \widehat{FEG} =$ ....

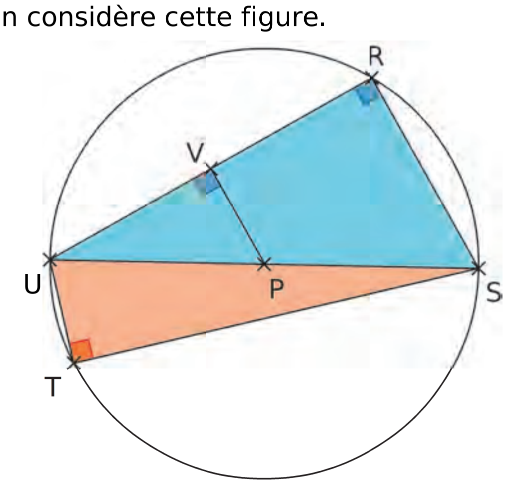
c. Dans le triangle ....,

on a :......................... $= \dfrac{GH}{FG}$.

d. Dans le triangle ....,

on a :......................... $= \dfrac{FH}{FG}$.

5 On considère cette figure.



a. Exprime le cosinus des angles $\widehat{TUS}$ et $\widehat{TSU}$.

....

....

b. Exprime le cosinus de l'angle $\widehat{VPU}$.

....

....

c. Exprime de deux façons différentes le cosinus de l'angle $\widehat{RUS}$.

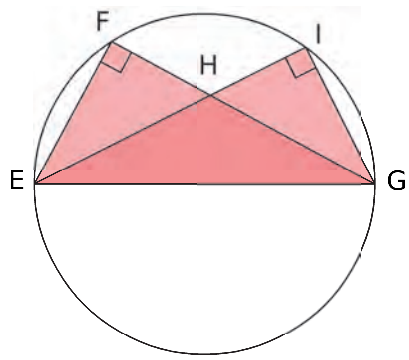
....

....

....

....

1 Les points F et I appartiennent au cercle de diamètre [EG]. Le triangle EFG est rectangle en F. Le triangle EIG est rectangle en I.



a. Dans quel triangle a-t-on $\cos \widehat{E} = \frac{EF}{EG}$?

....

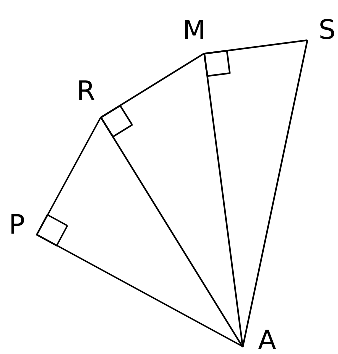
....

b. Dans quel triangle a-t-on $\cos \widehat{G} = \frac{IG}{EG}$?

....

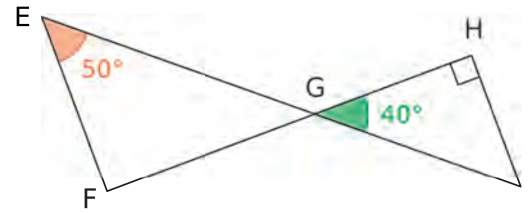
....

2 Complète le tableau.



Triangle ... rectangle en ...	Angle	Cosinus de l'angle
	$\widehat{PRA}$	
	$\widehat{RAM}$	
	$\widehat{MSA}$	
		$\frac{MA}{AS}$
		$\frac{RM}{.......}$
		$\frac{PA}{.......}$

3 *En opposition*



a. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{EGF}$? Justifie.

....

....

....

....

b. Montre que le triangle EFG est rectangle en F.

....

....

....

....

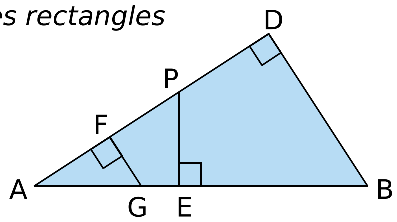
c. Exprime alors le cosinus de l'angle $\widehat{EGF}$.

....

....

4 *Avec trois triangles rectangles*

a. Écris le cosinus de l'angle $\widehat{A}$ de trois façons différentes, en précisant le triangle utilisé.



....

....

....

....

....

b. Que peut-on en déduire pour ces trois rapports ? Justifie.

....

....

....

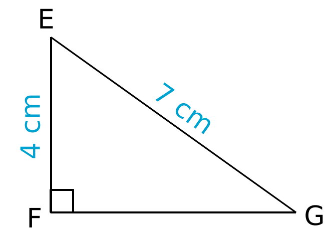
Fiche 3 : calculer des angles et des longueurs (1)

1 Calcule les valeurs manquantes de ce tableau, à l'aide d'une calculatrice. (Arrondis les mesures d'angle au degré, et les cosinus au centième.)

Cosinus	0,25	0,78	0,98			
Angle				15°	52°	85°

2 *Calcul de la mesure d'un angle*

a. Exprime le cosinus de l'angle $\widehat{FEG}$.



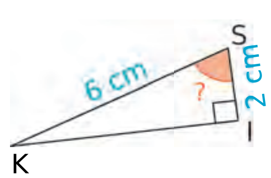
b. Calcule la mesure, arrondie au degré, de $\widehat{FEG}$.

3 Le triangle NRV est rectangle en N. Complète le tableau par la mesure de l'angle $\widehat{NRV}$, arrondie au degré. (Utilise un brouillon pour les calculs.)

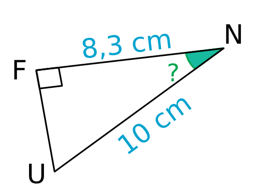
	RN	RV	$\widehat{NRV}$
a.	5 cm	7 cm	
b.	3,2 cm	3,5 cm	
c.	85 cm	2,2 m	

4 Calcule la mesure de l'angle demandée, arrondie au degré, en rédigeant entièrement.

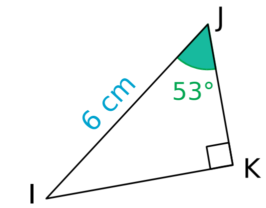
a.



b.



5 *Calcul de la longueur du côté adjacent*

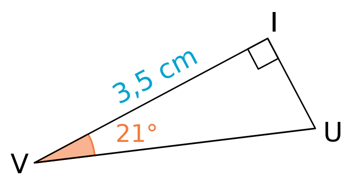


a. Dans le triangle IJK, rectangle en K, exprime le cosinus de l'angle $\widehat{IJK}$ en fonction des longueurs des côtés.

b. Exprime alors la longueur JK en fonction de IJ et du cosinus de l'angle $\widehat{IJK}$.

c. À l'aide de ta calculatrice, déduis la mesure, arrondie au millimètre, de la longueur JK.

6 *Calcul de la longueur de l'hypoténuse*



a. Dans le triangle VUI, rectangle en I, exprime le cosinus de l'angle $\widehat{IVU}$ en fonction des longueurs des côtés.

b. Exprime alors la longueur VU, en fonction de IV et du cosinus de l'angle $\widehat{IVU}$.

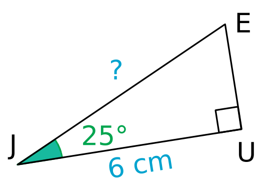
c. À l'aide de ta calculatrice, déduis la mesure, arrondie au millimètre, de la longueur VU.

7 Le triangle KID est rectangle en K. Complète le tableau par la longueur manquante, arrondie au mm. (Utilise un brouillon pour les calculs.)

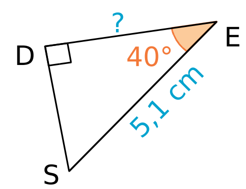
	IK	ID	$\widehat{KID}$
a.		7 cm	50°
b.	3,2 cm		13°
c.		2,2 m	75°
d.	1 m		87°

1 Calcule, en rédigeant entièrement, la longueur demandée. (Tu arrondiras au dixième.)

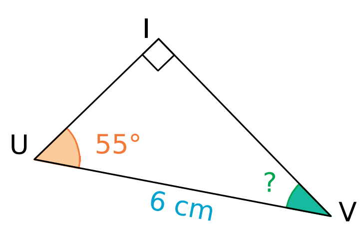
a.



b.



2 On considère cette figure.

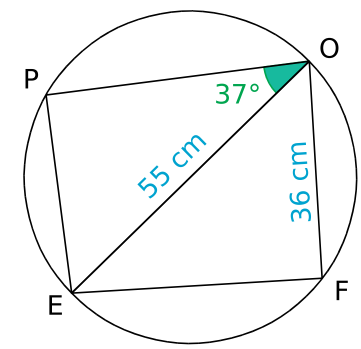


a. Avec ces données, quelle longueur peut-on calculer ? Calcule-la et arrondis au millimètre.

b. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{IVU}$? Justifie.

c. Déduis-en la longueur du troisième côté du triangle IVU.

3 *Dans un cercle de diamètre [EO]*



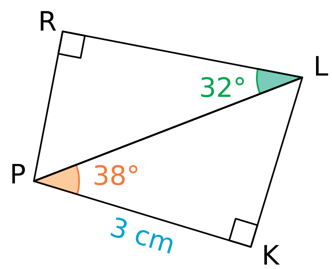
a. Le triangle PEO est rectangle en P. Le rectangle EOF est rectangle en F. Code la figure. Qu'ont en commun ces deux triangles rectangles ?

b. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{EOF}$, arrondie au degré.

c. Calcule la longueur PO, arrondie au millimètre.

d. Calcule la longueur EF, arrondie au millimètre, de deux façons différentes.

1 *En deux temps*

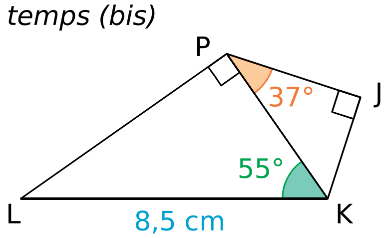


a. Explique pourquoi il est impossible de calculer directement RL à partir des données de la figure.

b. Calcule la longueur PL, arrondie au mm.

c. Déduis-en la longueur RL, arrondie au mm.

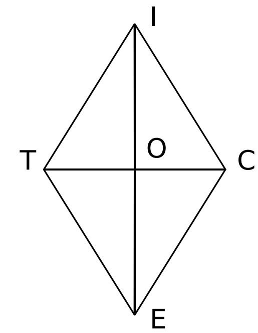
2 *En deux temps (bis)*



a. Calcule la longueur PK, arrondie au millimètre.

b. Déduis-en la longueur PJ, arrondie au mm.

3 TICE est un losange de côté 7 cm, tel que $\widehat{TIC} = 64°$.



a. En justifiant, que peux-tu dire des droites (IE) et (TC) ?

b. Quelles sont les mesures des angles $\widehat{TIE}$ et $\widehat{EIC}$? Justifie.

c. Calcule la longueur IO, arrondie au millimètre.

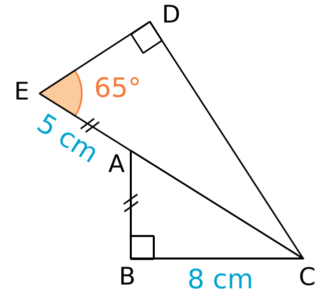
d. Déduis-en, en justifiant, la longueur de la diagonale [IE], arrondie au millimètre.

e. Calcule TO, puis TC, en arrondissant au millimètre.

1 *Pour restaurer*

Le schéma ci-contre représente un morceau de vitrail d'une chapelle en cours de restauration.

Le vitrailliste doit entourer cette pièce d'un fil de cuivre.



a. Calcule la longueur EC, arrondie au millimètre.

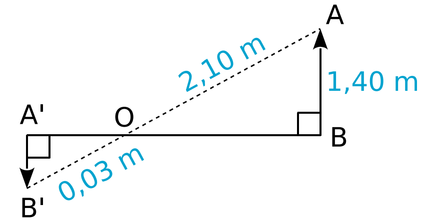
b. Calcule la longueur ED, arrondie au millimètre, puis la longueur DC.

Calcul de ED :

Calcul de DC :

c. Le fil de cuivre est vendu 1,50 €/m. Combien le vitrailliste dépensera-t-il pour entourer la pièce ?

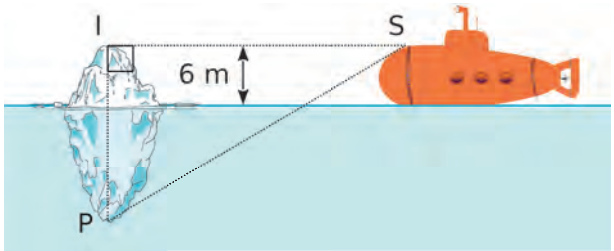
2 [A'B'] est l'image de [AB] sur l'écran d'une chambre noire d'un appareil photo d'orifice O.



a. Démontre l'égalité des angles $\widehat{A'B'O}$ et $\widehat{OAB}$.

b. Écris $\cos \widehat{A'B'O}$ en fonction de A'B' puis, en utilisant $\cos \widehat{OAB}$, déduis-en la valeur exacte de la longueur A'B'.

3 Un sous-marin (S), situé à 728 m d'un iceberg (I), veut plonger pour passer sous celui-ci.



a. Pour 1 m au-dessus de l'eau, il y a environ 8 m en dessous. Calcule la hauteur de la partie immergée de l'iceberg, puis sa hauteur totale.

b. Calcule la longueur SP, en justifiant.

....

....

....

....

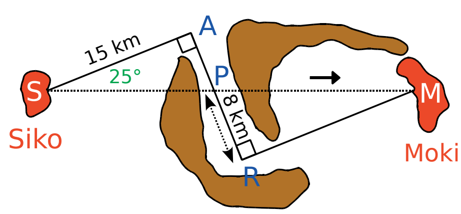
c. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ISP}$ (c'est l'angle de plongée du sous-marin), arrondie au degré.

....

....

....

4 *À vol d'oiseau*



Antoine voudrait aller de l'ile de Siko à celle de Moki avec son ULM, dont l'autonomie maximale est de 40 km. Simbad lui a prêté la carte ci-dessus.

a. Calcule la distance SP, arrondie au mètre.

....

....

....

....

b. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{RPM}$? Justifie.

....

....

....

....

c. Calcule la distance PM, arrondie au mètre.

....

....

....

....

d. Antoine réussira-t-il sa traversée ?

....

....

5 Deux villages A et B sont situés au niveau de la mer. La route qui les relie est rectiligne et passe par un col S. Pour aller du village A au col S, on parcourt 20 km ; la route fait un angle de 8° avec l'horizontale. De S à B, la descente dure 50 km.

a. Fais un schéma.

b. Calcule l'altitude du col S, arrondie au mètre.

....

....

....

c. Si un tunnel reliait directement A à B, quelle longueur mesurerait-il ? Arrondis au mètre.

....

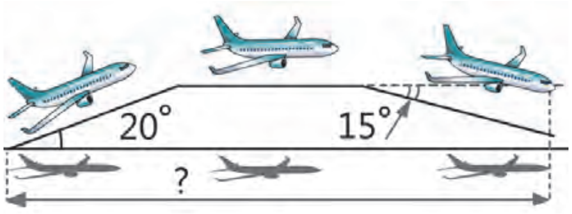
....

....

....

....

6 Un avion décolle et prend de l'altitude pendant 1,5 minutes. Il poursuit son trajet à cette altitude pendant 10 minutes et redescend pendant une minute (voir schéma).
La vitesse de l'avion reste constante, à 480 km/h.



En supposant que le Soleil soit au zénith et que ses rayons soient perpendiculaires au sol, calcule la distance parcourue par son ombre sur le sol.

....

....

....

....

....

....

....

....

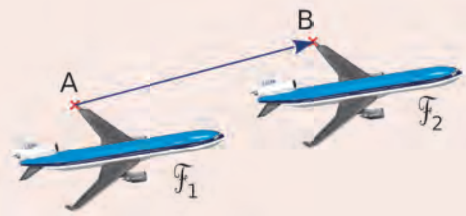
G4 Translations

g5.re/n4t g5.re/9ey g5.re/n3p

1 Définition

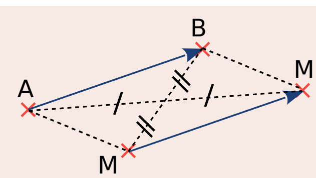
Définition

Lorsqu'on fait **glisser** la figure $\mathcal{F}_1$ (sans la faire tourner), de manière à ce que A arrive en B, elle se superpose avec la figure $\mathcal{F}_2$.
On dit que la figure $\mathcal{F}_2$ est l'image de la figure $\mathcal{F}_1$ par la **translation** qui transforme A en B.



2 Image d'un point et d'un segment

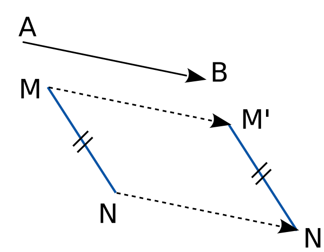
Propriété 1 L'image du point M, par la translation qui transforme A en B, est le point M', tel que les segments [MB] et [AM'] ont le même milieu.
Si les points ne sont pas alignés
alors ABM'M est un parallélogramme.



Propriété 2 L'image d'un segment par une translation est un segment parallèle et de même longueur.

Exemple :

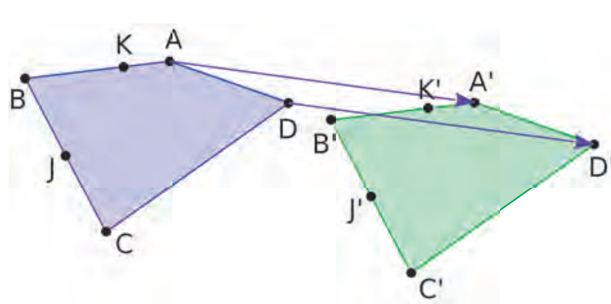
Dans la translation qui transforme A en B, le segment [MN] a pour image [M'N']. Donc les segments [MN] et [M'N'] sont parallèles et de même longueur.



3 Propriétés

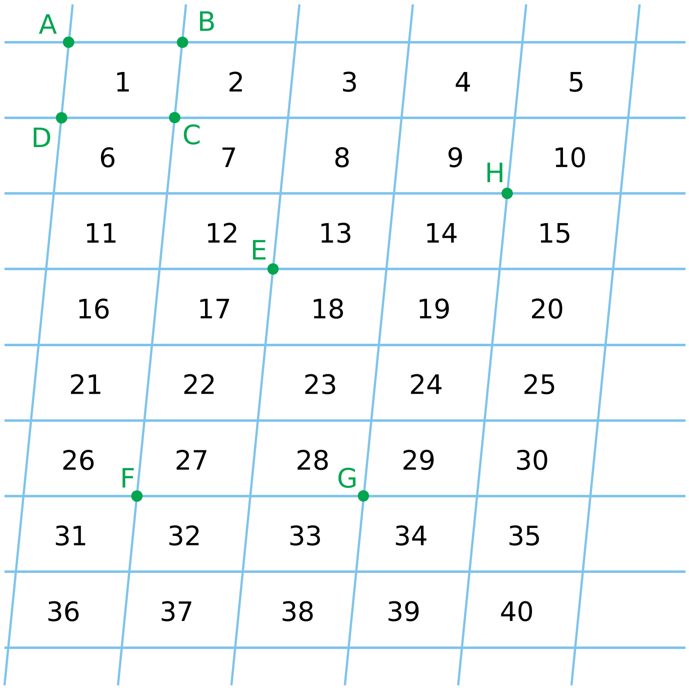
Propriété Par une translation, une figure et son image se superposent.
La translation **conserve** donc les **longueurs**, l'**alignement**, les **aires**, les **milieux** et la **mesure des angles**.

Exemple : Le quadrilatère A'B'C'D' est l'image de ABCD par la translation qui transforme A en A'.



- Les aires et les périmètres des deux quadrilatères sont égaux.
- Les points A, B, K sont alignés donc leurs images A', B', K' sont également alignées.
- Le point J est le milieu du segment [BC] donc son image J' par la translation est le milieu du segment [B'C'].
- L'angle $\widehat{A'B'C'}$ est l'image de l'angle $\widehat{ABC}$ par la translation, ils ont donc la même mesure.

1 On considère le pavage ci-dessous, constitué de droites parallèles.



a. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifie.

b. Quelle est l'image du point D par la translation qui transforme C en B ? Justifie.

c. Quelle est l'image du point C par la translation qui transforme B en A ? Justifie.

2 Reprends la figure de l'exercice **1**.

a. Soit la translation qui transforme F en G. Colorie...

- en rouge, l'image du motif 13 ;
- en bleu, l'image du motif 16 ;
- en vert, l'image du motif 32.

b. Soit la translation qui transforme E en H. Colorie...

- en jaune, l'image du motif 13 ;
- en orange, l'image du motif 16 ;
- en gris, l'image du motif 32.

3 Reprends la figure de l'exercice **1**.

a. Soit la translation qui transforme B en C.

- L'image du motif 9 est le motif ..... .
- L'image du motif 12 est le motif ..... .
- L'image du motif 16 est le motif ..... .
- L'image du motif 23 est le motif ..... .

b. Soit la translation qui transforme E en G.

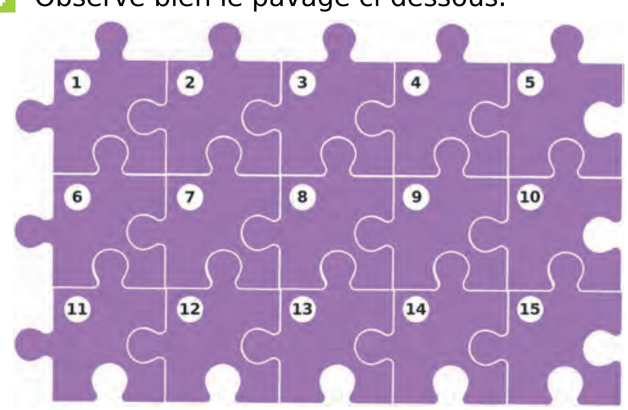
- L'image du motif 9 est le motif ..... .
- L'image du motif 12 est le motif ..... .
- L'image du motif 16 est le motif ..... .
- L'image du motif 23 est le motif ..... .

c. Le motif 15 est l'image du motif 32 par une translation. Laquelle ?

Par cette translation...

- quelle est l'image du motif 26 ? ....
- quelle est l'image du motif 37 ? ....

4 Observe bien le pavage ci-dessous.



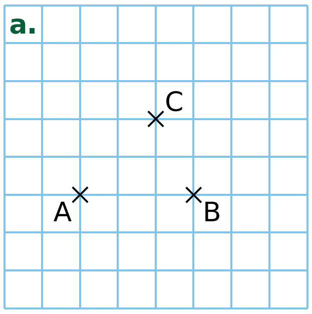
a. Quelle est l'image de la pièce 3 par la translation qui transforme la pièce 6 en 8 ?

b. Quelle est l'image de la pièce 9 par la translation qui transforme la pièce 15 en 12 ?

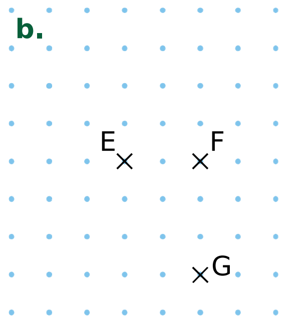
c. Quelle est l'image de la pièce 5 par la translation qui transforme la pièce 3 en 13 ?

d. Quelle est l'image de la pièce 1 par la translation qui transforme la pièce 3 en 10 ?

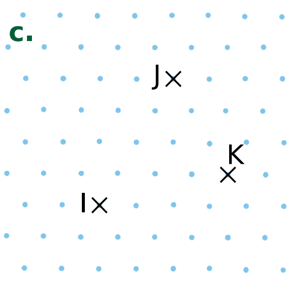
1 Effectue les constructions demandées.



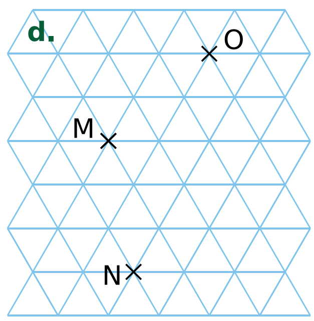
Construis D, l'image de B par la translation qui transforme A en C.



Construis H, l'image de E par la translation qui transforme G en F.

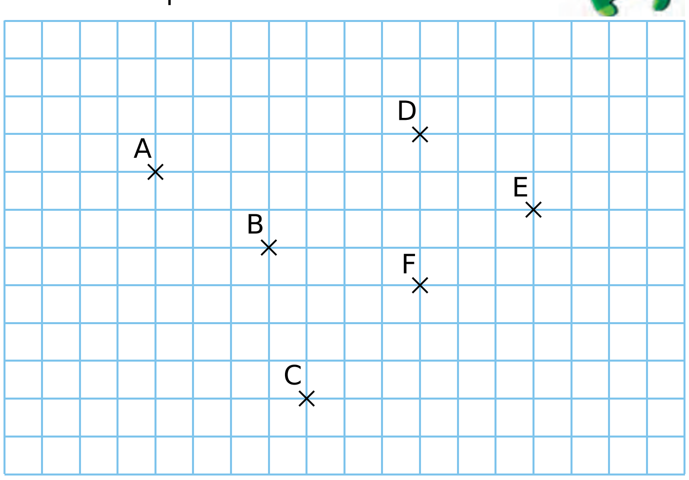


Construis L, l'image de I par la translation qui transforme K en J.

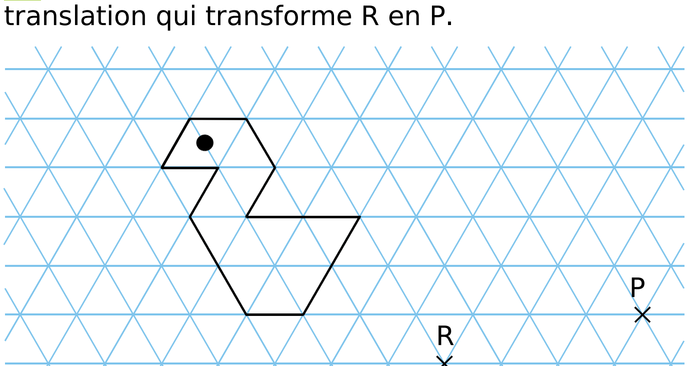


Construis P, l'image de N par la translation qui transforme M en O.

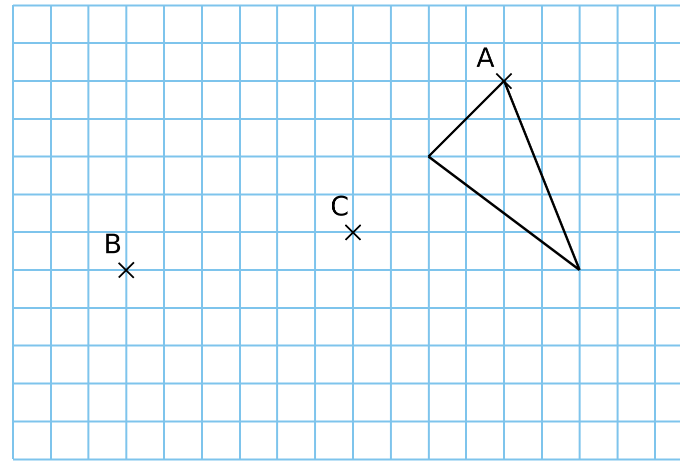
2 Construis les points A', B', C', D', E' et F', images de A, B, C, D, E et F par la translation qui transforme E en F.



3 Construis, en bleu, l'image de la figure par la translation qui transforme R en P.



4 Effectue les constructions demandées.

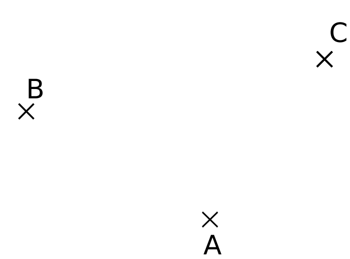


a. Construis, en bleu, l'image du triangle par la translation qui transforme A en B.

b. Construis, en rouge, l'image du triangle par la translation qui transforme A en C.

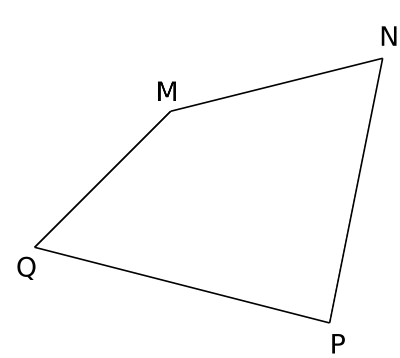
5 Construis...

- le point D, image de B par la translation qui transforme A en C ;
- le point E, image de A par la translation qui transforme C en B ;
- le point F, image de C par la translation qui transforme B en A.



6 Construis...

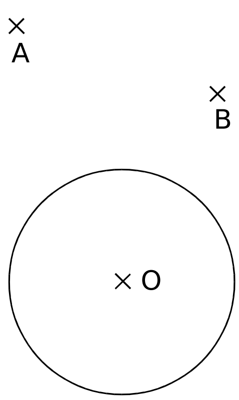
- le point R, image de P par la translation qui transforme M en N ;
- le point S, tel que Q soit l'image de S par la translation qui transforme M en P ;
- le point T, tel que T soit l'image de N par la translation qui transforme T en P.



1 *Autour du cercle*

a. Construis, en bleu, l'image du cercle de centre O par la translation qui transforme B en A.

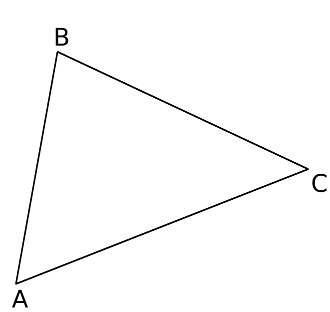
b. Construis, en vert, l'image du cercle de centre O par la symétrie de centre A.



2 *Autour du triangle*

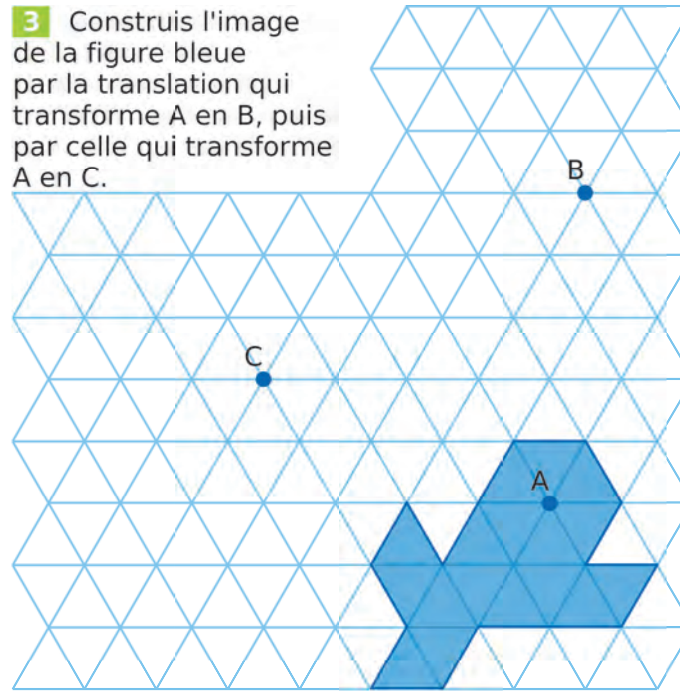
a. Construis, en bleu, l'image de ABC par la translation qui transforme C en B.

b. Construis, en vert, l'image de ABC par la symétrie d'axe (AC).



3

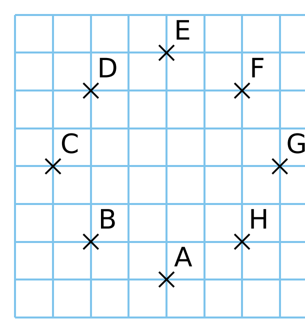
Construis l'image de la figure bleue par la translation qui transforme A en B, puis par celle qui transforme A en C.



4 Géométrie dynamique

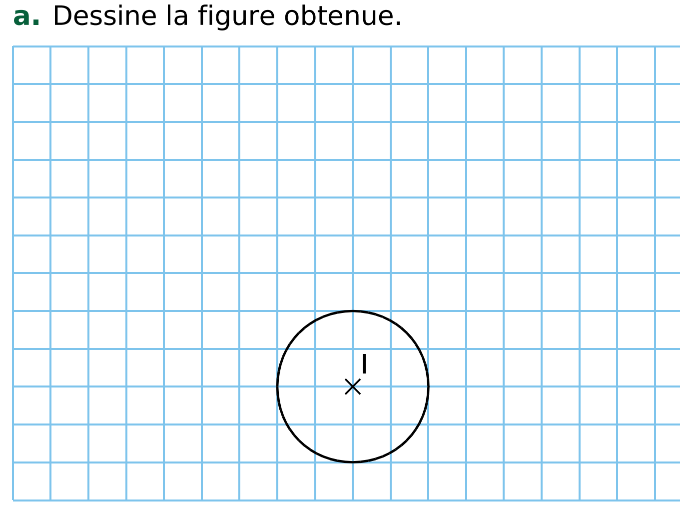
Affiche la grille.

- Construis un cercle $\mathscr{C}_1$ de centre I (sur un nœud de la grille) et de rayon 2 carreaux.
- Place les points A, B, C, D, E, F, G, H comme ci-contre.



- Construis le cercle $\mathscr{C}_2$, image du cercle $\mathscr{C}_1$ par la translation qui transforme A en B.
- Construis le cercle $\mathscr{C}_3$, image du cercle $\mathscr{C}_2$ par la translation qui transforme B en C.
- Continue ainsi jusqu'à construire $\mathscr{C}_8$, image de $\mathscr{C}_7$ par la translation qui transforme G en H.

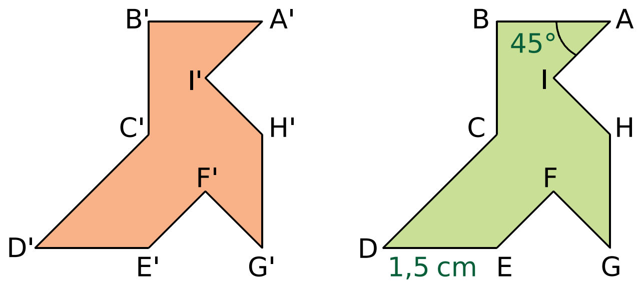
a. Dessine la figure obtenue.



b. Définis la translation qui transforme le cercle $\mathscr{C}_1$ en le cercle $\mathscr{C}_8$.

....

1 La figure orange est l'image de la figure verte par une translation. Complète les phrases.



a. ED = 1,5 cm donc E'D' = ...

car ....

....

....

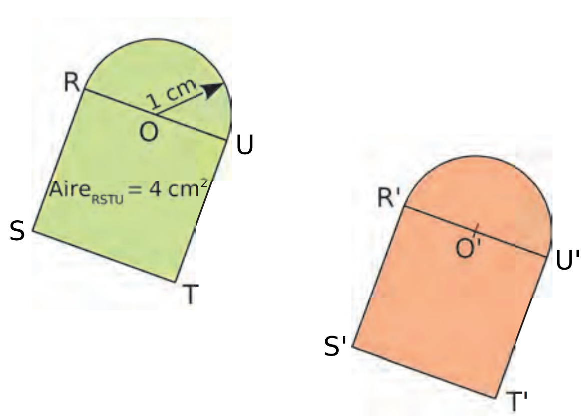
b. $\widehat{BAI}$ = 45° donc $\widehat{B'A'I'}$ = ...

car ....

....

....

2 Même énoncé qu'a l'exercice **1**.



a. Aire$_{RSTU}$ = 4 cm^2 donc Aire$_{R'S'T'U'}$ = ...

car ....

....

....

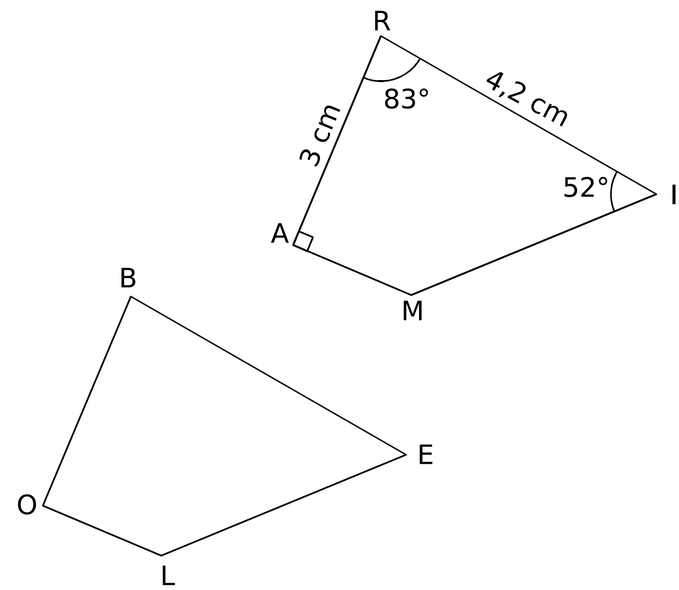
b. Le rayon du demi-cercle de diamètre [RU] est 1 cm, donc le rayon du demi-cercle de diamètre [R'U'] est .... car ....

....

....

....

3 Le quadrilatère BELO est l'image du quadrilatère RAMI par une translation.



a. Complète le tableau suivant.

Point	R	A	M	I
Image				

Tu justifieras ensuite chaque réponse.

b. Quelle est la longueur du segment [BE] ?

....

....

....

....

c. Quelle autre longueur peux-tu déterminer ?

....

....

....

....

d. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BEL}$?

....

....

....

....

e. Écris deux autres égalités de mesure d'angle.

....

....

G5 Espace

g5.re/urp

g5.re/qdq

g5.re/1qw

1 Pyramide

A Vocabulaire

Définitions

Une **pyramide** est un solide dans lequel :

- une des faces, appelée **base** de la pyramide, est un polygone ;
- les autres faces, appelées **faces latérales**, sont des triangles qui ont un sommet commun, appelé **sommet** de la pyramide.

La **hauteur** d'une pyramide est le segment issu de son sommet et perpendiculaire à la base.

Une **arête latérale** est un segment joignant un des sommets de la base au sommet de la pyramide.

Exemple :

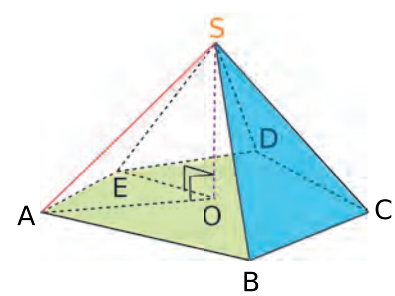
Le **sommet** de cette pyramide est le point S.

La **base** de cette pyramide est le pentagone ABCDE.

Les **faces latérales** sont les triangles :
SAB, SBC, SCD, SDE, SEA.

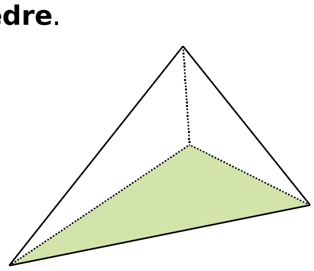
Les **arêtes latérales** sont les segments :
[AS], [BS], [CS], [DS], [ES].

La **hauteur** de la pyramide est le segment [OS].

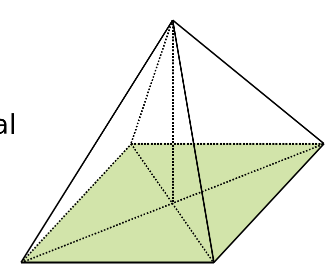


Remarques :

- Une pyramide à base triangulaire s'appelle un **tétraèdre**.



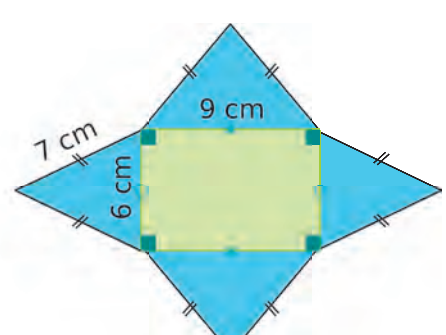
- Une **pyramide régulière** est une pyramide dont la base est un **polygone régulier** (par exemple, un triangle équilatéral ou un carré) et dont les faces latérales sont des **triangles isocèles superposables**.
Sa **hauteur** passe par le centre de la base.



B Patron

Exemple : Voici le **patron** d'une pyramide.

▶ Sa **base** est un rectangle, de longueur 9 cm et de largeur 6 cm, et chaque arête latérale mesure 7 cm.



2 Cône de révolution

A Vocabulaire

Définitions

- Un **cône de révolution** est un solide qui est généré par un triangle rectangle en rotation autour d'un des côtés de son angle droit.
- La **base** d'un cône de révolution est un disque.
- La **hauteur** d'un cône de révolution est le segment qui joint le centre de ce disque au sommet du cône. Il est perpendiculaire au disque de base.
- Une **génératrice** d'un cône de révolution est un segment qui joint le sommet du cône à un point du cercle de base.

Exemple :

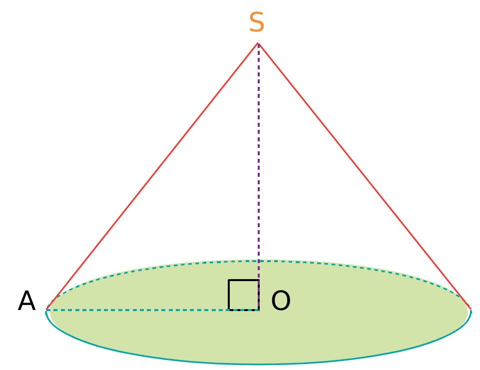
Le **sommet** du cône est le point S.

La **base** de ce cône est le disque de centre O : on la représente en perspective par un ovale (une ellipse) car elle n'est pas vue de face.

La **hauteur** du cône est le segment [OS].

Le triangle AOS, rectangle en O, génère le cône en tournant autour de (OS).

Une **génératrice** du cône est [SA].



B Patron

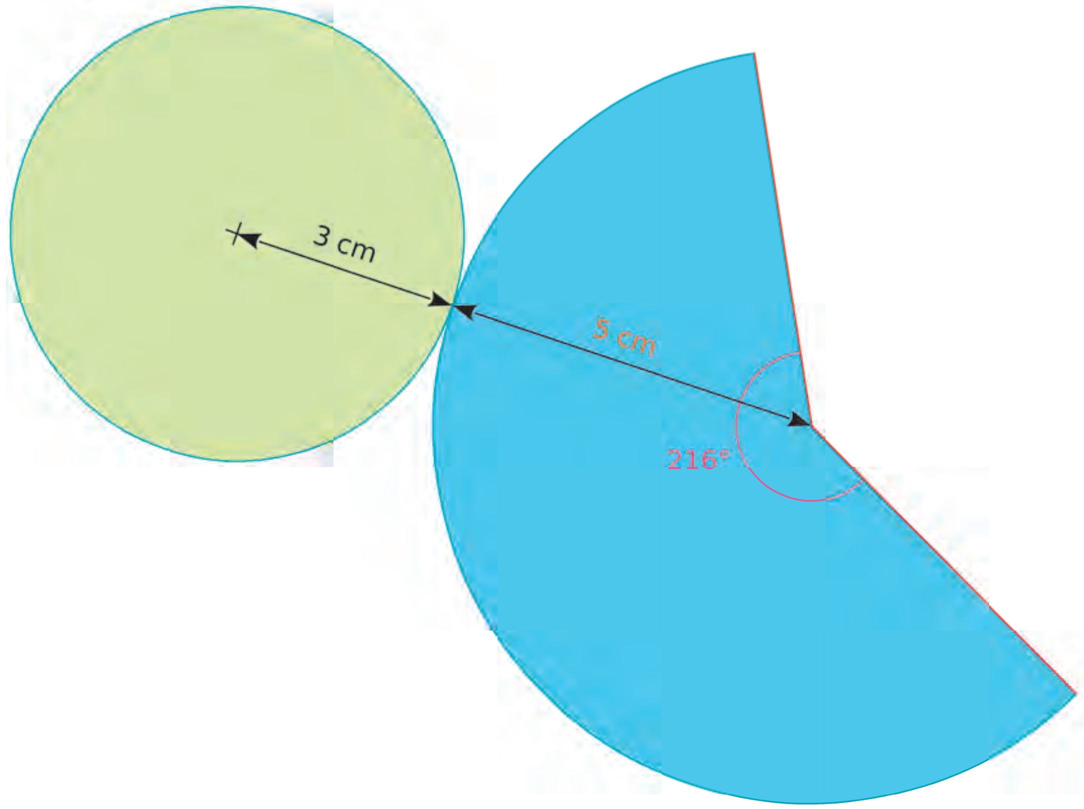
Exemple :

Voici le **patron** d'un cône de rayon de base 3 cm et de génératrice 5 cm.

La longueur du secteur de disque de rayon 5 cm est égale au périmètre de la base, soit : 6π cm.

L'angle du secteur de disque est proportionnel à sa longueur.

Il a pour angle $\dfrac{360 \times 6\pi}{10\pi} = 36 \times 6 = 216°$.



3 Volume

Propriété

Le volume d'une **pyramide** ou d'un **cône de révolution** est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

Remarque :

Lorsque les longueurs sont exprimées en m, l'aire de la base est exprimée en m^2, et le volume de la pyramide en m^3.

Exemple 1 :

- On souhaite calculer le volume d'une pyramide de hauteur 2,50 m ayant pour base un rectangle de dimensions 4 m et 4,20 m.

$\mathcal{A} = L \times l = 4 \times 4{,}2 = 16{,}8 \text{ m}^2$ ⟶ On calcule l'aire de la base : c'est un rectangle.

$\mathcal{V} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$ ⟶ On écrit la formule du volume d'une pyramide.

$\mathcal{V} = \frac{16{,}8 \times 2{,}5}{3} = 14 \text{ m}^3$ ⟶ On remplace par les valeurs numériques.

Donc le volume de la pyramide est 14 m^3.

Exemple 2 :

- On souhaite calculer le volume d'un cône de révolution de hauteur 25 cm ayant pour base un disque de rayon 9 cm.

$\mathcal{A} = \pi \times r^2 = \pi \times 9^2 = 81\pi \text{ cm}^2$ ⟶ On calcule l'aire de la base : c'est un disque de rayon 9 cm.

$\mathcal{V} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$ ⟶ On écrit la formule du volume du cône.

$\mathcal{V} = \frac{81\pi \times 25}{3} = 27\pi \times 25 = 675\pi \text{ cm}^3$ ⟶ On remplace par les valeurs numériques et on termine le calcul.

Donc le volume exact du cône est 675π cm^3.
Une valeur approchée au cm^3 près est 2 120 cm^3.

4 Repérage

Propriété Tout point M de l'espace peut être repéré dans un **repère** grâce à ses trois **coordonnées**.

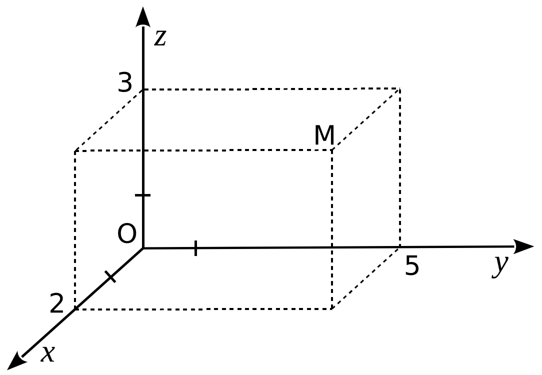
Définitions

- La première coordonnée, lue sur l'axe (Ox), est appelée l'**abscisse**.
- La deuxième coordonnée, lue sur l'axe (Oy), est appelée l'**ordonnée**.
- La troisième coordonnée, lue sur l'axe (Oz), est appelée la **cote** ou l'**altitude**.

Exemple :

- On construit le pavé droit de sommets O et M et dont les arêtes sont parallèles aux axes du repère.

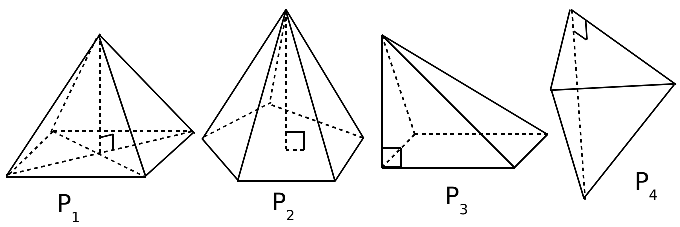
  Le point M a pour coordonnées (2 ; 5 ; 3).



1 *Pyramide*

a. Pour chaque pyramide, colorie...

- en bleu, son sommet ;
- en vert, ses arêtes latérales ;
- en rouge, sa hauteur ;
- en jaune, le polygone représentant sa base.



b. Complète alors le tableau.

Nom	P_1	P_2	P_3	P_4
Nb de côtés de la base				
Nombre de faces				
Nombre d'arêtes				
Nombre de sommets				

2 La base d'une pyramide a x côtés. Exprime, en fonction de x...

- son nombre de faces : ....
- son nombre de sommets : ....
- son nombre d'arêtes : ....

3 Un tétraèdre régulier est une pyramide dont les faces sont des triangles équilatéraux. Soit 54 cm la longueur totale des arêtes d'un tétraèdre régulier. Quelle est la longueur d'une arête ?

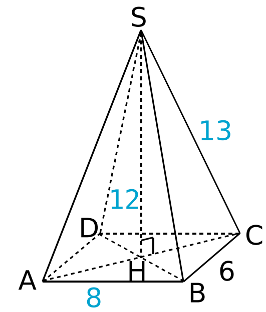
....

....

....

....

4 SABCD est une pyramide à base rectangulaire dont les faces latérales sont des triangles isocèles.



a. À l'aide du dessin, nomme...

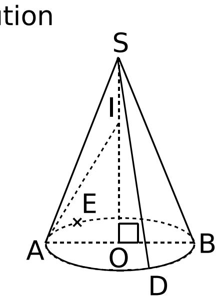
- son sommet : ....
- sa hauteur : ....
- sa base : ....
- ses arêtes latérales : ....
- ses faces latérales : ....

b. Déduis-en les longueurs suivantes.

AD	CD	SH	SA	SB	SD

5 *Cône de révolution*

a. En considérant le cône de révolution représenté ci-contre, nomme...



- son sommet : ....
- le centre de sa base : ....
- un diamètre de sa base : ....
- sa hauteur : ....
- trois génératrices : ....

b. Quelle est la nature du triangle SAD ?

....

....

c. Quelle est la nature du triangle SOD ?

....

....

d. Cite toutes les longueurs égales à OA.

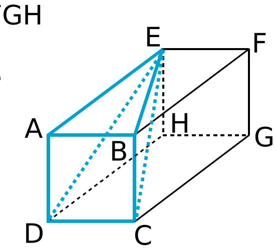
....

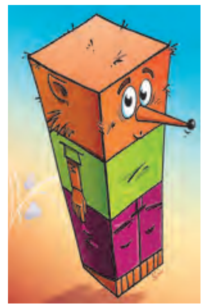
6 À main levée, dessine une représentation en perspective de chaque solide ci-dessous, puis complète la figure avec les indications données.

a. Un cône de révolution de sommet M, de hauteur PM = 6,7 cm a pour base un disque de diamètre RS = 5,2 cm.

b. Une pyramide de sommet K, de hauteur KL = 4 cm a pour base un carré WXYZ de côté 3 cm.

1 ABCDEFGH est un pavé droit tel que ABCD est un carré.





a. Quelle est la nature des faces de ce pavé droit ?

....

b. Déduis-en la nature des triangles EAD et EAB.

....

c. Quelle semble être la position des faces ABCD et ABFE ?

....

d. Déduis-en la nature du triangle EBC.

....

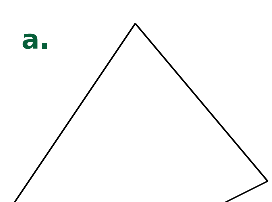
e. On a AB = 1,5 cm et AE = 2,7 cm. Représente, en vraie grandeur, les triangles AED, BEC et EDC.

2 Complète les dessins suivants pour obtenir...

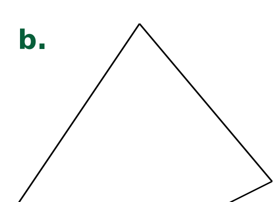
a. une pyramide à base triangulaire ;

b. une pyramide à base carrée.

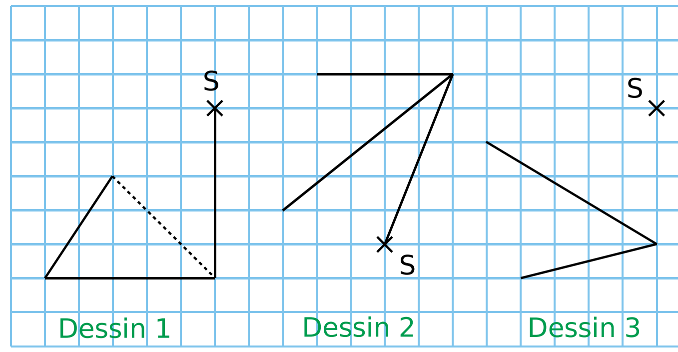
a.



b.



3 Complète les dessins ci-dessous pour obtenir des représentations, en perspective cavalière, d'une pyramide de sommet S à base triangulaire.

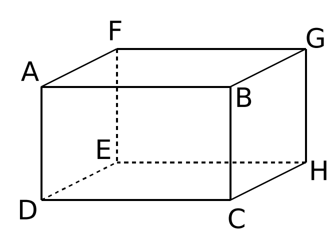


4 Représente, en perspective cavalière, un cône de révolution de hauteur 3,4 cm et dont le rayon de la base est 2 cm.

En perspective cavalière, la base d'un cône de révolution est représentée par ....

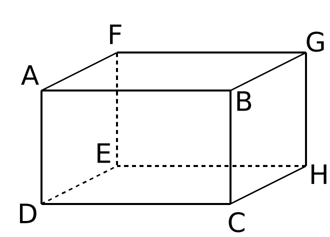
5 Dans chaque parallélépipède rectangle ci-dessous, trace la pyramide demandée. Puis dessine à droite sa représentation en perspective.

a.



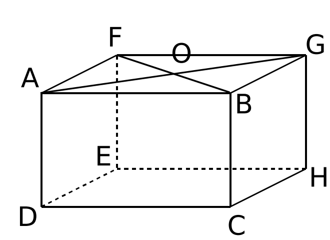
Pyramide ADCHE

b.



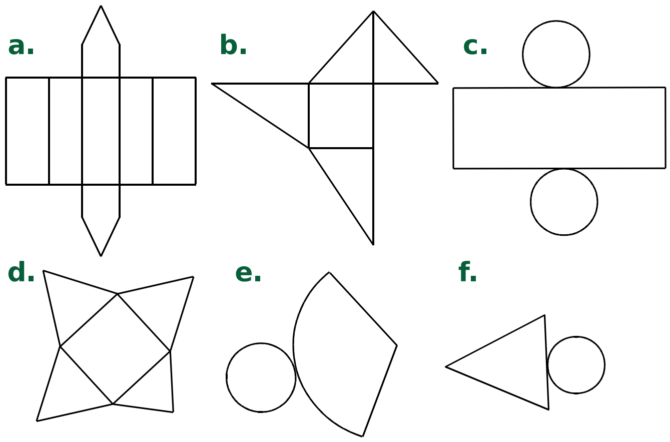
Pyramide BDCH

c.



Pyramide ODCHE

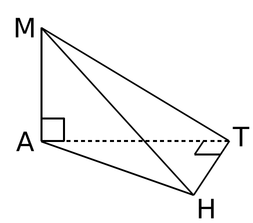
1 Parmi les figures ci-dessous, barre les patrons qui ne sont pas corrects.



Associe ensuite les patrons restants aux noms des solides suivants : prisme droit, pyramide, cône de révolution et cylindre de révolution.

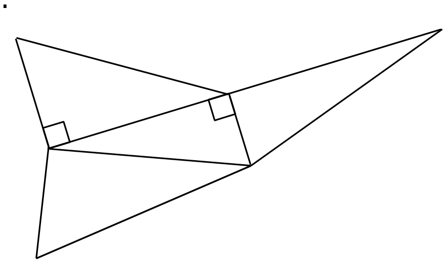
a. ....
b. ....
c. ....
d. ....
e. ....
f. ....

2 MATH est une pyramide telle que MA = 3 cm ; AT = 4 cm et TH = 2 cm.



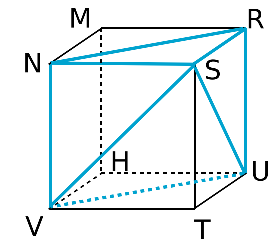
a. Reporte, sur la représentation en perspective cavalière ci-contre, les longueurs connues.

b. Sur le patron ci-dessous, écris le nom des sommets de chaque triangle, code les segments de même longueur, et indique les longueurs connues.



c. Reproduis en vraie grandeur le patron de MATH.

3 RSTUMNVH est un cube de côté 2 cm. On considère la pyramide SNRUV.



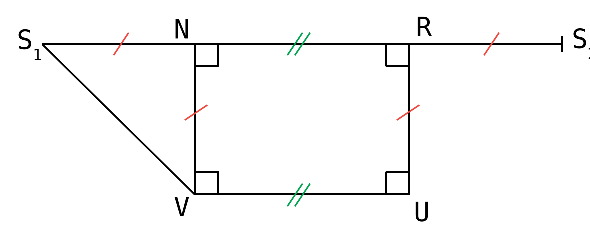
a. Nomme la base de cette pyramide, puis donne sa nature.

....

b. Quelle est la nature des faces latérales de cette pyramide ?

....

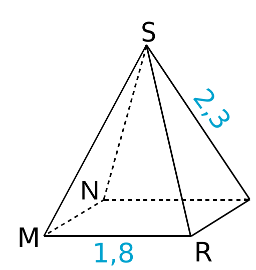
c. Termine le patron de la pyramide SNRUV, commencé ci-dessous.



4 *Pyramide à base carrée*

SMNPR est une pyramide régulière à base carrée. L'unité est le centimètre.

Trace ci-dessous le patron de cette pyramide.



Fiche 4 : construire des patrons de cônes et de pyramides (2)

1 On considère un cône de révolution de génératrice 2,5 cm et dont la base a pour rayon 1,5 cm.

a. Construis ci-dessous, à main levée, ce cône de révolution. Tu y indiqueras ses dimensions.

b. Calcule la hauteur de ce cône.

....

....

....

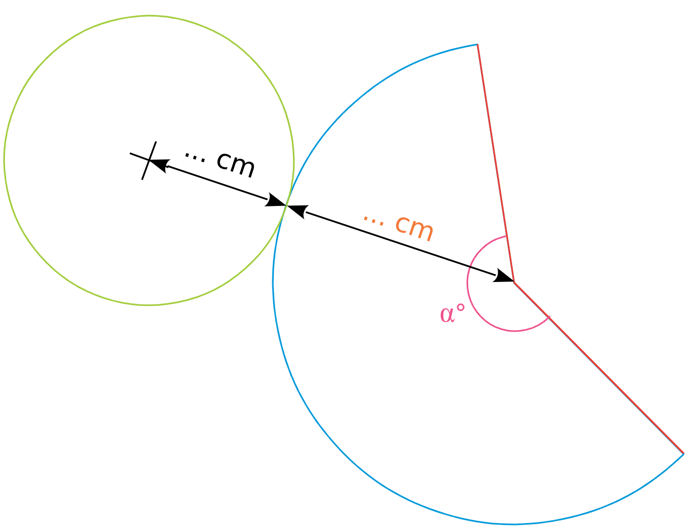
....

....

....

....

c. On souhaite construire un patron de ce cône. Le schéma ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, représente ce patron. Complète-le.



Afin de construire ce patron, nous allons déterminer la mesure de l'angle α.

d. Calcule le périmètre du cercle de base de ce cône.

....

....

....

....

e. Compare les longueurs de l'arc bleu et du cercle vert.

....

....

f. On admet que la mesure de l'angle est proportionnelle à la longueur de l'arc bleu. Complète le tableau de proportionnalité ci-dessous, puis détermine la mesure de l'angle α.

	Longueur	Mesure de l'angle
Grand cercle		360°
Arc de cercle		α

....

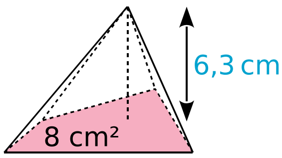
....

....

g. Construis, en vraie grandeur, le patron de ce cône de révolution.

1 Calcule le volume des pyramides suivantes.

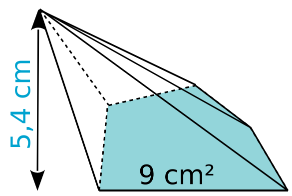
a.



$\mathcal{V} = \dfrac{\dots\dots \times \dots\dots}{3}$

$\mathcal{V} = \dots\dots\dots\dots$ cm³

b.



$\mathcal{V} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$

$\mathcal{V} = \dots\dots\dots\dots$ cm³

2 On considère des pyramides dont la base a une aire de 56 mm².

a. Complète le tableau.

Hauteur de la pyramide	7 mm	9 cm	1,3 dm
Volume de la pyramide (en mm³)			

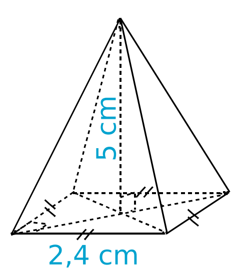
b. Que remarques-tu ?

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

3 Pour chaque pyramide, colorie la base, et repasse en couleur une hauteur. Puis complète les calculs pour déterminer le volume.

a.



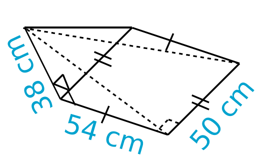
Aire de la base :

……. × ……. = ……. cm²

Volume :

$\dfrac{\dots\dots \times \dots\dots}{3} = \dots\dots$ cm³

b.



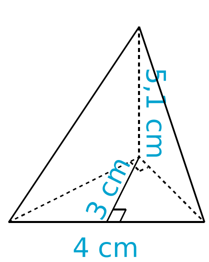
Aire de la base :

……………………………………

Volume :

……………………………………

c.



Aire de la base :

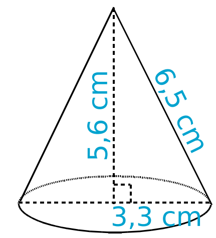
……………………………………

Volume :

……………………………………

4 Complète les calculs pour déterminer le volume exact de chaque cône de révolution.

a.



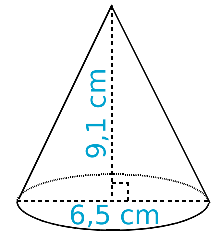
Aire de la base :

$\pi \times \dots\dots^2 = \dots\dots \times \pi$ cm²

Volume du cône de révolution :

$\dfrac{\dots\dots \times \dots\dots\, \pi}{3} = \dots\dots$ cm³

b.



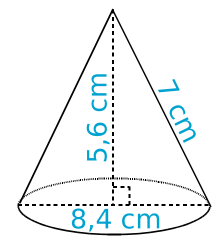
Aire de la base :

……………………………………

Volume du cône de révolution :

……………………………………

c.



Aire de la base :

……………………………………

Volume du cône de révolution :

……………………………………

5 Calcule le volume des solides suivants.

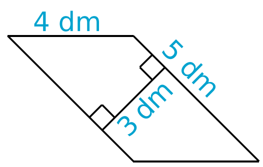
a. Une pyramide à base rectangulaire de longueur 4 cm, de largeur 2,5 cm et de hauteur 72 mm.

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

b. Une pyramide de hauteur 0,8 m, ayant pour base le parallélogramme ci-contre.



……………………………………

……………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

c. Un cône de révolution de hauteur 6 cm et dont la base a pour diamètre 20 mm. Donne la valeur exacte, puis la valeur arrondie au mm³.

……………………………………………………………………

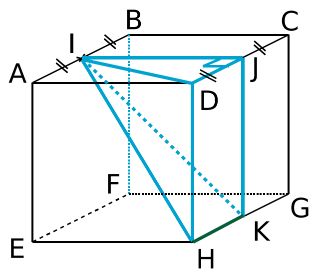
……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

1 *Volume de pyramides*

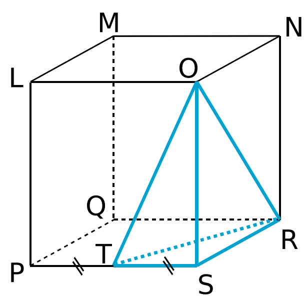
a.



ABCDEFGH est un cube de côté 8 cm.

Calcule le volume exact de IJDHK.

b.



LMNOPQRS est un pavé droit tel que : LM = 5 cm ; LO = 5,6 cm et LP = 8,6 cm.

Calcule le volume exact de la pyramide ORST.

2 *Volume de cône de révolution*

a. Calcule le volume d'un cône de révolution, généré en faisant tourner un triangle ABC, rectangle en A, autour de (AB).
On sait que AB = 13 cm et AC = 3 cm. Donne la valeur arrondie au cm³.

Schéma :

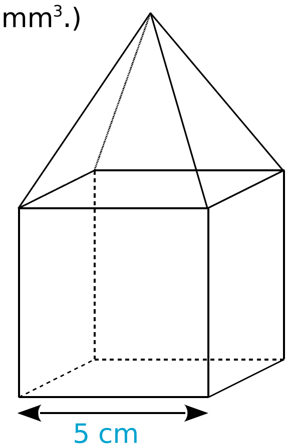
b. Quel est le volume du cône de révolution, généré en faisant tourner un triangle DEF, isocèle en D, autour de (DI) ? On sait que I est le milieu de [EF], EF = 14 cm et DI = 8 cm. Donne la valeur arrondie au cm³.

Schéma :

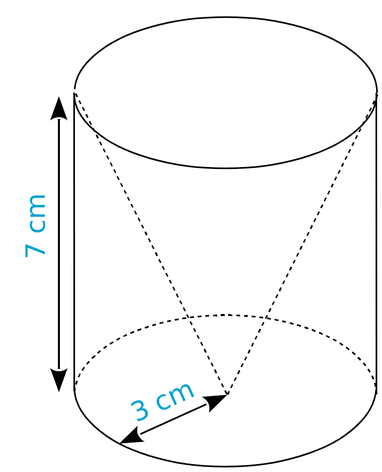
3 Calcule le volume des solides suivants.

(Tu donneras la valeur exacte, puis une valeur arrondie au mm³.)

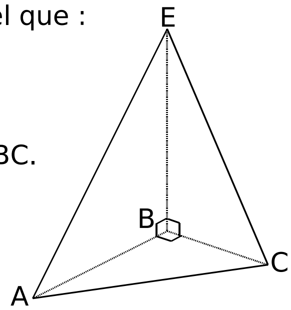
a. Un cube surmonté d'une pyramide de même hauteur.



b. Un cylindre contenant un cône de révolution.



1 EABC est un tétraèdre tel que :
AB = 3 cm ;
BC = 2 cm
et BE = 4 cm.



a. Calcule l'aire de la face ABC.

$\mathscr{A}_{ABC}$ = ...

....

b. Calcule le volume $\mathscr{V}$ du tétraèdre EABC, en prenant pour base la face ABC.

La hauteur est : ....

$\mathscr{V}$ = ...

c. Calcule le volume de ce tétraèdre de deux autres manières.

- en prenant comme base EBC :

$\mathscr{A}_{EBC}$ = ...

La hauteur est : ....

$\mathscr{V}$ = ...

- en prenant comme base EAB :

$\mathscr{A}_{EAB}$ = ...

La hauteur est : ....

$\mathscr{V}$ = ...

2 On considère des pyramides à base rectangulaire de longueur L, de largeur l et de hauteur h.
Complète le tableau et justifie tes réponses.

	L	l	h	Volume exact
a.	5 cm	5 cm		35 cm^3
b.		1 cm	4,5 cm	13,5 cm^3
c.	2 dm		6,5 dm	3 510 cm^3

a. ....

....

b. ....

....

....

c. ....

....

....

3 On considère des cônes de révolution de rayon r, de diamètre D et de hauteur h.
Complète le tableau et justifie tes réponses.

	r	D	h	Volume exact	Volume arrondi au millième
a.	5 cm			35π cm^3	
b.		3 cm	7 cm		
c.			2 cm	54π cm^3	

a. ....

....

....

b. ....

....

....

c. ....

....

....

4 Amandine et Basile disposent chacun d'un bloc de cire cubique d'arête 5 cm.

a. Calcule le volume du bloc de cire.

....

Pour chaque question suivante, tu réaliseras un schéma en perspective cavalière.

b. Amandine a un moule pour réaliser une bougie conique. Le diamètre de la base est 8 cm et la hauteur est 12 cm. Va-t-elle utiliser toute la cire ?

....

....

....

....

c. Basile veut réaliser une bougie pyramidale, dont la base est un carré de côté 5 cm. Quelle est la hauteur de son moule, sachant qu'il a utilisé toute la cire ?

....

....

....

....

1 Un cylindre a un volume de 51 cm³. Quel est le volume du cylindre obtenu après une réduction de rapport 0,6 ?

2 On fait subir un agrandissement de coefficient 5 à une pyramide. La pyramide obtenue a un volume de 2 000 cm³. Quel était le volume de la pyramide de départ ?

3 Une figure a une aire de 124 cm². Après réduction, on obtient une nouvelle figure dont l'aire est 89,59 cm². Détermine le rapport de réduction.

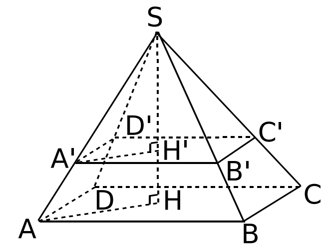
4 Soit un cube d'arête 5 cm.

a. Quelle est, en cm², l'aire de sa surface totale (c'est-à-dire la surface composée par ses 6 faces) ?

b. Calcule le volume de ce cube, en cm³.

c. Un autre cube a une surface totale 16 fois plus grande. Quel est le volume de ce cube, en cm³ ?

5 On réalise la section d'une pyramide SABCD à base rectangulaire par un plan parallèle à sa base, à 5 cm du sommet.
AB = 4,8 cm ;
BC = 4,2 cm
et SH = 8 cm.



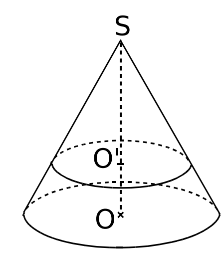
a. Calcule le volume de la pyramide SABCD.

b. La pyramide SA'B'C'D' est une réduction de la pyramide SABCD. Donne le rapport de cette réduction.

c. Déduis-en le volume de la pyramide SA'B'C'D'.

6 Sur la figure ci-contre, on a un cône de révolution tel que SO = 10 cm.
Un plan parallèle à la base coupe ce cône tel que SO' = 7 cm.

La figure n'est pas à l'échelle.

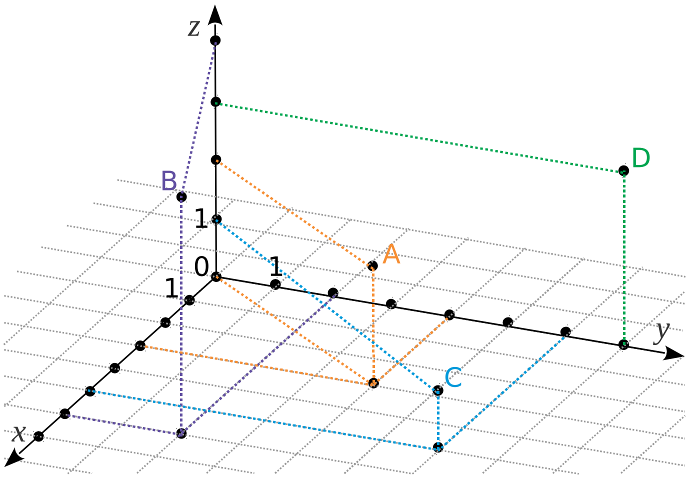


a. Le rayon du disque de base du grand cône est de 3,2 cm. Calcule la valeur exacte du volume du grand cône.

b. Quel est le coefficient de réduction qui permet de passer du grand cône au petit cône ?

c. Calcule la valeur exacte du volume de ce petit cône, puis donnes-en la valeur arrondie au cm³.

1 L'espace est muni d'un repère.



a. Quelle est l'abscisse du point A ? ....

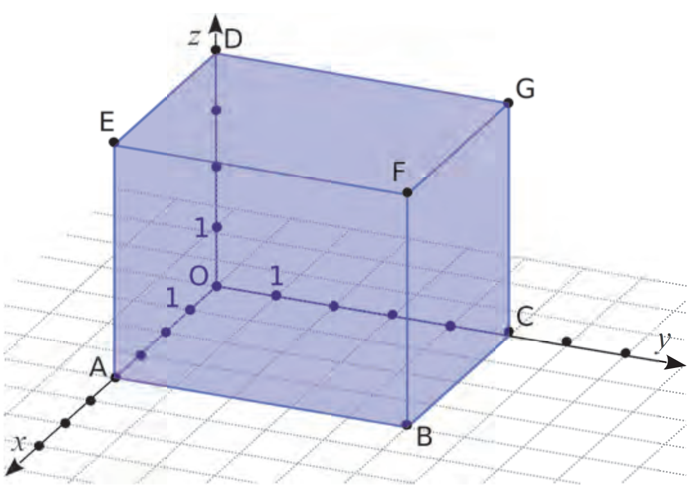
b. Quelle est l'ordonnée du point A ? ....

c. Quelle est la cote du point A ? ....

d. Détermine les coordonnées des points B, C et D.

....

2 OABCDEFG est un pavé droit. Le point A appartient à l'axe des abscisses, C à l'axe des ordonnées et D à l'axe des cotes.



a. Détermine les coordonnées des sommets de ce pavé droit.

....

....

....

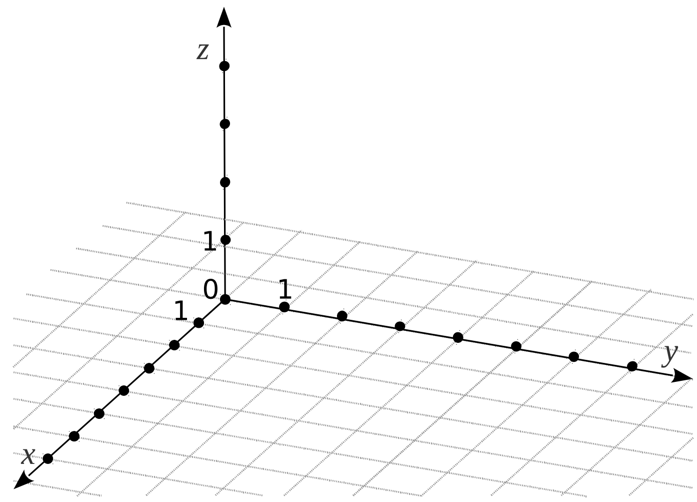
b. On suppose maintenant que F a pour coordonnées (x_F ; y_F ; z_F). Détermine les coordonnées des sommets du pavé droit OABCDEFG, en fonction des coordonnées de F.

....

....

....

3 Dans ce repère, place les points : A(0 ; 5 ; 0) ; B(4 ; 0 ; 1) ; C(7 ; 3 ; 2) ; D(2 ; 3 ; 4) et E(3 ; 5 ; 3).



4 Réponds par Vrai (V) ou Faux (F).

Un point dont les trois coordonnées sont égales est le sommet d'un cube dont l'origine du repère est le sommet opposé.	.....
Un point d'abscisse nulle appartient toujours à l'axe des abscisses.	.....
Un point d'abscisse nulle et de cote nulle appartient toujours à l'axe des ordonnées.	.....
Un point d'ordonnée nulle appartient toujours au plan (xOy).	.....
Deux points dont les coordonnées sont opposées sont symétriques par rapport à l'origine du repère.	.....

5 **Géométrie dynamique**

Dans la fenêtre *Graphique 3D*, affiche la grille.

a. Place les points suivants :
A(– 1, 3, 0) ; B(3, 1, – 2) ; C(1, – 1, – 4) ; D(1, 5, 2)

b. Construis E milieu de [AB], et F milieu de [CD]. Donne leurs coordonnées. Que remarques-tu ?

....

....

c. Construis G, milieu de [AD], et H, milieu de [BC]. Donne leurs coordonnées. Que dire alors du point E pour le segment [HG] ?
Vérifie ta conjecture à l'aide du logiciel.

....

....

....

Géométrie dynamique

SABC est une pyramide à base triangulaire telle que :
- AB = 4 cm et AC = 3 cm ;
- la base ABC est un triangle rectangle en A ;
- la hauteur [SA] de la pyramide est de 4 cm.

Le point M est le milieu de l'arête [SA].

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis cette pyramide.

Tu vérifieras progressivement, à l'aide du logiciel, les résultats des questions suivantes.

b. Calcule le volume de la pyramide.

....

....

....

....

c. Dessine en vraie grandeur les faces SAC et SAB.

d. Calcule les longueurs SB et SC.

....

....

....

....

....

....

e. Calcule la mesure des angles $\widehat{ASC}$ et $\widehat{ASB}$.

....

....

....

....

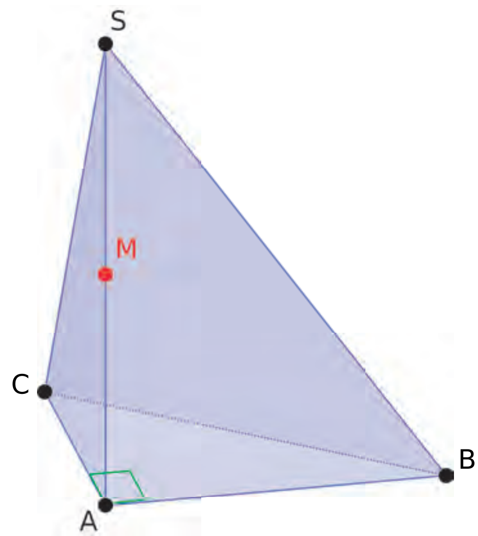
....

....

On considère la section de la pyramide par le plan parallèle à la base, et passant par le point M.

f. Construis cette section avec le logiciel. Nomme N le point d'intersection de cette section avec l'arête [SB], et P le point d'intersection de cette section avec l'arête [SC].

g. Dessine cette section sur la figure ci-dessous.



h. Calcule SN, MN, SP et MP.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

i. Calcule le volume de la pyramide SMNP et compare le résultat obtenu avec le volume de la pyramide initiale.

....

....

....

....

D1 Proportionnalité

g5.re/jnn g5.re/4d1 g5.re/f46

Propriété

Dans un tableau de proportionnalité dont on connait trois valeurs a, b et c, on peut déterminer la valeur manquante x.

Grandeur 1	a	c
Grandeur 2	b	x ?

Grandeur 1	b	x ?
Grandeur 2	a	c

Cette valeur, appelée quatrième proportionnelle, se calcule ainsi : $x = \dfrac{b \times c}{a}$.

Exemple 1 :

Six pots de miel « toutes fleurs » coutent 21 €.
On suppose que le prix payé est proportionnel au nombre de pots achetés.
Combien coutent cinq pots ?

- On regroupe les données dans un tableau de proportionnalité.

Nombre de pots	6	5
Prix (en €)	21	x ?

- On détermine x par le calcul : $x = \dfrac{5 \times 21}{6} = 17{,}5$.
- On en déduit que cinq pots de miel coutent 17,50 €.

Exemple 2 :

Un fichier de 225 Mo est téléchargé en 54 secondes.
Combien de temps faut-il pour télécharger dans les mêmes conditions un fichier de 850 Mo ?

- On suppose que le débit de la connexion est constant, c'est-à-dire que la durée du téléchargement est proportionnelle à la taille du fichier.
- On regroupe les données dans un tableau de proportionnalité.

Taille du fichier (en Mo)	225	850
Durée de téléchargement (en s)	54	x ?

- On détermine x par le calcul : $x = \dfrac{850 \times 54}{225} = 204$. Or 204 s = 3 min 24 s.
- On en déduit que la durée nécessaire pour télécharger un fichier de 850 Mo est 3 min 24 s.

Remarque :

L'**exemple 1** peut également se traiter en déterminant d'abord le prix d'un pot :
$21 \div 6 = 3{,}50$ donc un pot coute 3,50 €.
Puis on détermine le prix de 5 pots : $3{,}50 \times 5 = 17{,}50$ €.
En revanche, ce « passage à l'unité » est plus délicat dans l'**exemple 2**.
Le calcul direct de la quatrième proportionnelle se révèle alors très efficace !

2 Appliquer la proportionnalité

A Déterminer un pourcentage

Exemple :

Dans un collège de 475 élèves, il y a 323 demi-pensionnaires.
Quel est le pourcentage de demi-pensionnaires dans ce collège ?

On cherche le nombre de demi-pensionnaires dans un collège de 100 élèves, dans lequel la proportion de demi-pensionnaires serait la même.

- On regroupe les données dans un tableau de proportionnalité.

Nombre de demi-pensionnaires	323	x ?
Nombre d'élèves	475	100

- On détermine x par le calcul : $x = \dfrac{323 \times 100}{475} = 68$.
- On en déduit que 68 % des élèves sont demi-pensionnaires dans ce collège.

B Vitesse moyenne

Définition

Si un mobile parcourt une distance d durant un temps t

alors sa vitesse moyenne v est le quotient de d par t. Autrement dit : $v = \dfrac{d}{t}$.

Exemple :

Lors d'une randonnée en montagne, nous avons parcouru 12,6 km en 4 h 30min.
Quelle a été notre vitesse moyenne ?

- Ici, d = 12,6 km, t = 4 h 30 min = 4,5 h.
- On a donc $v = \dfrac{12{,}6 \text{ km}}{4{,}5 \text{ h}}$ = 2,8 km/h.

Remarque : Il faut veiller à la cohérence des unités dans les applications !

C Grandeurs composées

Exemple 1 : Débit

Une chasse d'eau fuit. Le gaspillage sur une journée représente 576 L.
Quel est le débit de la fuite, exprimé en L/min ?

- Le débit est la quantité d'eau écoulée par unité de temps. Pour exprimer le débit en L/min, il faut exprimer la quantité d'eau en L et le temps en min. Une journée compte 24 h, soit 1 440 min.

Volume d'eau (L)	576	x ?
Temps (min)	1 440	1

- $x = \dfrac{1 \times 576}{1\ 440}$ = 0,4. Le gaspillage est de 0,4 L en 1 min, donc le débit de la fuite est 0,4 L/min.

Exemple 2 : Masse volumique

L'or est un métal qui figure parmi les plus denses. Sa masse volumique est 19,3 kg/dm^3.
La banque de France conserve ce précieux métal sous la forme de pavés (appelés lingots) de 2,65 dm de hauteur et dont la base a une aire de 0,244 dm^2. Combien pèse un tel lingot ?

- Dire que la masse volumique de l'or est 19,3 kg/dm^3 signifie que 1 dm^3 d'or pèse 19,3 kg.
- On cherche la masse d'un lingot de volume 0,244 dm^2 $\times$ 2,65 dm = 0,6466 dm^3.

Volume d'or (dm^3)	1	0,6466
Masse (kg)	19,3	x ?

- $x = \dfrac{19{,}3 \times 0{,}6466}{1}$ = 12,48. Un lingot d'or pèse donc 12,48 kg.

1 Que penses-tu de l'affiche de ce fleuriste ?

3 roses : 7,20 €
7 roses : 16,50 €

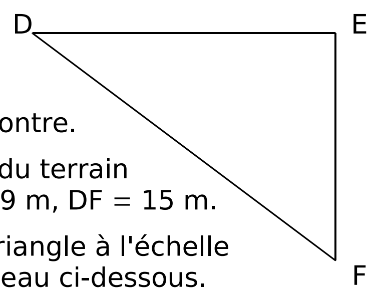
2 Pour faire des crêpes, Achille a besoin de : 250 g de farine, 3 œufs et ½ litre de lait.

a. De combien d'œufs a-t-il besoin s'il utilise 750 g de farine ?

b. De combien de farine a-t-il besoin s'il utilise ¼ de litre de lait ?

3 *Le parc de jeu*

Un parc de jeu a une forme triangulaire, similaire à la figure ci-contre.



Les dimensions réelles du terrain sont : DE = 12 m, EF = 9 m, DF = 15 m.

On veut construire ce triangle à l'échelle 1/200. Complète le tableau ci-dessous.

	DE	EF	DF
Dimensions réelles	12 m	9 m	15 m
Dimensions du dessin	6 cm		

*Pour les exercices **4**, **5** et **6**, utilise le tableau de proportionnalité proposé pour résoudre l'exercice.*

4 Un bouquet de cinq jonquilles coute 4,50 €. Calcule le prix d'un bouquet de sept jonquilles.

Nombre de jonquilles	5	7
Prix en €	4,50	x

L'égalité des produits en croix donne :

$$5 \times \ldots\ldots = 7 \times \ldots\ldots$$

Donc $x = \dfrac{7 \times \ldots\ldots}{5} = \dfrac{\ldots\ldots}{5} = \ldots\ldots$

Un bouquet de sept jonquilles coute ………… €.

5 Avec 75 bouteilles en plastique, on fabrique trois pulls en maille polaire. Calcule le nombre de pulls fabriqués avec 825 bouteilles plastiques.

Nombre de bouteilles		
Nombre de pulls		x

6 Une voiture consomme en moyenne 4,9 L de gasoil pour 100 km parcourus. Quelle quantité de gasoil utilisera-t-elle pour parcourir 196 km ?

7 Steeve a téléchargé un fichier de 275 Mo en 44 secondes.
La durée de téléchargement est proportionnelle à la taille du fichier téléchargé.

a. Complète le tableau suivant. Tu détailleras tes calculs.

Taille du fichier (Mo)	275		740	
Durée de téléchargement (s)	44	208		10

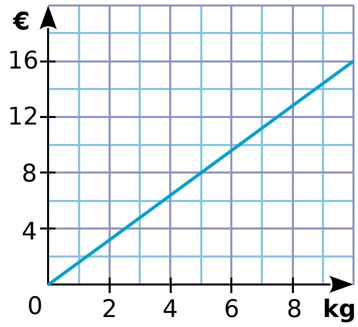
b. En dix minutes, Steeve peut-il télécharger un fichier de 4 Go ? Explique ta réponse.

c. Donne, en Mo/s, le débit de la connexion internet de Steeve.

Fiche 2 : faire le lien entre proportionnalité et graphique (1)

1 Un drôle d'épicier utilise le graphique ci-contre pour indiquer le prix des oranges à ses clients.

Combien coute un kilogramme d'oranges ?



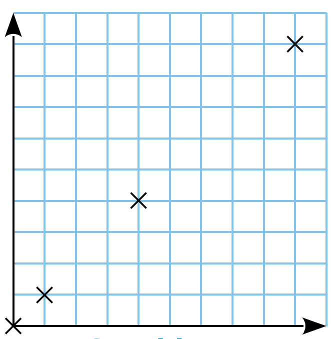
....

....

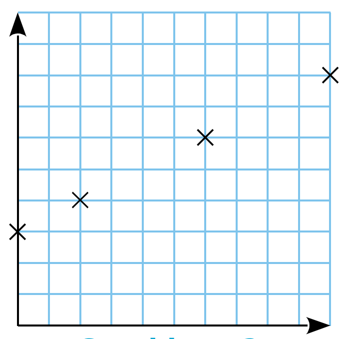
....

....

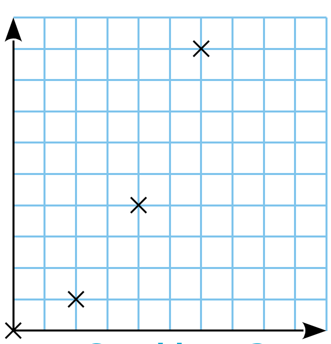
2 *Proportionnalité ou pas ?*



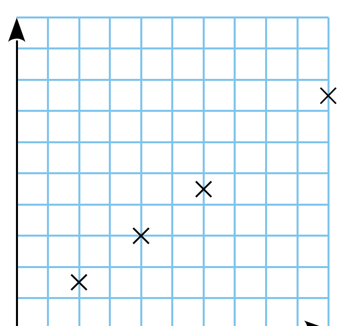
Graphique 1



Graphique 2



Graphique 3



Graphique 4

Parmi les graphiques ci-dessus...

a. lesquels sont susceptibles de représenter une situation de proportionnalité ? Justifie.

....

....

b. lesquels ne peuvent pas représenter une situation de proportionnalité ? Pourquoi ?

....

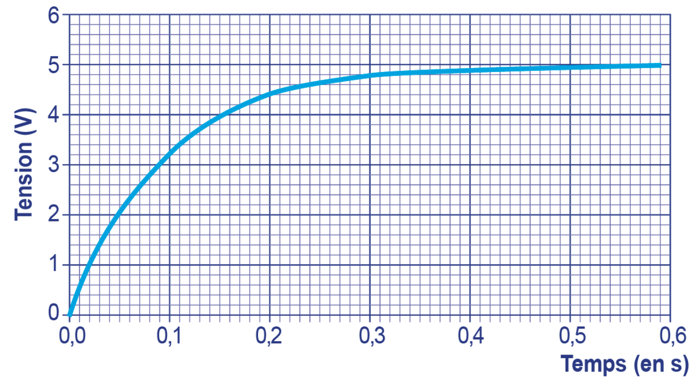
....

....

....

3 Un condensateur est un composant électronique qui permet de stocker de l'énergie électrique pour la restituer plus tard.

Le graphique suivant montre l'évolution de la tension mesurée aux bornes d'un condensateur en fonction du temps lorsqu'il est en charge.



S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? Justifie.

....

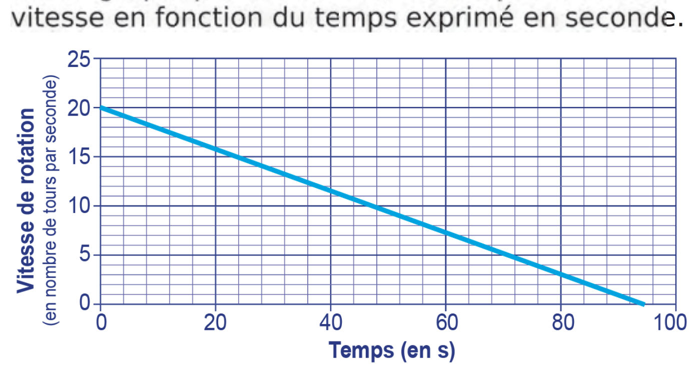
....

....

4 Le hand-spinner est une sorte de toupie plate qui tourne sur elle-même. On donne au hand-spinner une vitesse de rotation initiale au temps $t = 0$, puis, au cours du temps, sa vitesse de rotation diminue jusqu'à son arrêt complet. Sa vitesse de rotation est alors égale à 0.

Grâce à un appareil de mesure, on a relevé la vitesse de rotation exprimée en nombre de tours par seconde.

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté cette vitesse en fonction du temps exprimé en seconde.



Inspiré de : https://www.sciencesetavenir.fr/fondamental/combien-de-temps-peut-tourner-votre-hand-spinner_112808

Le temps et la vitesse de rotation du hand-spinner sont-ils proportionnels ? Justifie.

....

....

....

1 Lorsqu'on fait geler de l'eau, le volume de glace obtenu est proportionnel au volume d'eau utilisé.
En faisant geler 1,5 L d'eau, on obtient 1,62 L de glace.

a. Montre qu'en faisant geler 1 L d'eau, on obtient 1,08 L de glace.

....

....

....

b. On souhaite compléter le tableau ci-dessous à l'aide d'un tableur.

B2

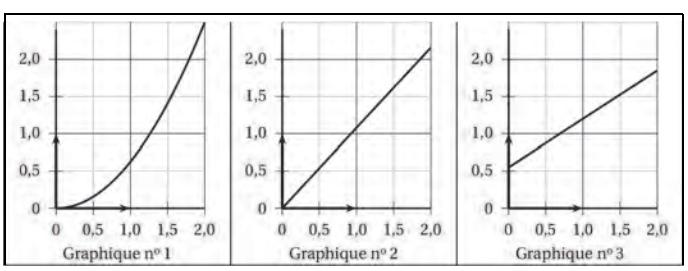
	A	B	C	D	E	F	G
1	Volume d'eau initial (en L)	0,5	1	1,5	2	2,5	3
2	Volume de glace obtenu (en L)						

- Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 avant de la recopier vers la droite jusqu'à la cellule G2 ?

....

- Complète ce tableau.

c. Quel graphique représente le volume de glace obtenu (en L) en fonction du volume d'eau contenu dans la bouteille au départ (en L) ? Justifie.



....

....

....

....

....

2 Un opérateur téléphonique propose les trois formules suivantes.

Tarif 1 • 0,40 €/min sans abonnement

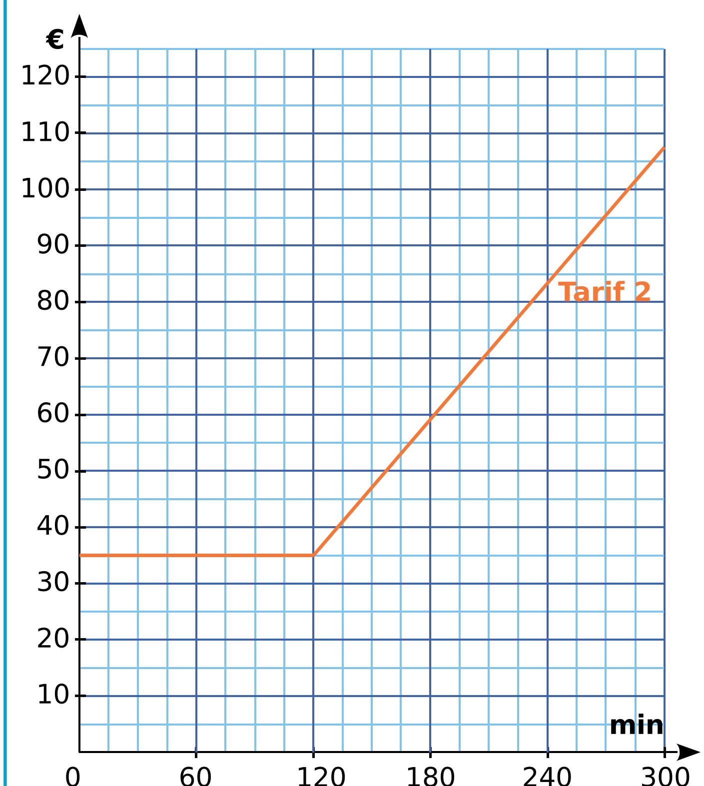
Tarif 2 • 35 € d'abonnement pour un forfait de 2 h de communication, puis 0,40 €/min au-delà du forfait

Tarif 3 • 48 € d'abonnement pour 4 h de communication, puis 0,40 €/min au-delà

a. Complète le tableau ci-dessous.

Durée en min	60	150	200	250	300
Prix au tarif 1					
Prix au tarif 2					
Prix au tarif 3					

b. Le tarif 2 a été représenté en orange sur le graphique ci-dessous. Représente les tarifs 1 et 3, respectivement en rouge et en vert.



c. Pour quelle durée de communication vaut-il mieux souscrire au tarif 2 ?

....

....

d. Quel est le tarif le plus avantageux pour 210 minutes de communication ?

....

....

e. Quel(s) tarif(s) représente(nt) une situation de proportionnalité ? Justifie ta réponse.

....

....

....

....

....

Fiche 4 : une histoire de rectangles

On s'intéresse à six rectangles dont l'un des côtés mesure toujours 3 cm. Ils ont respectivement pour longueur du second côté : 1 cm ; 2,5 cm ; 3 cm ; 4,5 cm ; 6,2 cm et 7 cm.

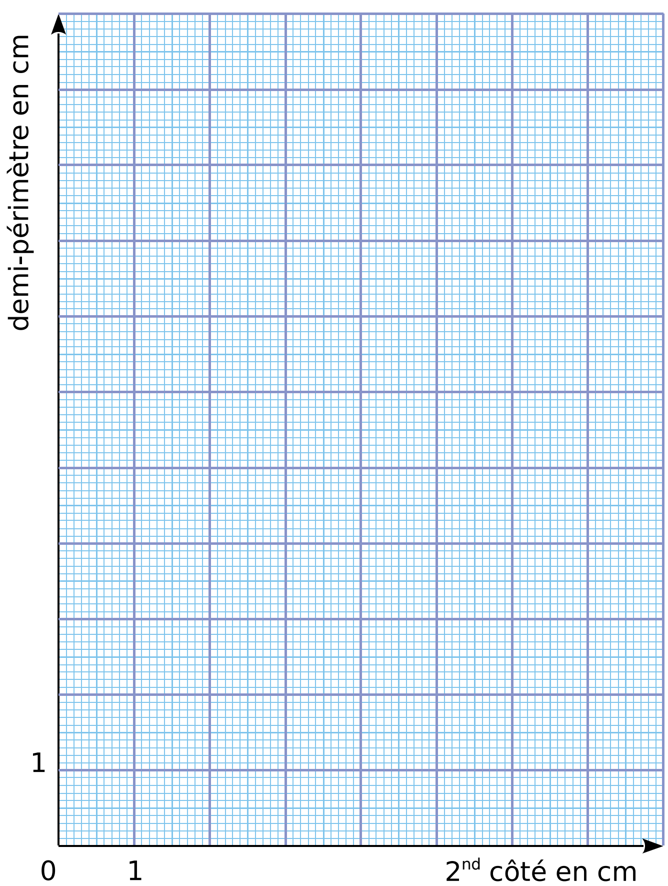
1 *Rectangle et demi-périmètre*

a. Calcule le demi-périmètre de chaque rectangle et complète le tableau.

Rectangle	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6
Longueur du 2nd côté en cm	1	2,5	3	4,5	6,2	7
Demi-périmètre en cm						

b. Le demi-périmètre de ces rectangles est-il proportionnel à la longueur du second côté ? Justifie.

c. Complète le graphique représentant le demi-périmètre de chaque rectangle en fonction de la longueur du second côté.



Que remarques-tu ?

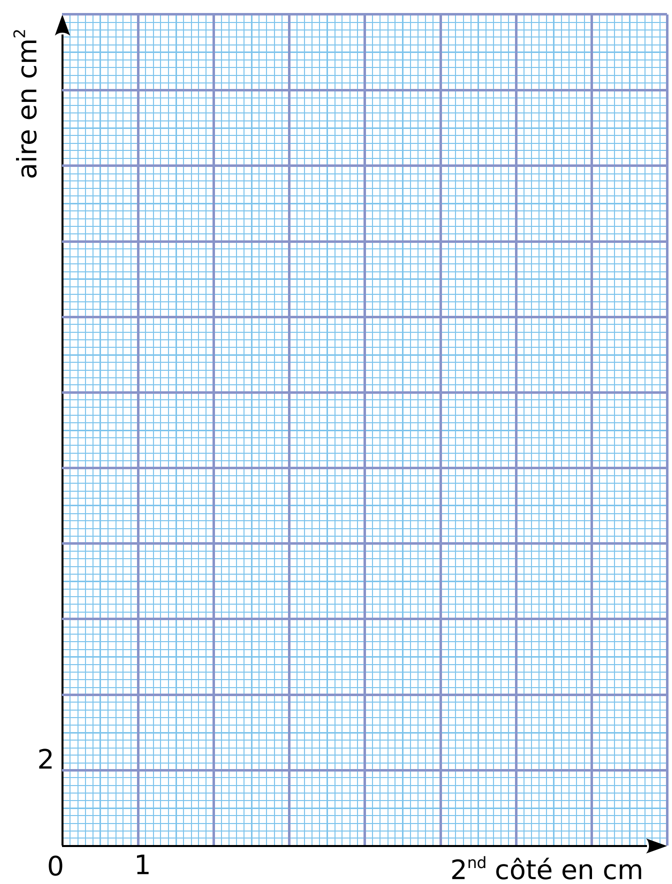
2 *Rectangle et aire*

a. Calcule l'aire de chacun de ces rectangles et complète le tableau.

Rectangle	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6
Longueur du 2nd côté en cm	1	2,5	3	4,5	6,2	7
Aire en cm^2						

b. L'aire de ces rectangles est-elle proportionnelle à la longueur du second côté ? Justifie.

c. Complète le graphique représentant l'aire de chaque rectangle en fonction de la longueur du second côté.



Que remarques-tu ?

1 Un stage de voile pour enfant est proposé pendant les vacances scolaires. Le prix affiché est de 115 euros pour un enfant.
Lorsqu'une famille inscrit deux enfants ou plus, elle bénéficie d'une réduction qui dépend du nombre d'enfants inscrits.

Complète les deux factures données ci-dessous.

Facture 1

Prix d'un stage	115 €
Nombre d'enfants inscrits	2
Prix total avant réduction	
Montant de la réduction (5 % du prix total avant réduction)	
Prix à payer	

Facture 2

Prix d'un stage	115 €
Nombre d'enfants inscrits	3
Prix total avant réduction	
Montant de la réduction (10 % du prix total avant réduction)	
Prix à payer	

2 Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? Justifie.

a. Un billet Paris-New York coute 400 €. La compagnie *Air International* propose une réduction de 20 %. Le billet ne coute plus que 380 €.

....

....

....

b. Augmenter un prix de 30 % puis effectuer une remise de 30 % sur ce nouveau prix revient à redonner à l'article son prix initial.

....

....

....

....

....

c. Un article coute 120 €. Une fois soldé, il coute 90 €. Le pourcentage de réduction est 25 %.

....

....

....

3 Voici un article trouvé sur Internet.

« D'après l'Observatoire des Usages Internet de Médiamétrie, au dernier trimestre 2011, 28 millions d'internautes ont acheté en ligne. Au premier trimestre de 2012, on constate une augmentation de 11 % du nombre d'achats en ligne. »

En utilisant les données de cet article, calcule le nombre de cyber-acheteurs au premier trimestre 2012. Arrondis le résultat à 0,1 million près.

....

....

....

4 Dans l'Océan Pacifique Nord, des déchets plastiques qui flottent se sont accumulés pour constituer une poubelle géante qui est, aujourd'hui, grande comme six fois la France.

a. Sachant que la superficie de la France est environ 550 000 km^2, quelle est la superficie actuelle de cette poubelle géante ?

....

....

b. Sachant que la superficie de cette poubelle géante augmente chaque année de 10 %, quelle sera sa superficie dans un an ?

....

....

....

c. Que penses-tu de l'affirmation « *Dans 4 ans, la superficie de cette poubelle aura doublé.* » ? Justifie la réponse.

....

....

....

....

....

....

Fiche 6 : calculer avec des pourcentages (2)

1 Voici les valeurs (en m) des lancers de poids réalisés par les 11 finalistes aux JO de 2008 :

20,06 20,53 21,09 19,67 20,98 20,42
21,51 21,04 20,41 20,63 21,05

Calcule le pourcentage des lanceurs qui ont franchi les 21 m.

....

....

2 Il a été demandé aux familles de deux villages voisins S et T de répondre à la question suivante : « *Êtes-vous favorable à l'aménagement d'une piste cyclable entre les deux villages ?* »

a. Dans le village S, 60 % des 135 familles consultées ont répondu « *Oui* ». Dans ce village, combien de familles sont favorables à ce projet ?

....

....

....

b. Dans le village T, il y a 182 réponses favorables sur les 416 familles consultées. Quel est le pourcentage de « *Oui* » pour le village T ?

....

....

....

c. La décision d'aménager la piste cyclable ne peut être prise qu'avec l'accord de la majorité des familles de l'ensemble des deux villages. La piste cyclable sera-t-elle réalisée ?

....

....

....

....

....

3 Voici trois documents.

Document 1 : Le salaire moyen brut (*salaire non soumis aux charges*) des Français s'établissait en 2010 à 2 764 € par mois. *Étude publiée par l'INSEE en juin 2012*

Document 2 : La population française est estimée en 2010 à 65 millions d'habitants.

Document 3 : « Le taux de pauvreté enregistré en cette année 2010 concerne 8,6 millions de Français qui vivent donc en dessous du seuil de pauvreté évalué à 964 € par mois. »
Extrait d'un reportage diffusé sur BFM TV en septembre 2012

a. En France, le salaire que touche effectivement un employé est égal au salaire brut diminué de 22 % et est appelé le salaire net. Montre que le salaire net moyen que percevait un Français en 2010 était de 2 155,92 €.

....

....

....

b. Calcule le pourcentage de Français qui vivaient en 2010 sous le seuil de pauvreté. On arrondira le résultat à l'unité.

....

....

....

4 *Langues en voie de disparition*

En 2010, l'UNESCO* a dressé un inventaire des langues en danger dans le monde. Il vise à susciter une prise de conscience sur la nécessité de préserver une diversité linguistique mondiale. Voici un tableau récapitulatif du nombre de langues en voie de disparition ou déjà éteintes.

Niveau de vitalité	En voie de disparition	Déjà éteintes	Total
Nombres de langues		231	2 580

a. Sur 6 000 langues répertoriées, 43 % sont soit en voie de disparition, soit déjà éteintes. Montre, par un calcul, que cela représente un total de 2 580 langues.

....

....

....

b. Déduis-en le nombre de langues qui sont en voie de disparition.

....

....

c. Calcule le pourcentage de langues qui sont déjà éteintes sur les 6 000 langues répertoriées dans le monde.

....

....

....

* *UNESCO (United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization) : Organisation des Nations Unies pour l'Éducation, la Science et la Culture*

1 Convertis ces durées en heure décimale.

Durée	15 min	24 min	30 min
Heure décimale			

Durée	36 min	45 min	48 min
Heure décimale			

2 Convertis en minutes.

Durée	0,2 h	0,7 h	0,9 h
Minutes			

Durée	$\frac{1}{3}$ h	$\frac{2}{3}$ h	$\frac{5}{6}$ h
Minutes			

3 Lisa et Aymeric ont chacun un scooter. Ils doivent rejoindre leurs copains à la piscine qui est à 8 km de chez eux.

a. Lisa roule en moyenne à 40 km/h. Combien de temps, en minutes, mettra-t-elle pour aller à la piscine ?

....

....

....

b. Aymeric est plus pressé, il roule en moyenne à 48 km/h. Calcule, en minutes, le temps qu'il mettra pour retrouver ses copains à la piscine.

....

....

....

c. Combien de temps Aymeric a-t-il gagné par rapport à Lisa ?

....

....

4 Une moto roule à la vitesse de 90 km/h.

a. Détermine la distance parcourue...

- en 2 h : ....

....

- en 4 h 30 : ....

....

b. Détermine le temps nécessaire pour parcourir...

- 450 km ? ....

....

....

- 600 km ? ....

....

....

c. Convertis en m/s la vitesse de cette moto.

....

....

....

....

5 Sur son vélo, Léa parcourt 6,3 km en 21 min.

a. Convertis 21 minutes en heure décimale.

....

....

b. Quelle est sa vitesse en km/h ?

....

....

c. À cette vitesse, quelle distance parcourt-elle...

- en 48 min ? ....

....

- en 2 h 12 min ? ....

....

6 Chris fait une course à vélo tout terrain (VTT).

a. Il est parti à 9 h 33 de chez lui et termine sa course à 10 h 26. Quelle est la durée, en minutes, de sa course ?

....

....

b. Il a parcouru 11 km lors de cette course. Montre que sa vitesse moyenne est d'environ 12,5 km/h.

....

....

....

1 La longueur du canal du Midi est de 240 km de Toulouse à l'étang de Thau, et la vitesse des embarcations y est limitée à 8 km/h. Combien de temps, au moins, faut-il pour effectuer ce trajet en péniche sans faire de pause ?

2 Le 27 janvier 2012, peu avant 16 h, un séisme de magnitude 5,4 s'est produit dans la province de Parme en Italie. Les ondes sismiques ont mis 59 secondes pour parvenir à Cannes, située à 320 km de l'épicentre. Quelle est la vitesse de propagation des ondes sismiques, exprimée en kilomètres par seconde, arrondie au dixième ?

3 Lors d'un marathon, un coureur parcourt le premier kilomètre de course, en quatre minutes et trente secondes. La longueur officielle d'un marathon est de 42,195 km. Si le coureur garde cette allure tout au long de sa course, mettra-t-il moins de 3 h 30 min pour effectuer le marathon ?

4 *Tempêtes de décembre 1999*

a. L'ouragan Lothar touche le Finistère le 26 décembre à 2 h et atteint Strasbourg (soit 900 km plus loin) vers 11 h. Calcule la vitesse moyenne à laquelle cette tempête a traversé la France.

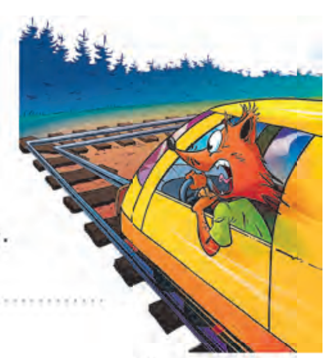
b. L'ouragan Martin aborde le sud du Finistère le 27 décembre vers 16 h et se propage à 75 km/h sur une distance égale à celle de Lothar. À quelle heure arrive-t-il en Alsace ?

5 Pour chaque affirmation, indique si elle est vraie ou fausse. Justifie.

Affirmation 1 : La vitesse moyenne d'un coureur qui parcourt 12 km en une heure est strictement supérieure à celle d'une voiture télécommandée qui parcourt 3 m par seconde.

Affirmation 2 :
Un faucon pèlerin vole vers sa proie à une vitesse de 180 km/h. Il est plus rapide qu'un ballon de football tiré à la vitesse de 51 m/s.

6 Le 3 avril 2007, un TGV a atteint 574,8 km/h lors de l'opération « V150 ».



a. Calcule la vitesse atteinte en m/s et explique le terme « V150 ».

b. Une rame de 106 m de long a été utilisée pour ce record. Combien de temps met-elle pour passer devant un spectateur ?

1 *Pétanque*

a. Le but (ou cochonnet) d'un jeu de pétanque est en bois, de masse volumique 0,7 kg/dm^3, et a un volume de 14,1 cm^3. Quelle est sa masse ?

b. Une boule de pétanque a une masse de 650 g et un volume de 0,183 dm^3. Sachant que l'acier avec lequel cette boule est fabriquée a une masse volumique de 7,850 kg/dm^3, que peut-on dire de cette boule de pétanque ?

2 *Ma baignoire !*

a. Combien de temps faut-il pour remplir une baignoire de 300 L avec un robinet dont le débit est de 17 L par minute ? Arrondis à la seconde.

b. Quel devrait être le débit de ce robinet pour remplir la baignoire en 8 minutes ?

c. Avec un robinet dont le débit est de 25 L par minute, quel pourcentage du volume d'une piscine de 12 m^3 peut-on remplir en 3 h ?

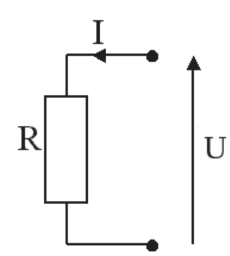
3 L'unité de trafic de voyageurs est le « voyageur·km ». Elle représente le déplacement d'un voyageur sur une distance d'un kilomètre et permet de tenir compte de la distance parcourue par chaque voyageur.

a. Si douze personnes voyagent sur 20 km, quel sera le trafic de voyageurs ?

b. Si quatre personnes voyagent sur 10 km et qu'une cinquième voyage sur 200 km, quel sera alors le trafic de voyageurs ?

c. Au cours de son trajet, un bus a transporté huit personnes sur 1 km, quatre sur 3 km, dix sur 5 km et deux sur 12 km. Sur une autre ligne, un bus a transporté vingt personnes sur 2 km, une sur 7 km, trois sur 8 km et deux sur 11 km.
Quel bus a eu le plus grand trafic de voyageurs ?

4 La loi d'Ohm indique que la tension U (en Volts) aux bornes d'un conducteur ohmique est égale au produit de la résistance R (en Ohms) du conducteur et de l'intensité I (en Ampères) du courant qui traverse ce conducteur.



a. Quelle relation relie les variables U, R et I ?

b. On réalise un montage expérimental permettant de mesurer la tension U (à l'aide d'un voltmètre) et l'intensité I (à l'aide d'un ampèremètre).

- Si on mesure $U = 12$ V et $I = 0{,}24$ A, estime la valeur de la résistance du conducteur ohmique.

- Si R = 200 Ω et $U = 220$ V, quelle intensité de courant traverse le dipôle ?

1 Le fleuve Amazone est celui qui possède le débit moyen le plus important au monde. Il est d'environ 190 000 m^3/s. En France, un foyer de 3 personnes consomme en moyenne 10 000 L d'eau par mois. Donne un ordre de grandeur du nombre de ces foyers que pourrait alimenter ce fleuve en 1 an. *Rappel : 1 L = 1 dm^3 et 1 m^3 = 1 000 L*

....

2 Le poids d'un corps sur un astre dépend de la masse et de l'accélération de la pesanteur.
On peut montrer que la relation est $P = mg$,

- P est le poids (en Newton) d'un corps sur un astre (c'est-à-dire la force que l'astre exerce sur le corps),
- m la masse (en kg) de ce corps,
- g l'accélération de la pesanteur de cet astre.

a. Sur la Terre, l'accélération de la pesanteur de la Terre g_T est environ de 9,8. Calcule le poids (en Newton) sur Terre d'un homme ayant une masse de 70 kg.

....

Sur la lune, la relation $P = mg$ est toujours valable. On donne le tableau ci-dessous de correspondance Poids-Masse sur la Lune.

Masse (kg)	3	10	25	40	55
Poids (N)	5,1	17	42,5	68	93,5

b. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

....

c. Calcule l'accélération de la pesanteur sur la Lune notée g_L.

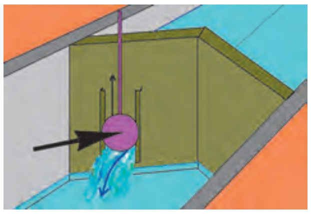
....

d. Est-il vrai que l'on pèse environ 6 fois moins lourd sur la Lune que sur la Terre ?

....

3 *Histoire d'écluse*

Le débit moyen q d'un fluide dépend de la vitesse moyenne v du fluide et de l'aire de la section d'écoulement S.



Il est donné par la formule $q = S \times v$ où :

- q est exprimé en $m^3 \cdot s^{-1}$
- S est exprimée en m^2
- v est exprimée en $m \cdot s^{-1}$

Pour cette partie, on considérera que la vitesse moyenne d'écoulement de l'eau à travers la vantelle durant le remplissage est $v = 2{,}8\ m \cdot s^{-1}$.
La vantelle a la forme d'un disque de rayon $R = 30$ cm.

a. Quelle est l'aire exacte, en m^2, de la vantelle ?

....

b. Détermine le débit moyen arrondi au millième de cette vantelle durant le remplissage.

....

c. Pendant combien de secondes faudra-t-il patienter pour le remplissage d'une écluse de capacité 756 m^3 ?
Est-ce qu'on attendra plus de 15 minutes ?

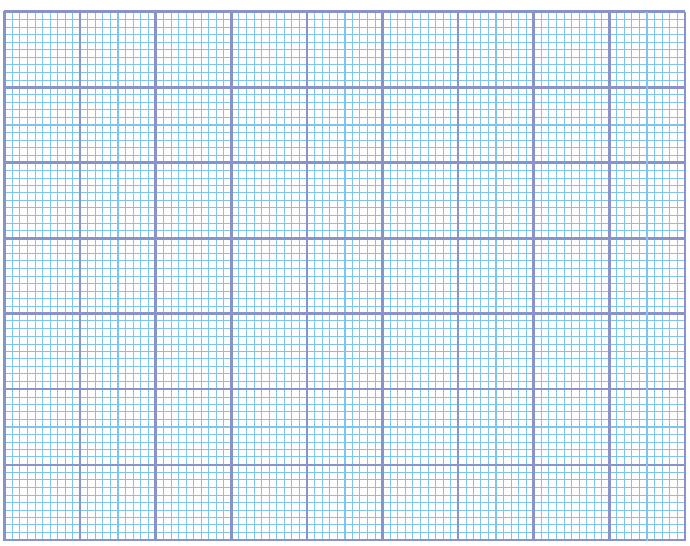
....

1 Un commerçant vend des tee-shirts à 5 € l'unité. Les cinq derniers jours du mois de juillet, il lance une promotion de fin de saison : il vend ces tee-shirts par 3, au prix de 12 € le lot.

a. Complète le tableau suivant.

Nombre de tee-shirts	1	2	3	4	5	6	7
Prix normal							
Prix soldé							

b. Sur le papier millimétré ci-dessous, trace un repère dans lequel 1 cm en abscisse représente un tee-shirt, et 1 cm en ordonnée représente 5 €.



c. Place, en bleu, les points correspondant à la situation normale et, en vert, les points correspondant à la situation des soldes.

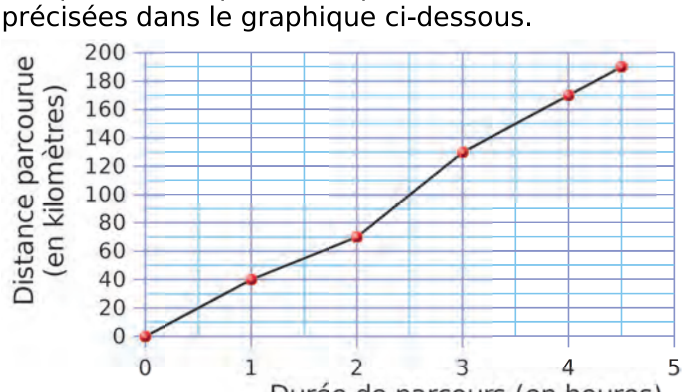
d. Que remarques-tu ?

....

....

....

2 Lors d'une étape cycliste, les distances parcourues par un cycliste ont été relevées chaque heure après le départ. Ces données sont précisées dans le graphique ci-dessous.

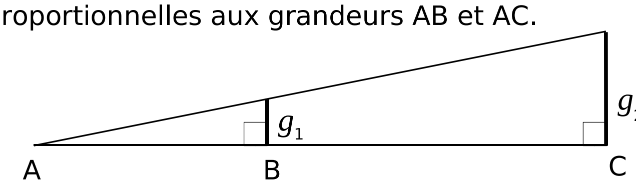


a. Par lecture graphique, réponds aux questions suivantes. Aucune justification n'est demandée.

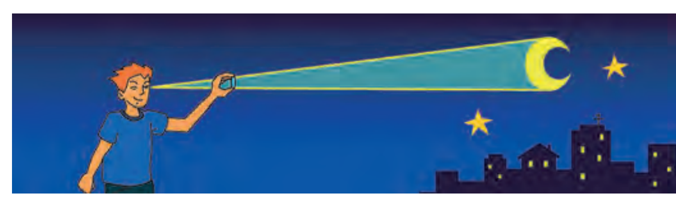
- Quelle est la distance totale de cette étape ?
- En combien de temps le cycliste a-t-il parcouru les cent premiers kilomètres ?
- Quelle est la distance parcourue lors de la dernière demi-heure de course ?

b. Y a-t-il proportionnalité entre la distance parcourue et la durée de parcours de cette étape ? Justifie ta réponse et propose une explication.

3 Peter a remarqué que les grandeurs g_1 et g_2, illustrées sur le dessin ci-dessous, sont proportionnelles aux grandeurs AB et AC.



a. Fort de cette découverte, il se place à 15 m d'un lampadaire vers lequel il tend une pièce de 1 € (diamètre : 2 cm environ) à bout de bras (distance à l'œil : 1 m environ). Il remarque que sa pièce masque entièrement le lampadaire. Estime le diamètre du lampadaire.



b. Peter remarque qu'une pièce de 10 centimes d'euro (rayon d'environ 0,5 cm), tendue à bout de bras, masque parfaitement le disque apparent de la Lune située à environ 380 000 km de la Terre. Estime l'ordre de grandeur du rayon de la Lune.

4 Lancé le 26 novembre 2011, le *rover* Curiosity de la NASA est chargé d'analyser la planète Mars, appelée aussi planète Rouge.

Il a atterri sur la planète Rouge le 6 aout 2012, parcourant ainsi une distance d'environ 560 millions de km en 255 jours.

a. Quelle a été la durée en heures du vol ?

b. Calcule la vitesse moyenne du *rover* en km/h. Arrondis à la centaine près.

c. Via le satellite *Mars Odyssey*, des images prises et envoyées par le *rover* ont été retransmises au centre de la NASA. Les premières images ont été émises de Mars à 7 h 48 min le 6 aout 2012.

La distance parcourue par le signal a été de 248×10^6 km, à une vitesse moyenne de 300 000 km/s environ (vitesse de la lumière).

À quelle heure ces premières images sont-elles parvenues au centre de la NASA ? (On donnera l'arrondi à la minute près.)

D2 Statistiques

g5.re/dpa g5.re/xba g5.re/ynr

1 Moyenne pondérée

Définition On considère la série statistique suivante :

Valeur du caractère	x_1	x_2	x_3	...	x_p
Effectif	n_1	n_2	n_3	...	n_p

L'**effectif total** est : $N = n_1 + n_2 + n_3 + ... + n_p$

La **moyenne** de la série est : $M = \dfrac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + ... + n_p x_p}{N}$

Exemple : En cours d'EPS, les élèves de la classe de 4eB pratiquent la course de fond. Les élèves réalisent le test du demi-Cooper : ils doivent parcourir la plus grande distance possible en six minutes. Chaque élève calcule ensuite sa vitesse moyenne sur cette course. Le résultat obtenu est appelé VMA (Vitesse Maximale Aérobie). L'enseignante a récolté les résultats suivants en km/h :

11 10 12 11 13 14 12 12 10 14 13 15 13

11 12 9 13 14 10 13 11 14 13 11 15

La **population** étudiée est constituée des élèves de 4eB.
Le **caractère** étudié est la VMA : c'est un **caractère quantitatif**.
L'**effectif total** est 25.

On peut regrouper ces données dans un tableau de valeurs et ainsi calculer la moyenne pondérée.

VMA en km/h	9	10	11	12	13	14	15
Effectif	1	3	5	4	6	4	2

$$M = \frac{9\times1 + 10\times3 + 11\times5 + 12\times4 + 13\times6 + 14\times4 + 15\times2}{25} = \frac{306}{25} = 12{,}24$$

La VMA moyenne des élèves de 4eB est de 12,24 km/h.

2 Médiane

Définition La **médiane** d'une série statistique dont les valeurs sont ordonnées est le nombre qui partage cette série en deux groupes de même effectif.

Remarques :

- Si l'effectif total est impair, la médiane est la valeur centrale.
- Si l'effectif total est pair, la médiane est la moyenne des deux valeurs centrales.

Exemple : On reprend l'exemple précédent.

On commence par ranger les valeurs dans l'ordre croissant puis on partage la série en deux groupes de même effectif. Comme l'effectif total est 25, la valeur médiane est la 13e valeur.

$$\underbrace{9\ 10\ 10\ 10\ 11\ 11\ 11\ 11\ 11\ 12\ 12\ 12}_{\text{groupe des 12 valeurs inférieures}}\ \underset{\text{médiane}}{12}\ \underbrace{13\ 13\ 13\ 13\ 13\ 13\ 14\ 14\ 14\ 14\ 15\ 15}_{\text{groupe des 12 valeurs supérieures}}$$

La VMA médiane de cette série statistique est 12 km/h.

1 Le tableau ci-dessous représente le nombre de campings classés par catégorie et par année.

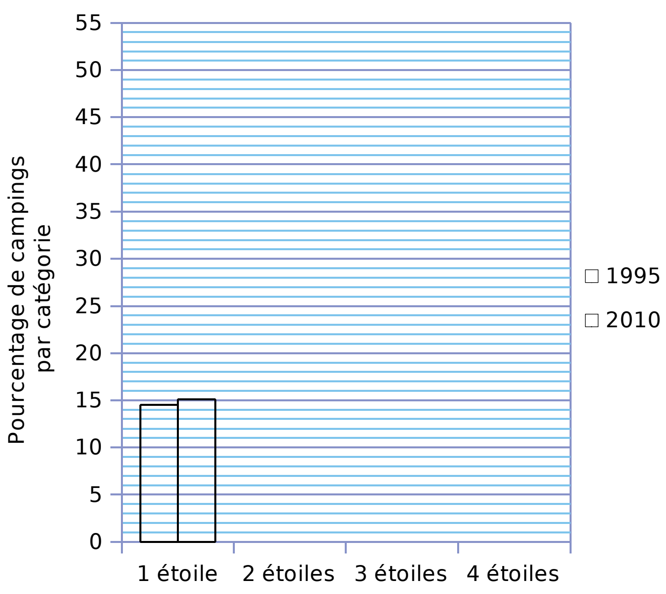
	1995	1998	2005	2010
1 étoile	1 242	1 384	1 295	1 188
2 étoiles	4 679	4 274	3 865	3 515
3 étoiles	1 965	2 080	2 299	2 372
4 étoiles	653	682	715	779
Total				

a. Complète la dernière ligne du tableau.

b. Le tableau suivant représente le pourcentage de campings par catégorie et par année. Complète-le en arrondissant au dixième.

	1995	1998	2005	2010
1 étoile				
2 étoiles				
3 étoiles				
4 étoiles				

c. Complète le diagramme en barres et la légende ci-dessous, pour les années 1995 et 2010.



2 Le tableau ci-dessous indique des grandeurs physiques et démographiques des pays et territoires constituant la Mélanésie en 2014.

Pays et territoires de Mélanésie	Superficie terrestre (en km²)	Densité en 2014 (nombre d'habitants par km²)
Iles Fidji	18 270	49
Iles Salomon	28 450	21
Nouvelle-Calédonie	18 576	14
Papouasie – Nouvelle-Guinée	462 840	14
Vanuatu	12 200	21

Source : INSEE

a. Quelle est la superficie terrestre totale de la Mélanésie ?

....

....

....

b. Quel pourcentage de la superficie terrestre totale représente la superficie terrestre de la Nouvelle-Calédonie ?
Donne le pourcentage obtenu, arrondi au dixième.

....

....

....

....

c. Calcule le nombre d'habitants en Nouvelle-Calédonie en 2014.

....

....

....

....

3 Ce diagramme donne la répartition des 17 700 surfeurs licenciés en France pour la saison 2019-2020.

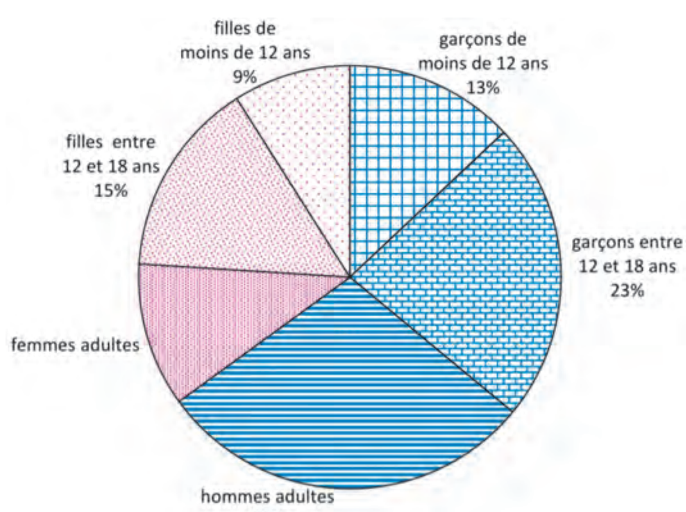
a. Quel est le pourcentage de garçons de moins de 12 ans parmi les licenciés ? ....

b. Quel est le pourcentage de femmes adultes licenciées ? ....

c. La majorité des licenciés sont-ils des jeunes (moins de 18 ans) ? Explique pourquoi.

....

....



1 On considère la série statistique donnant le SMIC* horaire brut en euros de 2001 à 2011 *(source : INSEE)*.

* SMIC : Salaire Minimum Interprofessionnel de Croissance

Année	2011	2010	2009	2008	2007
SMIC	9,40	9,00	8,82	8,63	8,44

2006	2005	2004	2003	2002	2001
8,27	8,03	7,61	7,19	6,83	6,67

Quelle est la médiane de cette série ? Justifie.

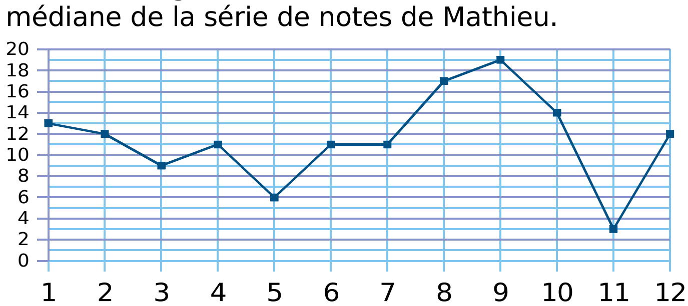
2 Durant une compétition d'athlétisme, les concurrents ont couru les 200 m avec les temps suivants (en s).

20,25 20,12 20,48 20,09
20,69 20,19 20,38

a. Quel est l'effectif total de cette série ?

b. Range ces temps dans l'ordre croissant, puis détermine la médiane de cette série.

3 Sur le graphique ci-dessous, on a reporté les résultats obtenus en mathématiques par Mathieu tout au long de l'année scolaire. Détermine la médiane de la série de notes de Mathieu.



4 Aurel, Alexandra, Nathalie et Eli sont des fans de jeux de société. Ils ont noté la durée, en minutes, de chaque partie jouée ce mois-ci.

72 35 48 52 26 55 43 105

a. Calcule la durée moyenne d'une partie.

b. Calcule la médiane de la série ci-dessus.

c. Interprète le résultat obtenu à la question **b**.

5 Chaque été, Jean exploite son marais salant sur l'ile de Ré qui se compose de carreaux (carrés de 4 m de côté) dans lesquels se récolte le sel.

Chaque jour, il récolte du gros sel sur 25 carreaux. Le premier jour, afin de prévoir sa production, il relève la masse en kilogrammes de chaque tas de gros sel produit par carreau.

Voici la série statistique obtenue.

34 – 39 – 31 – 45 – 40 – 32 – 36 – 45
42 – 34 – 30 – 48 – 43 – 32 – 39 – 40
42 – 38 – 46 – 31 – 38 – 43 – 37 – 47 – 33

a. Détermine la médiane de cette série statistique et interprète le résultat.

b. Calcule la masse moyenne en kg des tas de gros sel pour ce premier jour.

1 Lors d'un contrôle, les élèves d'une classe de 4e ont obtenu les notes suivantes.

8 7 8 4 13 13 13 10 4 17
18 4 13 11 9 15 5 7 11
18 6 9 2 19 12 12 6 15 12

a. Complète le tableau suivant, en rangeant toutes les notes par ordre croissant.

Note	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif										

Note	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Effectif										

b. Quel est l'effectif total de la classe ?

c. Donne la médiane de ces notes.

2 Voici le nombre de sports pratiqués par les 28 élèves d'une classe.

Nombre de sports pratiqués	0	1	2	3	4
Effectif	2	9	10	4	3

a. Détermine le nombre moyen de sports pratiqués par les élèves de cette classe.

b. Détermine la médiane de cette série.

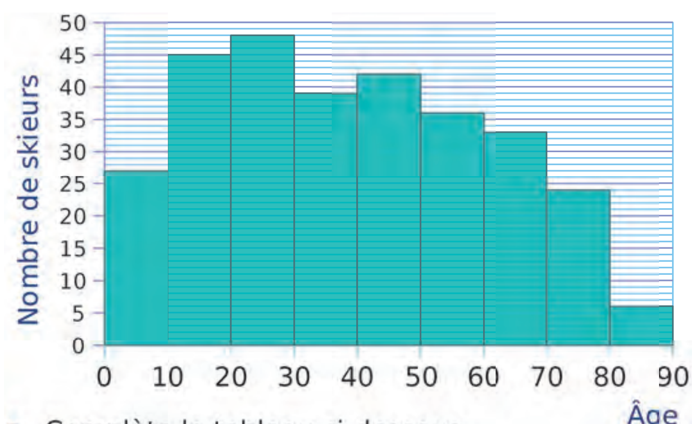
3 Dans un collège, une enquête a été menée sur « le poids des cartables des élèves ».
Pour cela, on a pesé le cartable de 48 élèves du collège. Les résultats de cette enquête sont inscrits dans le tableau ci-dessous.

Poids en kg	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif	1	2	4	2	5	11	8	8	3	4

a. Détermine la médiane de cette série statistique.

b. Une personne affirme : « *Plus des trois quarts des 48 élèves viennent en cours avec un cartable qui pèse 5 kg ou plus* ». A t-elle raison ? Justifie.

4 Une station de ski réalise une enquête auprès de 300 skieurs qui la fréquentent. Les résultats de l'enquête sont notés dans le graphique ci-dessous et indiquent la répartition en classe des skieurs en fonction de leur âge (en années).



a. Complète le tableau ci-dessous.

Âge	[0;10[	[10;20[	[20;30[	[30;40[	[40;50[	[50;60[	[60;70[	[70;80[	[80;90[
Effectif									

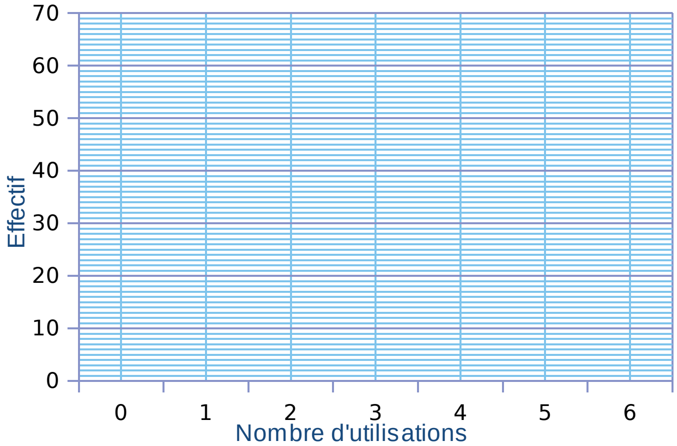
b. Détermine l'âge médian des skieurs fréquentant cette station.

c. Quelle est la fréquence, en pourcentage, de skieurs ayant un âge strictement inférieur à 20 ans ?

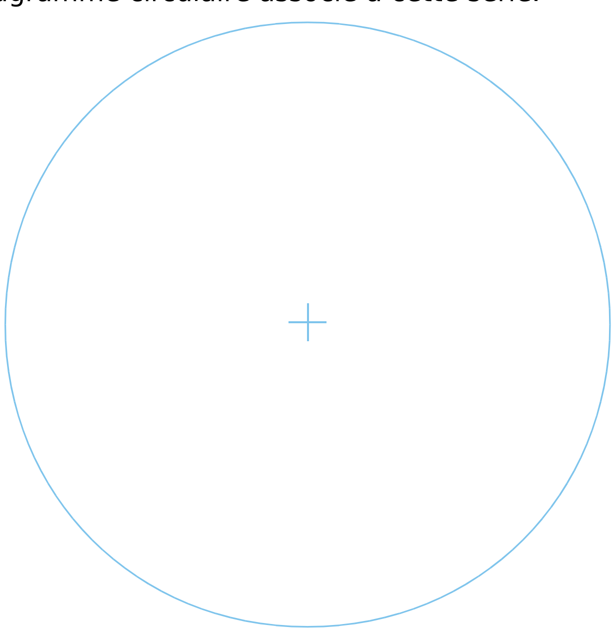
1 Lors d'un sondage, on a demandé aux élèves le nombre de fois où ils utilisent le site iparcours.fr chaque semaine. Voici leurs réponses.

Nombre d'utilisations	0	1	2	3	4	5	6	Total
Effectif	20	42	60	64	26	16	12	
Angle								

a. Construis le diagramme en barres de cette série statistique.



b. Complète le tableau ci-dessus, puis construis le diagramme circulaire associé à cette série.



c. Quelle est la moyenne de cette série ?

d. Quelle est la médiane de cette série ?

2 Voici les résultats du DNB blanc de deux classes de 3e d'un collège de Nouméa.

Pour la 3e A, on a : 8 ; 7 ; 12 ; 15 ; 15 ; 12 ; 18 ; 18 ; 11 ; 7 ; 8 ; 11 ; 7 ; 13 ; 10 ; 10 ; 6 ; 11

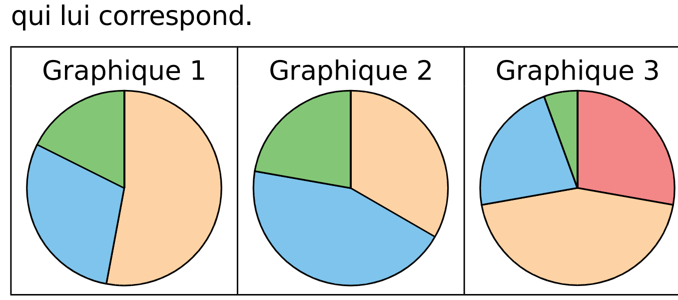
Pour la 3e B, on a : 7 ; 8 ; 7 ; 9 ; 8 ; 13 ; 8 ; 13 ; 13 ; 8 ; 19 ; 13 ; 7 ; 16 ; 18 ; 12 ; 9

a. Calcule la moyenne de chaque classe, arrondie au dixième. Que constate-t-on ?

b. Calcule ensuite leur médiane.

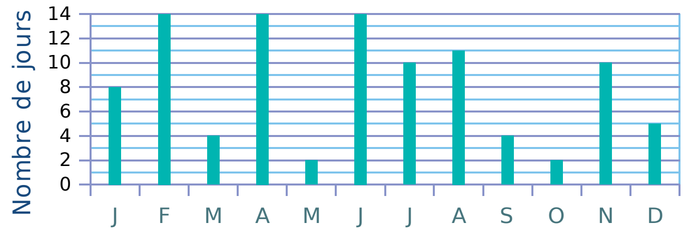
c. Quelle est, d'après les calculs, la classe ayant le mieux assimilé les leçons ? Justifie la réponse.

d. Deux des graphiques donnés ci-dessous représentent la répartition des notes des classes précédentes. Attribue à chaque classe le graphique qui lui correspond.



Légende
[0 ; 5[[5 ; 10[[10 ; 15[[15 ; 20]

1 On a relevé le nombre de jours de pluie (précipitations supérieures à 0,1 mm), dans une ville, chaque mois pendant une année.



a. Quel est le nombre total de jours de pluie, dans cette ville, durant cette année ?

b. Calcule le nombre moyen de jours de pluie par mois, dans cette ville, durant cette année. Donne le résultat arrondi à l'unité.

c. Détermine le nombre médian de jours de pluie.

2 Les informations suivantes concernent les salaires des hommes et des femmes d'une même entreprise.

Salaires des femmes

1 200 € ; 1 230 € ; 1 250 € ; 1 310 € ; 1 370 €
1 400 € ; 1 440 € ; 1 500 € ; 1 700 € ; 2 100 €

Salaires des hommes

Effectif total : 20 — Moyenne : 1 769 € — Médiane : 2 000 €

a. Quel est le salaire moyen des femmes ?

b. Quel est le salaire moyen de tous les salariés de cette entreprise ?

c. Quel est le salaire médian des femmes ?

d. Compare les salaires moyen et médian des hommes et des femmes.

3 L'IMC est une grandeur internationale permettant de déterminer la corpulence d'une personne adulte entre 18 ans et 65 ans.

Normes

$18,5 \leqslant$ IMC < 25 → corpulence normale
$25 \leqslant$ IMC < 30 → surpoids
IMC $\geqslant 30$ → obésité

Dans une entreprise, le médecin a fait le bilan de l'IMC de chacun des 41 employés. Il a reporté les informations recueillies dans le tableau suivant dans lequel les IMC ont été arrondis à l'unité près.

IMC	20	22	23	24	25	29	30	33	Total
Effectif	9	12	6	8	2	1	1	2	41

a. Calcule une valeur approchée, arrondie à l'entier près, de l'IMC moyen des employés de cette entreprise.

b. Quel est l'IMC médian ? Interprète ce résultat.

c. On lit sur certains magazines : « *On estime qu'au moins 5 % de la population mondiale est en surpoids ou est obèse* ». Est-ce le cas pour les employés de cette entreprise ?

1 Un jeu de fléchettes consiste à lancer trois fléchettes sur une cible. La position des fléchettes sur la cible détermine le nombre de points obtenus.

On a relevé dans le tableau ci-dessous les points obtenus par Rémi et Nadia lors de sept parties de fléchettes. Le résultat de Nadia lors de la partie n°6 a été égaré.

Partie	1	2	3	4	5	6	7	Moyenne	Médiane
Rémi	40	35	85	67	28	74	28		
Nadia	12	62	7	100	81		30	51	

a. Calcule le nombre moyen de points obtenus par Rémi.

b. Sachant que Nadia a obtenu en moyenne 51 points par partie, calcule le nombre de points qu'elle a obtenus lors de la 6e partie.

c. Détermine la médiane de la série de points obtenus par Rémi, puis par Nadia.

2 Une boutique vend exclusivement des macarons. L'extrait de tableur ci-dessous indique le nombre de macarons vendus sur une semaine.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		Lu	Ma	Me	Je	Ve	Sa	Di	Total
2	Nombre de macarons vendus	324	240	310	204	318	386	468	

a. Quelle formule doit être saisie dans la case I2 pour calculer le nombre total de macarons vendus dans la semaine ?

b. Calcule le nombre moyen de macarons vendus par jour. Arrondis le résultat à l'unité.

c. Calcule le nombre médian de macarons. Justifie.

3 Une entreprise de fabrication de bonbons souhaite vérifier la qualité de sa nouvelle machine de conditionnement. Cette machine est configurée pour emballer environ 60 bonbons par paquet. Pour vérifier sa bonne configuration, on a étudié 500 paquets à la sortie de cette machine. Résultats de l'étude :

Nombre de bonbons	56	57	58	59	60	61	62	63	64	Total
Effectif	4	36	53	79	145	82	56	38	7	

Critères de qualité :

Pour être validée par l'entreprise, la machine doit respecter trois critères de qualité :

- Le nombre moyen de bonbons dans un paquet doit être compris entre 59,9 et 60,1.
- Le nombre médian de bonbons dans un paquet ne doit pas être inférieur à 59.

Question : La nouvelle machine respecte-t-elle les critères de qualité ? Il est rappelé que les réponses doivent être justifiées.

4 Voici, pour la production de l'année 2009, le relevé des longueurs des gousses de vanille d'un cultivateur de Tahaa.

Longueur en cm	12	15	17	22	23
Effectif	600	800	1 800	1 200	600

a. Quel est l'effectif total de cette production ?

b. Le cultivateur peut seulement les conditionner dans des tubes de 20 cm de long. Quel pourcentage de cette production a-t-il pu conditionner sans plier les gousses ?

c. La Chambre d'agriculture décerne une récompense (un « label de qualité ») aux agriculteurs si :

- la longueur moyenne des gousses de leur production est supérieure ou égale à 16,5 cm ;
- et plus de la moitié des gousses de leur production a une taille supérieure à 17,5 cm. Ce cultivateur pourra-t-il recevoir ce « label de qualité » ?

5 Un professeur de SVT demande aux 29 élèves d'une classe de 6e de faire germer des graines de blé chez eux. Le professeur donne un protocole expérimental à suivre.

Le tableau ci-dessous donne les tailles en cm, des plantules (petites plantes) des 29 élèves à 10 jours après la mise en germination.

Taille	0	8	12	14	16	17	18	19	20	21	22
Effectif	1	2	2	4	2	2	3	3	4	4	2

a. Combien de plantules ont une taille qui mesure au plus 12 cm ?

b. Calcule la moyenne de cette série. Arrondis au dixième près.

c. Détermine la médiane de cette série et interprète le résultat.

d. On considère qu'un élève a bien respecté le protocole si la taille de la plantule à 10 jours est supérieure ou égale à 14 cm. Quel pourcentage des élèves de la classe a bien respecté le protocole ?

e. Le professeur a fait lui-même l'expérience en suivant le même protocole. Il a relevé la taille obtenue à 10 jours de germination. Prouve que si on ajoute la donnée du professeur à cette série, la médiane ne changera pas.

1 **Tableur** On a relevé le nombre de médailles gagnées par les sportifs calédoniens lors des Jeux du Pacifique. Voici les résultats, regroupés à l'aide d'un tableur.

	A	B	C	D	E
1	Année des Jeux du Pacifique	Nombre de médailles d'or	Nombre de médailles d'argent	Nombre de médailles de bronze	Total
2	1963	7	9	11	27
3	1966	39	30	30	
4	1969	36	20	21	
5	1971	33	32	27	
6	1975	37	31	34	
7	1979	33	43	26	
8	1983	24	20	19	
9	1987	82	48	38	
10	1991	29	29	27	
11	1995	82	57	43	
12	1999	73	55	44	
13	2003	93	73	74	
14	2007	90	69	68	
15					
16	Total :	658			
17					
18	Moyennes				

a. Reproduis cette feuille de calcul dans un tableur.

b. Pour obtenir le nombre 27 dans la cellule E2, on a écrit la formule suivante : =SOMME(B2:D2).
Quelle formule doit-on écrire en B16 pour obtenir 658 ? Programme alors la cellule B16.

c. Quelle formule doit-on écrire en B18 pour calculer la moyenne des médailles d'or obtenues sur ces 13 années ? Programme alors la cellule B18.

d. Complète le tableau en étirant ces formules.

2 **Tableur** Les appareils de la maison consomment de l'énergie, même quand ils sont en veille. La feuille de calcul ci-dessous donne la consommation, en kiloWattheures (kWh), des appareils en veille d'une famille pour une année, et les dépenses correspondantes en euros.

	A	B	C	D	E
1	Appareil	Nombre d'appareils	Consommation en veille par an pour un appareil (en kWh)	Prix du kWh (en €)	Dépenses (en €)
2	Téléviseur	3	77	0,13	30,03
3	Ordinateur	1	209	0,13	27,17
4	Parabole	2	131	0,13	34,06
5	Four	1	86	0,13	11,18
6	Démodulateur satellite	3	59	0,13	23,01
7	Lecteur DVD	2	58	0,13	15,08
8	Machine à laver	1	51	0,13	6,63
9	Console de jeu	1	42	0,13	5,46
10	Four à micro-ondes	1	25	0,13	3,25
11	Téléphone sans fil	1	25	0,13	3,25
12	Lave-vaisselle	1	17	0,13	2,21
13	Chargeur batterie	4	13	0,13	6,76
14			Dépense totale		168,09

Données extraites du site de l'ADEME

a. Quel calcul permet de vérifier le résultat 34,06 affiché dans la cellule E4 ?

b. Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule E2 avant de la recopier vers le bas ?

c. Une des 4 formules ci-dessous a été saisie dans la cellule E14 pour obtenir le montant total des dépenses dues aux veilles. Colorie cette formule.

=SOMME(E2:E13)   =E2:E13

=E2+E13   =SOMME(E2:E14)

d. Dans une pièce de cette maison, les appareils qui sont en veille sont :

- un téléviseur
- un ordinateur
- une console de jeu
- un lecteur DVD

La consommation de l'ordinateur représente-t-elle plus de la moitié de la consommation totale des appareils de cette pièce ?

D3 Probabilités

g5.re/dse g5.re/qzh g5.re/8a1

1 Langage des probabilités

A Expérience aléatoire

Définitions

- Une **expérience aléatoire** est une expérience dépendant du hasard dont on peut décrire tous les résultats possibles sans savoir lequel va se produire.
- Chaque résultat possible est une **issue**.

Exemple :

▶ Lancer un dé à jouer est une **expérience aléatoire** ayant six **issues**.
Les **issues** sont : {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}.

B Évènement

Définitions

- Un **évènement** est un ensemble d'une ou plusieurs **issues**.
- Un évènement constitué d'une seule issue est un **évènement élémentaire**.
- Un évènement toujours réalisé est un **évènement certain**.
- Un évènement jamais réalisé est un **évènement impossible**.
- L'**évènement contraire** d'un évènement A (noté $\overline{A}$) est l'ensemble des issues qui n'appartiennent pas à A.

Exemple : On reprend le lancer de dé.

▶ A : « Obtenir un multiple de 3 » est un **évènement**.
B : « Obtenir 4 » est un **évènement élémentaire**.
C : « Obtenir un nombre inférieur ou égal à 6 » est un **évènement certain**.
D : « Obtenir 10 » est un **évènement impossible**.
$\overline{A}$: « Obtenir un nombre non multiple de 3 » est un **évènement contraire** de l'évènement A.

2 Calculs de probabilités

A Probabilité d'un évènement

Définition La **probabilité** d'un évènement A est un nombre compris entre 0 et 1 (noté P(A)) qui exprime ses « chances » de réalisation.

Propriétés

- La probabilité d'un évènement impossible est 0 et celle d'un évènement certain est 1.
- La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

Exemples :

- P(C) = 1 et P(D) = 0
- P(«Obtenir 1»)+P(«Obtenir 2»)+P(«Obtenir 3»)+P(«Obtenir 4»)+P(«Obtenir 5»)+P(«Obtenir 6»)=1

B Équiprobabilité

Définition Lorsque les issues d'une expérience aléatoire ont toutes autant de chances de se réaliser, c'est-à-dire que les probabilités de réalisation des différentes issues sont égales, on dit qu'elles sont **équiprobables**.

Propriété En cas d'équiprobabilité, la probabilité d'un évènement E s'obtient en divisant le nombre d'issues favorables à l'évènement par le nombre total d'issues de l'expérience aléatoire :

$$P(E) = \frac{\textit{Nombre d'issues favorables}}{\textit{Nombre total d'issues}}$$

Exemples :

- Dans le cas du lancer de dé, chaque face a autant de chances de sortir qu'une autre, les issues sont donc équiprobables. Ainsi, la probabilité d'un évènement élémentaire est $\frac{1}{6}$ soit P(B) = $\frac{1}{6}$.
- Soit A : « Obtenir un multiple de 3 », A = {3 ; 6} et les issues sont {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6} donc P(A) = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Remarque : La probabilité d'un évènement s'exprime souvent sous la forme d'une fraction.

C Probabilité d'évènements contraires

Propriété

La somme des probabilités d'un évènement A et de son contraire $\overline{A}$ est égale à 1 :

$P(A) + P(\overline{A}) = 1$ et $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

Exemple :

- Soit A : « Obtenir un multiple de 3 », A = {3 ; 6} et $\overline{A}$ = {1 ; 2 ; 4 ; 5} donc $P(\overline{A}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

  Mais on peut calculer $P(\overline{A})$ en utilisant la formule : $P(A) = \frac{1}{3}$ et $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Remarque : C'est parfois beaucoup plus rapide d'utiliser la formule $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ pour calculer la probabilité d'un évènement contraire.

3 Des fréquences aux probabilités

Propriété

Lorsqu'on répète un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un évènement E finit par se stabiliser autour du nombre P(E).

Exemple :

- Dans le cas du lancer de dé, voici un tableau donnant la fréquence de réalisation de l'évènement B : « Obtenir **4** » en fonction du nombre de lancers effectués.

Nombre de lancers effectués	10	50	200	500	5 000
Fréquence de réalisation de l'évènement B	0,4	0,12	0,18	0,177	0,1712

Plus le nombre de lancers effectués est important et plus la fréquence de réalisation de l'évènement B se rapproche de P(B) = $\frac{1}{6} \approx 0{,}17$.

Remarque : Certains logiciels, comme les tableurs notamment, permettent de **simuler** la répétition d'un très grand nombre d'expériences aléatoires identiques.

1 Dans un jeu de société, les jetons sont des supports de format carré, de même couleur, sur lesquels une lettre de l'alphabet est inscrite. Le revers n'est pas identifiable. Il y a 100 jetons. Le tableau ci-dessous donne le nombre de jetons pour chacune des voyelles.

Lettres du jeu	A	E	I	O	U	Y
Effectif	9	15	8	6	6	1

On choisit au hasard une lettre de ce jeu.

a. Quelle est la probabilité d'obtenir la lettre I ?

b. Quelle est la probabilité d'obtenir une voyelle ?

c. Quelle est la probabilité d'obtenir une consonne ?

2 Sur le manège « Caroussel », il y a quatre chevaux, deux ânes, un coq, deux lions et une vache. Sur chaque animal, il y a une place. Vaite s'assoit au hasard sur le manège.

a. Quelle est la probabilité qu'elle monte sur un cheval ? Exprime le résultat, sous forme d'une fraction irréductible.

On considère les évènements suivants :
A : « Vaite monte sur un âne. »
C : « Vaite monte sur un coq. »
L : « Vaite monte sur un lion. »

b. Définis par une phrase l'évènement non L, puis calcule sa probabilité.

c. Quelle est la probabilité de l'évènement A ou C ?

3 On écrit, sur les faces d'un dé équilibré à six faces, chacune des lettres du mot « **NOTOUS** ».
On lance le dé et on regarde la lettre inscrite sur la face supérieure.

a. Quelles sont les issues de cette expérience ?

Détermine la probabilité des évènements E.

b. E1 : « On obtient la lettre **O**. »

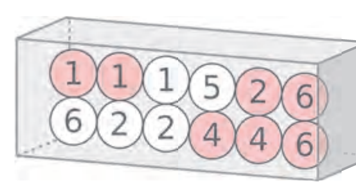
c. E2 : évènement contraire de E1.

d. E3 : « On obtient une consonne. »

e. E4 : « On obtient une lettre du mot **KIWI**. »

f. E5 : « On obtient une lettre du mot **CAGOUS**.»

4 On considère une urne contenant des boules blanches ou rouges, et numérotées.



a. Si on s'intéresse à la couleur de la boule, quelles sont les issues possibles ?

b. Si on s'intéresse au numéro écrit sur la boule, quelles sont les issues possibles ?

c. Donne un évènement certain de se réaliser.

d. Donne un évènement impossible.

1 On place des boules colorées, toutes indiscernables au toucher, dans un sac. Sur chaque boule, est inscrite une lettre. Le tableau suivant présente la répartition des boules.

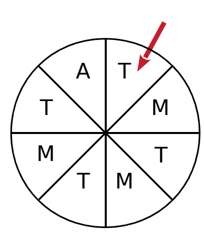
Couleur / Lettre	Rouge	Vert	Bleu
A	3	5	2
B	2	2	6

a. Combien y a-t-il de boules dans le sac ?

b. On tire une boule au hasard, on note sa couleur et sa lettre.

- Vérifie qu'il y a une chance sur dix de tirer une boule bleue portant la lettre A.
- Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ?
- A-t-on autant de chances de tirer une boule portant la lettre A, que de tirer une boule portant la lettre B ?

2 À un stand du « Heiva », fête traditionnelle de Polynésie française, on fait tourner la roue de loterie ci-contre.



On admet que chaque secteur a autant de chances d'être désigné par la flèche rouge.

Les lettres A, T et M correspondent aux évènements suivants :

- A : « On gagne un autocollant. » ;
- T : « On gagne un tee-shirt. » ;
- M : « On gagne un tour de manège. ».

a. Quelle est la probabilité de l'évènement A ?

b. Quelle est la probabilité de l'évènement T ?

c. Quelle est la probabilité de l'évènement M ?

d. Exprime, à l'aide d'une phrase, ce qu'est l'évènement non A, puis donne sa probabilité.

3 L'hôtel « la ora na » accueille 125 touristes :

- 55 Néo-Calédoniens dont 12 parlent également anglais ;
- 45 Américains parlant uniquement l'anglais ;
- le reste étant des Polynésiens dont 8 parlent également anglais.

Les Néo-Calédoniens et les Polynésiens parlent tous le français.

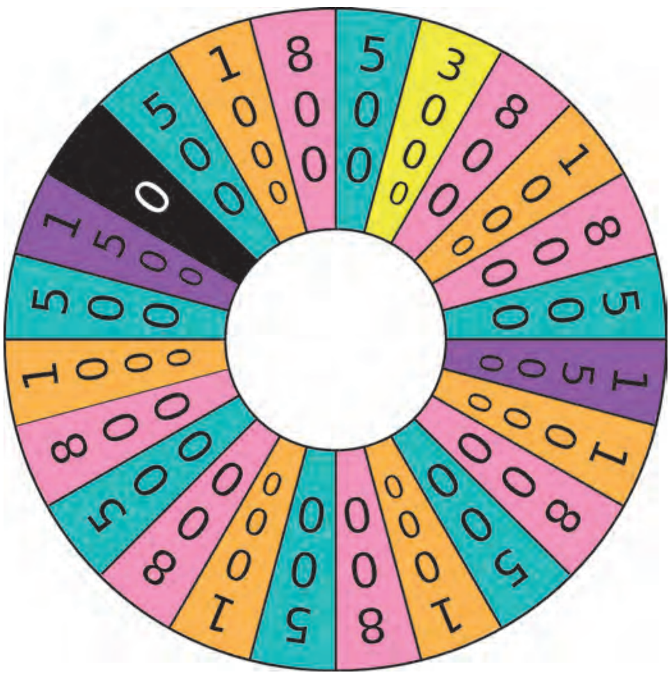
a. Si je choisis un touriste pris au hasard dans l'hôtel, quelle est la probabilité des évènements suivants :

- Évènement A : « Le touriste est un Américain. »
- Évènement B : « Le touriste est un Polynésien ne parlant pas anglais. »
- Évènement C : « Le touriste parle anglais. »

b. Si j'aborde un touriste dans cet hôtel, ai-je plus de chances de me faire comprendre en parlant en anglais ou en français ? Justifie ta réponse.

Fiche 3 : aborder la notion de probabilité (3)

1 On fait tourner la roue des euros.



Quelle est la probabilité...

a. de gagner 800 € ? ....

b. de gagner 1 500 € ? ....

c. de gagner 3 000 € ? ....

d. de gagner 1 000 € et plus ? ....

e. de ne pas perdre ? ....

2 *Retournement de situation*

a. Une bouteille opaque contient 20 billes dont les couleurs peuvent être différentes. Chaque bille a une seule couleur. En retournant la bouteille, on fait apparaitre au goulot une seule bille à la fois. La bille ne peut pas sortir de la bouteille.
Des élèves cherchent à déterminer les couleurs des billes contenues dans la bouteille et leur effectif. Ils retournent la bouteille 40 fois et obtiennent le tableau suivant.

Couleur apparue	rouge	bleue	verte
Nombre d'apparitions de la couleur	18	8	14

Ces résultats permettent-ils d'affirmer que la bouteille contient exactement 9 billes rouges, 4 billes bleues et 7 billes vertes ?

....

....

b. Une seconde bouteille opaque contient 24 billes qui sont soit bleues, soit rouges, soit vertes. On sait que la probabilité de faire apparaitre une bille verte en retournant la bouteille est égale à 3/8, et la probabilité de faire apparaitre une bille bleue est égale à 1/2.
Combien de billes rouges contient la bouteille ?

....

....

3 La 24e édition du Marathon International de Moorea a eu lieu le 18 février 2012. Des coureurs de différentes origines ont participé à ce marathon :

- 90 coureurs provenaient de Polynésie Française, dont 16 étaient des femmes ;
- 7 coureurs provenaient de France Métropolitaine, dont aucune femme ;
- 6 provenaient d'Autriche, dont 3 femmes ;
- 2 provenaient du Japon, dont aucune femme ;
- 11 provenaient d'Italie, dont 3 femmes ;
- 2 provenaient des États-Unis, dont aucune femme ;
- un coureur homme était Allemand.

a. Complète le tableau ci-dessous à l'aide des données de l'énoncé.

				Japon			
Homme							
Femme							

b. Combien de coureurs ont participé à ce marathon ? ....

À la fin du marathon, on interroge un coureur au hasard. Quelle est la probabilité que ce coureur...

c. soit une femme autrichienne ? ....

d. soit une femme ? ....

e. soit un homme polynésien ? ....

f. ne soit pas japonais ? ....

g. Vaitea dit que la probabilité d'interroger un coureur homme polynésien est exactement trois fois plus grande que celle d'interroger un coureur homme non polynésien. A-t-il raison ? Explique pourquoi.

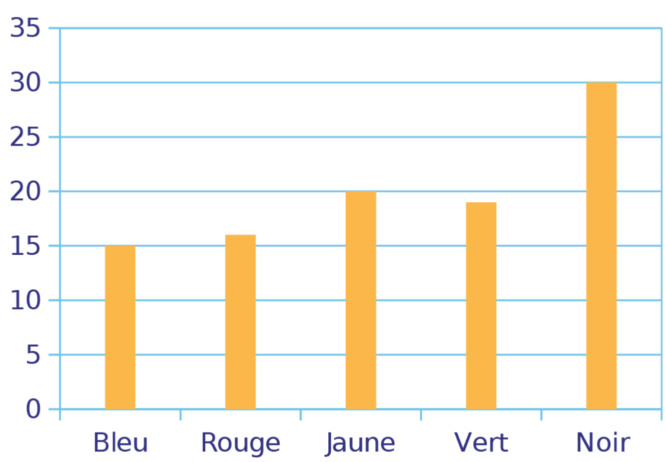
....

....

1 Une urne contient 4 boules rouges et 6 boules vertes, toutes indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard. Réponds aux affirmations suivantes par Vrai (V) ou Faux (F).

a.	Il y a autant de chances d'avoir une boule verte qu'une boule rouge.	
b.	On a 4 chances sur 10 d'obtenir une boule verte.	
c.	Si on répète un grand nombre de fois cette expérience, la fréquence d'apparition d'une boule verte devrait être proche de 0,6.	
d.	On a 6 chances sur 4 d'obtenir une boule verte.	
e.	La probabilité de tirer une boule rouge est $\frac{2}{5}$.	

2 Un dé cubique a 6 faces peintes : une en bleu, une en rouge, une en jaune, une en vert et deux en noir. On jette ce dé cent fois, et on note à chaque fois la couleur de la face obtenue. Le schéma ci-dessous donne la répartition des couleurs obtenues lors de ces cent lancers.



Détermine la fréquence d'apparition...

a. de la couleur jaune. ....

b. de la couleur noire. ....

On suppose que le dé est équilibré.
Quelle est la probabilité...

c. d'obtenir la couleur jaune ? ....

d. d'obtenir la couleur noire ? ....

e. Explique l'écart entre les fréquences obtenues aux questions **a** et **b**, et les probabilités trouvées aux questions **c** et **d**.

....

....

....

....

3 On considère l'expérience aléatoire suivante.

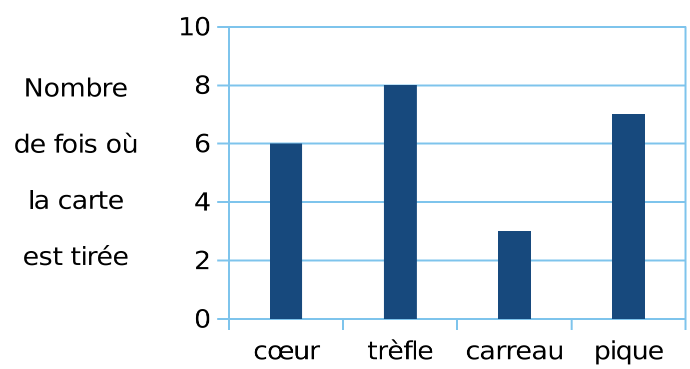
- On tire au hasard une carte dans un jeu, bien mélangé, de 32 cartes.
- On note la « couleur » de cette carte : trèfle, carreau, cœur ou pique.
- On remet la carte dans le jeu et on mélange.

Soit A l'évènement : « La carte tirée est un trèfle. ».

a. Quelle est la probabilité de l'évènement A ?

....

b. On répète 24 fois l'expérience aléatoire ci-dessus. La représentation graphique ci-dessous donne la répartition des « couleurs » obtenues lors des vingt-quatre premiers tirages.



Calcule la fréquence d'une carte « cœur » et d'une carte « trèfle ».

....

....

....

....

c. On reproduit une fois l'expérience aléatoire.

Arthur mise sur une carte « cœur » et Julie mise sur une carte « trèfle ».
Est-ce que l'un d'entre eux a plus de chances que l'autre de gagner ?

....

....

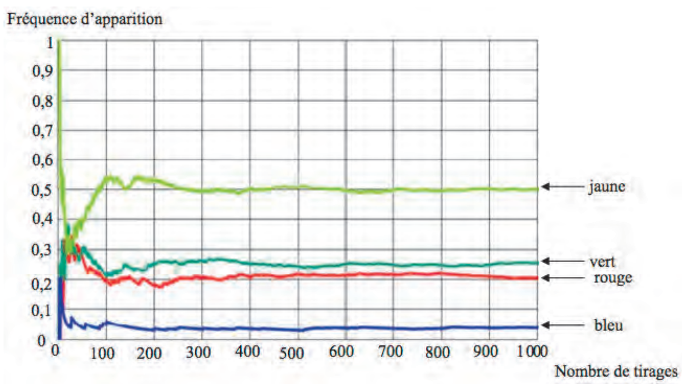
....

....

Fiche 5 : passer des fréquences aux probabilités (2)

1 Un sac contient 20 jetons qui sont soit jaunes, soit verts, soit rouges, soit bleus. On considère l'expérience suivante : tirer au hasard un jeton, noter sa couleur et remettre le jeton dans le sac. Chaque jeton a la même probabilité d'être tiré.

a. Le professeur, qui connait la composition du sac, a simulé un grand nombre de fois l'expérience avec un tableur. Il a représenté ci-dessous la fréquence d'apparition des différentes couleurs en fonction du nombre de tirages.



- Quelle couleur est la plus présente dans le sac ? Aucune justification n'est attendue.

....

- Le professeur a construit la feuille de calcul ci-contre.

	A	B	C
1	Nombre de tirages	Nombre de fois où un jeton rouge est apparu	Fréquence d'apparition de la couleur rouge
2	1	0	0
3	2	0	0
4	3	0	0
5	4	0	0
6	5	0	0
7	6	1	0,166666667
8	7	1	0,142857143
9	8	1	0,125
10	9	1	0,111111111
11	10	1	0,1

Quelle formule a-t-il saisie dans la cellule C2, avant de la recopier vers le bas ?

....

b. On sait que la probabilité de tirer un jeton rouge est de 1/5. Combien y a-t-il de jetons rouges dans ce sac ?

....

....

2 *Lancer de punaises*

a. Lance 50 fois une punaise et note si elle tombe sur la tête (T) ou sur le côté (C).

b. Sur tes 50 lancers, à quelle fréquence la punaise est-elle retombée sur la tête ? ....

c. Complète ce tableau, à l'aide des données de 20 camarades de la classe.

Élève	1er	2^{e}	3^{e}	4^{e}	5^{e}	6^{e}	7^{e}	8^{e}	9^{e}	10^{e}
Effectif de l'évènement T										
Fréquence										
Fréquence cumulée croissante										

Élève	11^{e}	12^{e}	13^{e}	14^{e}	15^{e}	16^{e}	17^{e}	18^{e}	19^{e}	20^{e}
Effectif de l'évènement T										
Fréquence										
Fréquence cumulée croissante										

d. Que remarques-tu ?

....

e. Comment pourrait-on faire pour évaluer la probabilité qu'une punaise tombe sur la tête ?

....

1 On considère un jeu composé d'un plateau tournant et d'une boule. Représenté ci-contre, ce plateau comporte 13 cases numérotées de 0 à 12.

On lance la boule sur le plateau. La boule finit par s'arrêter au hasard sur une case numérotée.
La boule a la même probabilité de s'arrêter sur chaque case.

a. Quelle est la probabilité que la boule s'arrête sur la case numérotée 8 ?

b. Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur lequel la boule s'arrête soit un nombre impair ?

c. Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur laquelle la boule s'arrête soit un nombre premier ?

d. Lors des deux derniers lancers, la boule s'est arrêtée à chaque fois sur la case numérotée 9.
A-t-on maintenant plus de chances que la boule s'arrête sur la case numérotée 9 plutôt que sur la case numérotée 7 ? Argumenter à l'aide d'un calcul de probabilités.

2 Le baklava est une pâtisserie traditionnelle dans plusieurs pays comme la Bulgarie ou le Maroc. Il s'agit d'un dessert long à préparer, à base de pâte feuilletée,

de miel, de noix ou de pistaches ou de noisettes, selon les régions. Dans un sachet non transparent, on a sept baklavas indiscernables au toucher portant les lettres du mot BAKLAVA.

B A K L A V A

On tire au hasard un gâteau dans ce sachet et on regarde la lettre inscrite sur le gâteau.

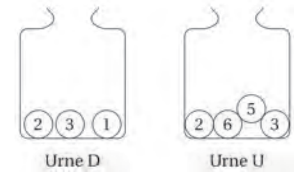
a. Quelles sont les issues de cette expérience ?

b. Déterminer les probabilités suivantes.

- La lettre tirée est un L.
- La lettre tirée n'est pas un A.

c. Enzo achète un sachet contenant 10 baklavas tous indiscernables au toucher. Ce sachet contient 2 baklavas à base de pistaches, 4 baklavas à base de noisettes et les autres baklavas sont à base de noix. Enzo pioche au hasard un gâteau et le mange ; c'est un gâteau à base de noix. Il souhaite en manger un autre. Son amie Laura affirme que, s'il veut maintenant prendre un nouveau gâteau, il aura plus de chances de piocher un gâteau à base de noix. A-t-elle raison ? Justifier la réponse.

3 Deux urnes contiennent des boules numérotées indiscernables au toucher. Le schéma ci-contre représente le contenu de chacune des urnes.



On forme un nombre entier à deux chiffres en tirant au hasard une boule dans chaque urne :

- le chiffre des dizaines est le numéro de la boule issue de l'urne D ;
- le chiffre des unités est le numéro de la boule issue de l'urne U.

Exemple : en tirant la boule 1 de l'urne D, puis la boule 5 de l'urne U, on forme le nombre 15.

a. A-t-on plus de chances de former un nombre pair que de former un nombre impair ?

b. Sans justifier, indiquer les nombres premiers qu'on peut former lors de cette expérience.

c. Montrer que la probabilité de former un nombre premier est égale à $\frac{1}{6}$.

d. Définir un évènement dont la probabilité de réalisation est égale à $\frac{1}{3}$.

4 Dans une urne contenant des boules vertes et des boules bleues, on tire au hasard une boule et on regarde sa couleur. On replace ensuite la boule dans l'urne et on mélange les boules.
La probabilité d'obtenir une boule verte est $\frac{2}{5}$.

a. Expliquer pourquoi la probabilité d'obtenir une boule bleue est égale à $\frac{3}{5}$.

b. Paul a effectué 6 tirages et a obtenu une boule verte à chaque fois. Au 7^{e} tirage, aura-t-il plus de chances d'obtenir une boule bleue qu'une boule verte ?

c. Déterminer le nombre de boules bleues dans cette urne, sachant qu'il y a 8 boules vertes.

5 Dans son lecteur audio, Théo a téléchargé 375 morceaux de musique. Parmi eux, il y a 125 morceaux de rap. Il appuie sur la touche *Lecture aléatoire* qui lui permet d'écouter un morceau choisi au hasard parmi tous les morceaux disponibles.

a. Quelle est la probabilité qu'il écoute du rap ?

b. La probabilité qu'il écoute du rock est égale à $\frac{7}{15}$. Combien Théo a-t-il de morceaux de rock dans son lecteur audio ?

c. Alice possède 40 % de morceaux de rock dans son lecteur audio. Si Théo et Alice appuient tous les deux sur la touche *Lecture aléatoire* de leur lecteur audio, lequel a le plus de chances d'écouter un morceau de rock ?

A1 Algorithmique et programmation

A1 Fiche 1 : se déplacer

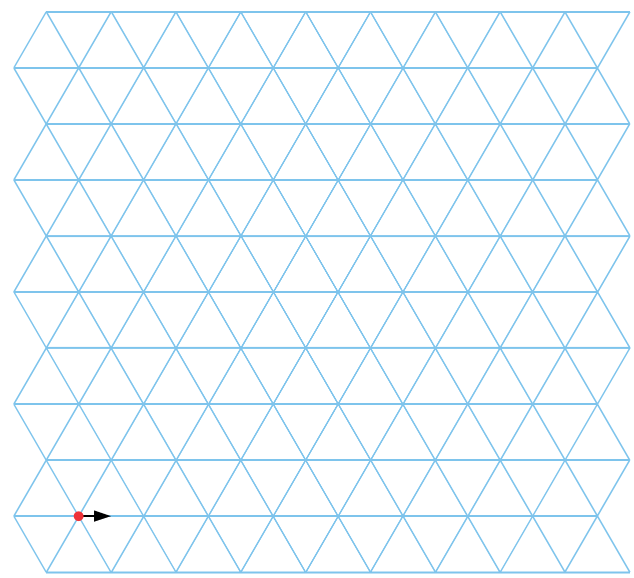
1 On considère ces deux algorithmes.

Programme A

```
Début
| Répéter 3 fois
| | Avancer de 1 case
| | Tourner ↺ de 120°
Fin
```

Programme B

```
Variables i : Entier
Début
| Pour i de 2 à 6 faire
| | Répéter 3 fois
| | | Avancer de i cases
| | | Tourner ↺ de 120°
Fin
```

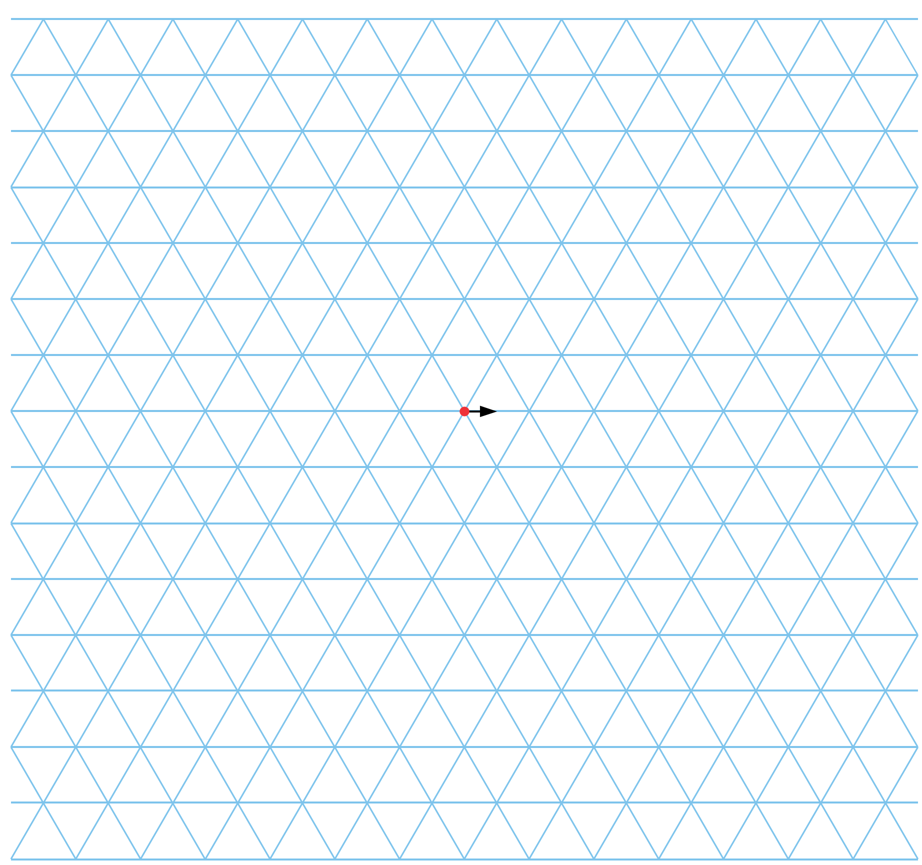


a. Effectue le tracé correspondant au programme A à partir du point rouge.

b. Poursuis avec le programme B.

2 On considère l'algorithme ci-dessous.

```
Variables i : Entier
Début
| Pour i de 1 à 6 faire
| | Répéter 4 fois
| | | Avancer de i cases
| | | Tourner ↻ de 60°
| | Avancer de i + 1 cases
| | Tourner ↻ de 60°
| | Avancer de i cases
| | Tourner ↻ de 60°
Fin
```



a. Récris les instructions en vert pour $i = 1$.

....

....

....

....

....

....

b. Effectue le tracé correspondant à partir du point rouge.

c. Poursuis le tracé pour i de 2 à 6.

1 L'image binaire ci-contre correspond au tableau de valeurs situé à sa droite.

■			
■			
■	■	■	
■			■
■			■
	■	■	

Image binaire

1	0	0	0
1	0	0	0
1	1	1	0
1	0	0	1
1	0	0	1
0	1	1	0

Tableau de valeurs

a. Quelle est la règle de coloriage ?

....

....

b. Crée les images binaires des tableaux ci-dessous, en les coloriant selon la règle précédente.

0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	1	0
1	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0

0	1	1	0
0	0	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
0	1	1	1
0	0	0	0

1	0	0	1
1	0	0	1
0	1	1	1
0	0	0	1
0	0	0	1
0	1	1	0

0	1	1	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	0	0	1
1	1	1	0
0	0	0	0

Quel mot lis-tu ? ....

c. Dans chaque cas, code les tableaux de valeurs correspondant aux images binaires données.

			■
			■
	■	■	■
■			■
■			■
	■	■	

	■	■	
■			■
■			■
■			■
	■	■	

	■	■	
■			■
■			
■			
■			

	■	■	
■			■
■	■	■	
■			
	■	■	

2 Le code ASCII permet de transmettre ou stocker les caractères alphanumériques. Chacun d'eux possède un équivalent en code numérique : ainsi, le A est codé en binaire par la valeur d'octet 01000001.
Cette valeur est ensuite convertie en nombre décimal : on utilise les puissances de 2 comme ci-dessous.

128	64	32	16	8	4	2	1	
0	1	0	0	0	0	0	1	A
	64						1	= 65

Le A est donc codé 65 en nombre décimal.

Dans chaque cas ci-dessous, détermine le nombre décimal correspondant.

0	0	1	0	0	0	1	1	#
								= ...
0	1	0	1	1	1	1	0	^
								= ...
0	1	1	1	0	1	0	1	u
								= ...

3 **Tableur** *Messages codés d'Albert Einstein*

a. Dans un tableur, saisis la citation ci-dessous, chiffrée en code ASCII, en entrant un nombre par cellule. Puis, à l'aide de la fonction *CAR*, traduis cette série en français.

85	78	69	0	80	69	82	83	79	78	78	69	0	81	85	73	0	78	39	65	0	74	65	77	65	73	83	0	67	79	77	77	73	83	0	68

39	69	82	82	69	85	82	83	0	78	39	65	0	74	65	77	65	73	83	0	84	69	78	84	69	0	68	39	73	78	78	79	86	69	82	46

b. Dans un tableur, saisis la citation ci-dessous en entrant une lettre par cellule. Puis, à l'aide de la fonction *CODE*, chiffre cette phrase en code ASCII.

U	N		P	R	O	B	L	E	M	E		S	A	N	S		S	O	L	U	T	I	O	N		E	S	T

U	N		P	R	O	B	L	E	M	E		M	A	L		P	O	S	E	.

Fiche 3 : utiliser les affectations et les instructions conditionnelles

1 Donne la valeur des variables A et B après l'exécution des instructions suivantes.

Variables A, B
Début
  A ← – 5
  B ← 7
  A ← A + B
  B ← A × B
  Afficher A et B
Fin

....

....

2 Donne la valeur des variables A et B après l'exécution des instructions suivantes.

Variables A, B, C
Début
  A ← – 3
  B ← 2,5
  C ← – 1
  A ← A + B
  B ← B × C
  C ← C – B
  Afficher A, B et C
Fin

....

....

....

3 Complète cet algorithme pour qu'il affiche le signe du produit de deux nombres relatifs.

Variables A, B
Début
  Écrire “ Entrer un premier nombre : ”
  Lire A
  Écrire “ Entrer un deuxième nombre : ”
  Lire B
  Si A = 0 ou B = 0 **alors**
    Écrire “ Le produit de “ A ” et “ B ” est nul. ”
  Si ....
    Écrire ....
  Si ....
    Écrire ....
Fin

a. Qu'affiche cet algorithme pour A = – 3,6 et B = 7,8 ?

....

b. Même question pour A = – 8,9 et B = – 4 ?

....

4 *Indice de masse corporelle (IMC)*

L'IMC permet d'estimer la corpulence d'une personne. Il se calcule en fonction de la taille et de la masse corporelle.

$$\text{IMC (en kg/m}^2\text{)} = \frac{\text{poids (en kg)}}{\text{taille}^2\text{ (en m)}}$$

a. Écris un algorithme qui demande le poids et la taille d'un individu, qui calcule son IMC et qui donne sa corpulence.

....

b. Qu'affichera cet algorithme pour une femme de 68 kg mesurant 1,73 m ?

....

c. Qu'affichera cet algorithme pour un homme de 107 kg mesurant 1,83 m ?

....

d. Donne un exemple de poids et de taille d'un individu maigre.

....

1 *Calcul de la date de Pâques*

La fête chrétienne de Pâques est célébrée, au plus tôt, le 22 mars et, au plus tard, le 25 avril.

Voici comment le mathématicien allemand Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855) a imaginé une formule permettant de trouver la date de Pâques pour une année donnée, entre 1900 et 2099, dans le calendrier grégorien.

> Soit m, l'année.
> On calcule successivement :
> - Le reste de m / 19 : c'est la valeur de a.
> - Le reste de m / 4 : c'est la valeur de b.
> - Le reste de m / 7 : c'est la valeur de c.
> - Le reste de $(19a + 24)$ / 30 : c'est la valeur de d.
> - Le reste de $(2b + 4c + 6d + 5)$ / 7 : c'est la valeur de e.
> - Si $d + e \leqslant 9$ alors le jour de Pâques est le $(d + e + 22)$ mars, sinon c'est le $(d + e - 9)$ avril.

a. Calcule la date du jour de Pâques pour l'année en cours.

b. Dans Scratch, écris un programme où le chat demande une année à l'utilisateur et affiche la date du jour de Pâques. Complète alors le tableau.

Année	Date du jour de Pâques
Année en cours	
1927	
2000	
2094	

2 *Lancer de dé*

a. Que simule le programme Scratch ci-dessous ?

b. Recopie ce programme dans Scratch puis complète-le afin qu'il simule plusieurs parties en demandant, pour chacune d'elles, le nombre de lancers et le nombre de parties gagnantes.

c. On lance un dé à six faces. On gagne si on sort un nombre impair.

- Dans Scratch, écris un programme qui simule une partie et qui donne en sortie le résultat du jeu (« gagné » ou « perdu »).
- Reprends la question **b**.

3 *Somme d'entiers*

Variables somme, n, i : Entier
Début
  Écrire " Entrer un entier : "
  Lire n
  somme ← 0
  Pour i de 1 à n **faire**
    somme ← somme + i
  Écrire " La somme des " n " premiers entiers est " : somme
Fin

a. Qu'affiche cet algorithme pour $n = 7$?

b. Écris un algorithme similaire qui demande un nombre entier n à l'utilisateur, et qui calcule la somme des n premiers carrés.

c. Qu'affiche ce nouvel algorithme pour $n = 7$?

1 Dans SCRATCH, choisis le lutin *Arrow 1* .

a. Recopie les instructions ci-dessous pour ce lutin. Il pourra alors se déplacer avec les flèches du clavier.

b. Recopie ensuite le script suivant.

c. Teste le jeu. Que se passe-t-il ?

....

....

....

....

d. Modifie le script pour programmer le *Jeu du serpent.* Le jeu est perdu quand le serpent se mord la queue ou touche le bord. Pour cela, tu pourras utiliser l'instruction :

e. Modifie le script pour ajouter un score suivant la longueur de la queue.

2 On considère l'algorithme suivant.

Variable N : Entier
Début
  1 < - 1
  Tant que 3^N < 1 000 **faire**
    | N ← N + 1
  Afficher " N " = N - 1
Fin

a. Que permet de faire cet algorithme ?

....

....

....

b. Quelle est alors la valeur de N affichée par l'algorithme ?

....

....

c. Écris un algorithme qui donne la plus petite valeur de M, telle que $5^M > 100\,000$, puis donne la valeur de M.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

3 Écris un algorithme qui demande un entier P et qui affiche le plus grand multiple de 7 inférieur à P.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Algorithmes et carrés

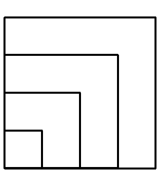
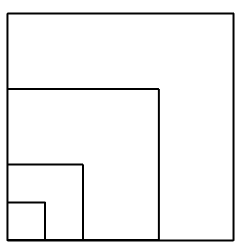
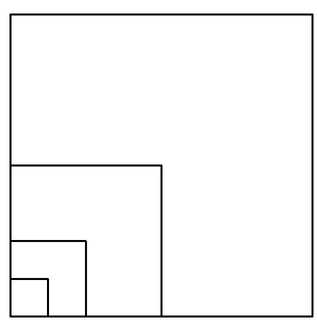
Le bloc d'instruction « Carré » ci-dessous a été programmé puis utilisé dans les deux programmes ci-dessous. *Rappel : L'instruction « avancer de 10 pas » fait avancer le lutin de 10 pixels.*

Bloc « Carré »

Programme 1

Programme 2

Voici trois dessins :

Dessin n°1	Dessin n°2	Dessin n°3
		

a. Lequel de ces trois dessins obtient-on avec le programme n° 1 ?

....

b. Lequel de ces trois dessins obtient-on avec le programme n° 2 ?

....

c. Pour chacun des deux programmes, détermine la longueur, en pixels, du côté du plus grand carré dessiné.

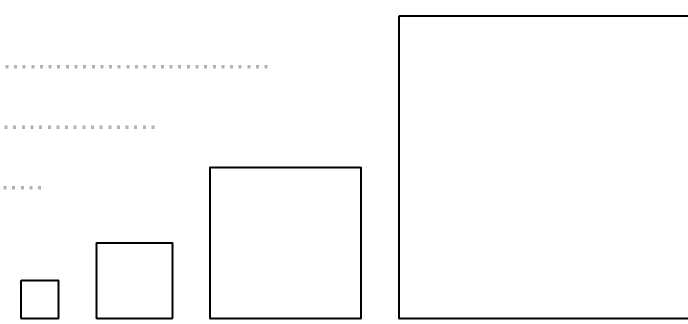
....

....

....

....

On souhaite modifier le programme n° 2 pour obtenir le dessin ci-contre.



d. Parmi les trois modifications ci-contre, laquelle permet d'obtenir le dessin souhaité ?
Aucune justification n'est attendue pour cette question.

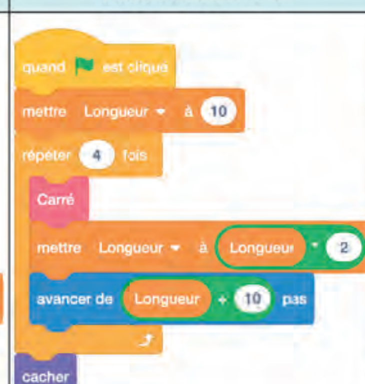
....

....

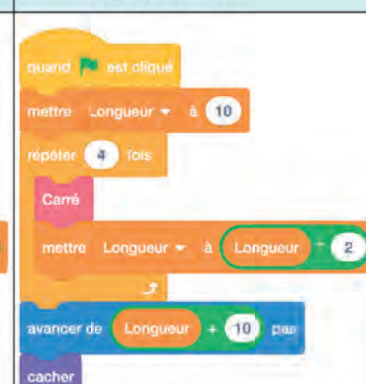
....

Modification 1

Modification 2



Modification 3



1 On donne le programme suivant qui permet de tracer plusieurs triangles équilatéraux de tailles différentes. Ce programme comporte une variable nommée « **côté** ». Les longueurs sont données en pixels.

Numéros d'instruction	Script	Le bloc *Triangle*
1 2 3 4 5 6 7 8 9		

a. Quelles sont les coordonnées du point de départ du tracé ?

....

b. Combien de triangles sont dessinés par le script ?

....

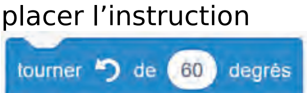
c. Quelle est la longueur (en pixels) du côté du deuxième triangle tracé ?

....

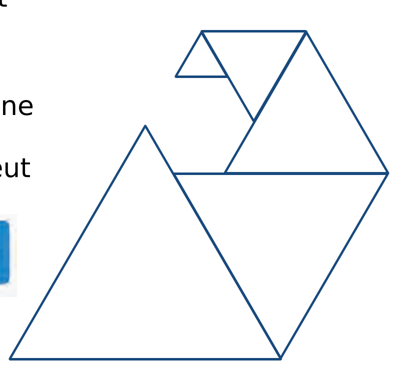
d. Tracer à main levée l'allure de la figure obtenue quand on exécute ce script.

e. On modifie le script initial pour obtenir la figure ci-contre.

Indique le numéro d'une instruction du script **après laquelle** on peut placer l'instruction



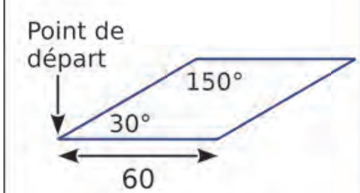
pour obtenir cette nouvelle figure.



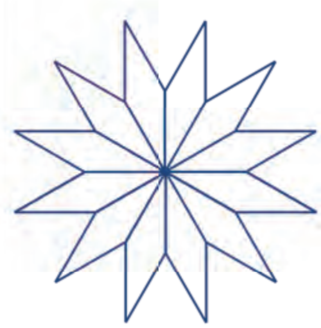
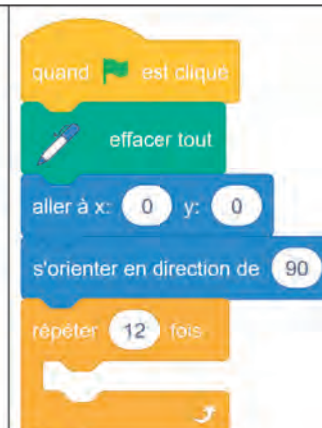
....

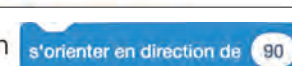
2 On souhaite tracer le motif ci-dessous en forme de losange.

a. Complète le script du bloc *Losange* afin d'obtenir ce motif.

Le motif *Losange*	Le bloc *Losange*
	

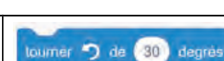
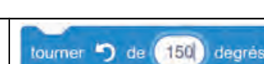
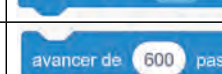
b. On souhaite réaliser la figure ci-dessous construite à partir du bloc *Losange*, complété à la question **a**.

On rappelle que l'instruction 

signifie que l'on se dirige vers la droite.

Parmi les instructions suivantes, indique, dans l'ordre, les deux instructions à placer dans la boucle pour finir le script ci-dessus.

①			②	
③			④	

....

....