Collection iParcours

Maths 3e

Katia Hache
Professeure certifiée de mathématiques

Sébastien Hache
Professeur certifié de mathématiques

Nom ....

Prénom ....

Classe ....

Année scolaire ....

QR codes et liens courts au début de chaque chapitre :

g5.re/18e g5.re/j6k g5.re/qpr

Retrouvez **gratuitement sur Internet** l'intégralité du cahier, mais aussi des activités de découverte (), des vidéos de cours (), des évaluations (), des exercices interactifs, etc.

Enseignant(e)s :
Connectez-vous à votre espace (inscription gratuite : iparcours.fr) pour accéder aux contenus réservés (corrigés et propositions d'évaluations).

Une version locale enrichie *est disponible sur clé USB, en téléchargement ou par abonnement.*

iParcours MATHS 3e

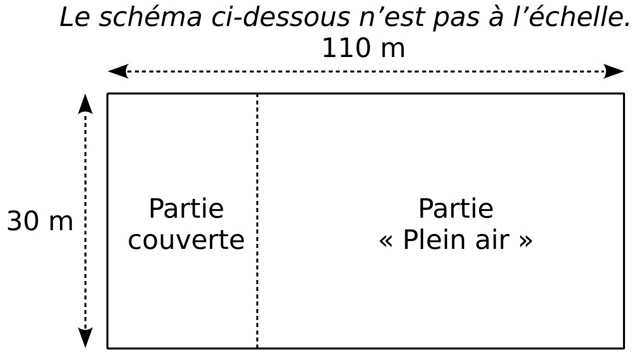
N1 Nombres et calculs

N1 Fiche 1 : calculer pour résoudre des problèmes (1)

1 Francis veut se lancer dans la production d'œufs biologiques. Son terrain est un rectangle de 110 m de long et 30 m de large. Il va séparer ce terrain en deux parties rectangulaires :

- une partie couverte ;
- une partie « Plein air ».

Le schéma ci-dessous n'est pas à l'échelle.



Pour avoir la qualification « biologique », Francis a l'obligation de respecter les deux règles ci-dessous.

Partie couverte : utilisée pour toutes les poules quand il fait nuit	**Partie « Plein air » :** utilisée pour toutes les poules quand il fait jour
6 poules maximum par m ²	4m ² minimum par poule

(source : Institut Technologique de l'Agriculture Biologique)

Il a prévu que la partie couverte ait une surface de 150 m².

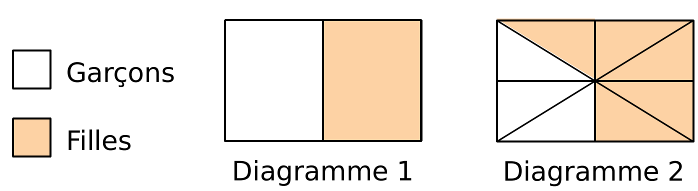
a. Montre que l'aire de la partie « Plein air » est de 3 150 m ².

b. Peut-il élever 800 poules dans son installation ?

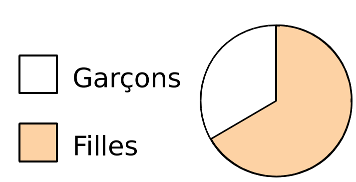
c. Combien de poules au maximum pourrait-il élever dans son installation ?

2 Dans une classe de 24 élèves, il y a 16 filles.

a. L'un des deux diagrammes ci-dessous peut-il représenter correctement la répartition des élèves de cette classe ?



b. On a représenté la répartition des élèves de cette classe par un diagramme circulaire.



Écris le calcul permettant de déterminer la mesure de l'angle du secteur qui représente les garçons.

Fiche 2 : calculer pour résoudre des problèmes (2)

1 Bob doit refaire le carrelage de sa cuisine dont la forme au sol est un rectangle de 4 m par 5 m. Il a choisi son carrelage dans un magasin. Le vendeur lui indique qu'il faut commander 5 % de carrelage en plus pour compenser les pertes dues aux découpes. Le carrelage choisi se vend dans des paquets permettant de recouvrir 1,12 m² et chaque paquet coute 31 €.

a. Montre que Bob doit commander au moins 21 m² de carrelage.

b. Combien doit-il acheter de paquets de carrelage ?

c. Quel sera le cout de l'achat du carrelage de sa cuisine ?

2 Le jardinier d'un club de football décide de semer à nouveau du gazon sur l'aire de jeu. Pour que celui-ci pousse correctement, il installe un système d'arrosage automatique qui se déclenche le matin et le soir, à chaque fois, pendant 15 minutes.

- Le système d'arrosage est constitué de 12 circuits indépendants.
- Chaque circuit est composé de 4 arroseurs.
- Chaque arroseur a un débit de 0,4 m³ d'eau par heure.

Combien de litres d'eau auront été consommés si on arrose le gazon pendant tout le mois de juillet ? On rappelle que 1 m³ = 1 000 litres et que le mois de juillet compte 31 jours.

3 Alban souhaite proposer sa candidature pour un emploi dans une entreprise. Il doit envoyer dans une seule enveloppe : 2 copies de sa lettre de motivation et 2 copies de son Curriculum Vitæ (CV). Chaque copie est rédigée sur une feuille au format A4. Il souhaite faire partir son courrier en lettre prioritaire. Pour déterminer le prix du timbre, il obtient sur Internet la grille de tarif d'affranchissement suivante.

LETTRE PRIORITAIRE	
Masse jusqu'à	**Tarifs nets**
20 g	0,80 €
100 g	1,60 €
250 g	3,20 €
500 g	4,80 €
3 kg	6,40 €

Afin de choisir le bon tarif d'affranchissement, il réunit les informations suivantes :

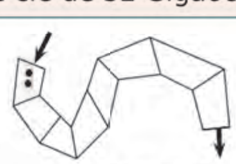
- Masse de son paquet de 50 enveloppes : 175 g.
- Dimensions d'une feuille A4 : 21 cm de largeur et 29,7 cm de longueur.
- Grammage d'une feuille A4 : 80 g/m² (le grammage est la masse par m² de feuille).

Quel tarif d'affranchissement doit-il choisir ?

4 On laisse tomber une balle d'une hauteur de 1 m. À chaque rebond, elle rebondit aux trois quarts de la hauteur d'où elle est tombée. Quelle est la hauteur de la balle au troisième rebond ?

5 Détermine la valeur exacte, puis approchée au millimètre près, de la longueur du côté d'un carré d'aire 17 cm².

Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte : entoure la bonne réponse.

N°	Énoncé	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	La somme $\frac{7}{4} + \frac{2}{3}$ est égale à :	$\frac{9}{7}$	$\frac{29}{12}$	$\frac{9}{12}$
2	$\frac{5}{14} + \frac{3}{7} \times \frac{5}{2} =$	$\frac{40}{42}$	$\frac{20}{28}$	$\frac{20}{14}$
3	$\dfrac{\frac{2}{3} + \frac{5}{6}}{7} =$	$\frac{3}{14}$	0,214 285 714	$\frac{1}{9}$
4	Une valeur approchée, au dixième près, du nombre $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ est :	2,7	1,6	1,2
5	On veut remplir des bouteilles contenant chacune $\frac{3}{4}$ L. Avec 12 L, on peut remplir :	9 bouteilles	12 bouteilles	16 bouteilles
6	Dans un club sportif, $\frac{1}{8}$ des adhérents ont plus de 42 ans et $\frac{1}{4}$ ont moins de 25 ans. La proportion d'adhérents ayant un âge de 25 à 42 ans est...	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$
7	Alexandra achète 2 cahiers et 3 crayons, elle paie 810 F (francs pacifique). Nathalie achète 1 cahier et 5 crayons, elle paie 650 F. Combien coute un cahier et combien coute un crayon ?	un cahier coute 250 F un crayon coute 100 F	un cahier coute 250 F un crayon coute 110 F	un cahier coute 300 F un crayon coute 70 F
8	Une télé coute 46 000 F (francs pacifique). Son prix est augmenté de 20 %. Je paierai donc...	36 800 F	55 200 F	46 020 F
9	L'écriture décimale du nombre $5{,}3 \times 10^5$ est :	530 000	5,300 000	5 300 000
10	$2{,}53 \times 10^{15} =$	2,530 000 000 000 000 00	2 530 000 000 000 000	253 000 000 000 000 000
11	Combien faut-il environ de CD de 700 Mégaoctets pour stocker autant de données qu'une clé de 32 Gigaoctets ?	46	4 600	4 600 000
12	 À l'entrée du chemin, sur la première case, sont placés deux cailloux noirs. Le but du jeu est de sortir du chemin en passant par toutes les cases. **Attention :** pour pouvoir se déplacer sur la case suivante, il faut pouvoir déposer un nombre de cailloux égal au double du nombre de cailloux sur la case précédente. Combien de cailloux doit-on placer sur la dernière case ?	64 cailloux	128 cailloux	256 cailloux

Pour chaque affirmation, dire, en justifiant, si elle est vraie ou fausse.

1 Une personne A a acheté un pull et un pantalon de jogging dans un magasin. Le pantalon de jogging coutait 54 €. Dans ce magasin, une personne B a acheté le même pull en trois exemplaires ; elle a dépensé plus d'argent que la personne A. La personne B affirme qu'un pull coute 25 €. A-t-elle raison ?

....

....

....

2 Le chiffre 8 est écrit 20 fois lorsque j'écris tous les nombres entiers de 1 à 100.

....

....

....

3 $15 - 5 \times 7 + 3 = 73$.

....

....

....

4 $\frac{2}{15}$ est le tiers de $\frac{6}{15}$.

....

....

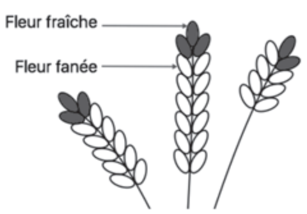
5 Le résultat du calcul $\frac{7}{5} - \frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$ est égal à $\frac{1}{5}$.

....

....

....

6 La récolte de la lavande débute lorsque les trois quarts des fleurs au moins sont fanées. Le producteur a cueilli un échantillon de lavande représenté par le dessin ci-contre. La récolte peut commencer.



....

....

....

7 Un peintre souhaite repeindre les volets d'une maison. Il constate qu'il utilise $\frac{1}{6}$ du pot pour mettre une couche de peinture sur l'intérieur et l'extérieur d'un volet. Il doit peindre ses 4 paires de volets et mettre sur chaque volet 3 couches de peinture. Il affirme qu'il lui faut 2 pots de peinture.

....

....

....

8 En informatique, on utilise comme unités de mesure les multiples de l'octet :

1 ko = 10^3 octets
1 Mo = 10^6 octets
1 Go = 10^9 octets

Contenu du disque dur externe :
- 1 000 photos de 900 ko chacune ;
- 65 vidéos de 700 Mo chacune.

Le transfert de la totalité du contenu du disque dur externe vers l'ordinateur n'est pas possible.

....

....

....

9 On suppose qu'une éolienne produit 5 GWh d'électricité par an et qu'une personne a besoin de 7 000 kWh d'électricité par an (Wh : Watt-heure). Une éolienne ne couvre pas les besoins en électricité de 1 000 personnes pour un an.

....

....

....

10 En 2016, le football féminin comptait en France 98 800 licenciées alors qu'il y en avait 76 000 en 2014. Un journaliste affirme que le nombre de licenciées a augmenté de 30 % de 2014 à 2016. A-t-il raison ?

....

....

....

11 Les nombres : 45 % ; $\frac{305}{612}$; 0,5 ; 730×10^{-3} sont rangés dans l'ordre croissant.

....

....

....

N2 Arithmétique

g5.re/hgm g5.re/7c4 g5.re/et6

1 Multiple et diviseur

Définitions Soient a et b deux nombres entiers positifs.

S'il existe un nombre entier q tel que $a = bq$ **alors**

- a est **divisible** par b ;
- b est un **diviseur** de a ;
- a est un **multiple** de b.

Exemple : Considérons l'égalité 1 357 = 23 × 59.

- 1 357 est divisible par 59 ;
  59 est un diviseur de 1 357 ;
  1 357 est un multiple de 59.
- Mais on a également :
  1 357 est divisible par 23 ;
  23 est un diviseur de 1 357 ;
  1 357 est un multiple de 23.

2 Critères de divisibilité

Règles

- Un nombre entier est **divisible par 2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre entier est **divisible par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre entier est **divisible par 10** si son chiffre des unités est 0.
- Un nombre entier est **divisible par 4** si le nombre formé par son chiffre des dizaines et son chiffre des unités (dans cet ordre) est un multiple de 4.
- Un nombre entier est **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- Un nombre entier est **divisible par 9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Exemple : On considère le nombre 23 928. Est-il divisible par 2, 5, 4, 3 et 9 ?

- Son chiffre des unités est 8 ; donc 23 928 est **divisible par 2**.
- Son chiffre des unités n'est ni 0 ni 5 ; donc 23 928 n'est **pas divisible par 5**.
- Son chiffre des unités n'est pas 0 ; donc 23 928 n'est **pas divisible par 10**.
- Le nombre formé par son chiffre des dizaines et son chiffre des unités est 28 qui est divisible par 4 ; donc 23 928 est **divisible par 4**.
- La somme de ses chiffres : 2 + 3 + 9 + 2 + 8, soit 24, est un multiple de 3 ; donc 23 928 est **divisible par 3**.
- La somme de ses chiffres : 2 + 3 + 9 + 2 + 8, soit 24, n'est pas un multiple de 9 ; donc 23 928 n'est **pas divisible par 9**.

3 Nombres premiers

A Définition

Définition
Un nombre entier est **premier** s'il possède exactement 2 diviseurs : 1 et lui-même.

Remarques :

- 1 ne possède qu'un seul diviseur donc ce n'est pas un nombre premier.
- 2 est le seul nombre premier pair.
- 33 n'est pas un nombre premier car il est divisible par 3 en plus de 1 et de lui-même.
- 17 est un nombre premier car ses seuls diviseurs sont 1 et 17.

B Liste des nombres premiers inférieurs à 100

Les nombres premiers inférieurs à 100 sont :
2 – 3 – 5 – 7 – 11 – 13 – 17 – 19 – 23 – 29 – 31 – 37 – 41 – 43 – 47
53 – 59 – 61 – 67 – 71 – 73 – 79 – 83 – 89 – 97

4 Décomposition en produit de facteurs premiers

Propriété
Tout nombre entier n peut s'écrire sous la forme d'un produit de nombres premiers. Quand on écrit la décomposition sous la forme $n = p_1^{\alpha_1} \times ... \times p_k^{\alpha_k}$, cette écriture est **unique**, à l'ordre près des facteurs, et est appelée **décomposition en facteurs premiers** de l'entier n.

Exemple :

- $504 = 8 \times 63 = 8 \times 9 \times 7 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ où les facteurs 2, 3 et 7 sont des facteurs premiers.

Remarque : En général, on écrit les facteurs premiers dans l'ordre croissant.

Propriété Pour décomposer un nombre entier en un produit de facteurs premiers, on décompose progressivement cet entier à l'aide de nombres premiers.

Exemple : On veut décomposer l'entier 3 626 en produits de facteurs premiers.

- 2 est un diviseur de 3 626 donc $3\,626 = 2 \times 1\,813$. On essaie ensuite de décomposer 1 813.
- 7 est un diviseur de 1 813 donc $3\,626 = 2 \times 7 \times 259$. On essaie ensuite de décomposer 259.
- 7 est un diviseur de 259 donc $3\,625 = 2 \times 7 \times 7 \times 37$. On essaie ensuite de décomposer 37.
- 37 est un nombre premier donc la décomposition de 3 625 est $3\,625 = 2 \times 7^2 \times 37$.

5 Simplification de fractions

Définition Une fraction est **irréductible** quand on ne peut plus la simplifier.

Exemples :

- $\frac{14}{21}$ n'est pas une fraction irréductible car $\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$. Par contre, $\frac{7}{15}$ est une fraction irréductible.

Remarque : Pour écrire une fraction sous sa forme irréductible, on décompose son numérateur et son dénominateur en produit de facteurs premiers et on simplifie. Quand on ne peut plus simplifier, la fraction est irréductible.

Exemple : On veut simplifier la fraction $\frac{168}{3\,626}$.

- $\frac{168}{3\,626} = \frac{2^3 \times 3 \times 7}{2 \times 7^2 \times 37} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7}{2 \times 7 \times 7 \times 37} = \frac{2 \times 2 \times 3}{7 \times 37} = \frac{12}{259}$ où $\frac{12}{259}$ est une fraction irréductible.

1 Le nombre 588 peut se décomposer sous la forme $588 = 42 \times 14$.

a. Quels sont ses diviseurs premiers, c'est-à-dire les nombres qui sont à la fois des nombres premiers et des diviseurs de 588 ?

....

....

b. Détermine la décomposition en facteurs premiers de 27 000 000.

....

c. Quels sont ses diviseurs premiers ?

....

....

2 À l'aide de la calculatrice, décompose chaque nombre en produit de facteurs premiers.

a. 172 = ...

b. 340 = ...

c. 1 247 = ...

d. 1 249 = ...

e. 1 251 = ...

f. 69 300 = ...

3 Reprends chaque nombre de l'exercice précédent et donne ses diviseurs premiers.

a. 172 : ....

b. 340 : ....

c. 1 247 : ....

d. 1 249 : ....

e. 1 251 : ....

f. 69 300 : ....

g. Parmi tous ces nombres, lequel est un nombre premier et pourquoi ?

....

4 Justifie pourquoi les nombres entiers suivants ne sont pas premiers entre eux.

a. 135 et 120 : ....

....

....

b. 46 et 124 : ....

....

....

c. 114 et 63 : ....

....

....

5 Décompose chaque nombre en produit de facteurs premiers, puis déduis-en s'ils sont premiers entre eux ou non.

a. 105 = ...

182 = ...

....

....

....

b. 117 = ...

56 = ...

....

....

....

c. 327 = ...

512 = ...

....

....

....

6 Relie chaque nombre à sa décomposition en facteurs premiers.

$2 \times 3^2 \times 7$	•	•	45
$2^2 \times 3^2 \times 5$	•	•	98
$2 \times 5^2 \times 7$	•	•	126
$3^2 \times 5$	•	•	180
$2^3 \times 3^3$	•	•	216
2×7^2	•	•	350

Fiche 2 : décomposer en produits de facteurs premiers (2)

1 On considère le nombre 18.

a. Détermine une décomposition en produit de facteurs premiers de ce nombre.

....

b. Quels sont ses diviseurs premiers ?

....

c. Complète le tableau puis détermine tous les diviseurs de ce nombre dans l'ordre croissant.

$\times$	3^0	3^1	3^2
2^0			
2^1			

....

d. Combien ce nombre a-t-il de diviseurs ?
Comment le déterminer par le calcul ?

....

....

....

2 On considère le nombre 60.
Reprends les questions de l'exercice précédent.

a. ....

b. ....

c. ....

....

$\times$	$3^0 \times 5^0$	$3^1 \times 5^0$	$3^0 \times 5^1$	$3^1 \times 5^1$
2^0				
2^1				
2^2				

d. ....

....

3 Détermine une décomposition en produit de facteurs premiers des deux nombres ci-dessous.

a. 6 580 = ...

6 650 = ...

b. Déduis-en leur plus grand diviseur commun.

....

4 Même énoncé qu'à l'exercice **3**.

a. 2 277 = ...

6 732 = ...

....

5 *Multiples communs*

a. Écris tous les multiples de 6 inférieurs à 90.

....

....

b. Écris tous les multiples de 15 inférieurs à 90.

....

....

c. Entoure les multiples communs à 6 et 15 et déduis-en leur plus petit commun multiple non nul.

....

6 On considère ces décompositions.

$21 = 3 \times 7$

$35 = 5 \times 7$

$75 = 3 \times 5^2$

$42 = 2 \times 3 \times 7$

Détermine le plus petit commun multiple de :

a. 21 et 35 : ....

b. 21 et 75 : ....

c. 35 et 42 : ....

d. 42 et 75 : ....

7 Détermine une décomposition en produit de facteurs premiers des deux nombres ci-dessous.

a. 135 = ...

120 = ...

b. Déduis-en leur plus petit commun multiple.

....

8 Même énoncé qu'à l'exercice **7**.

a. 114 = ...

63 = ...

b. ....

....

1 Ces fractions sont-elles irréductibles ? Justifie.

a. $\frac{4}{6}$ **b.** $\frac{3}{19}$ **c.** $\frac{15}{30}$ **d.** $\frac{1}{82}$ **e.** $\frac{42}{39}$

a. ....

b. ....

c. ....

d. ....

e. ....

2 Rends chaque fraction irréductible en utilisant les critères de divisibilité.

a. $\frac{385}{165} =$ ....

b. $\frac{153}{189} =$ ....

c. $\frac{120}{90} =$ ....

d. $\frac{184}{316} =$ ....

e. $\frac{510}{195} =$ ....

f. $\frac{84}{300} =$ ....

3 Écris chaque fraction sous la forme d'une fraction irréductible.

a. $\frac{4 \times 15 \times 14}{21 \times 10 \times 22} =$ ....

b. $\frac{2^2 \times 3 \times 5^3}{2 \times 3^3 \times 5^2} =$ ....

c. $\frac{3^3 \times 5 \times 7^2}{3^2 \times 7 \times 13} =$ ....

d. $\frac{2^2 \times 5^4 \times 17}{2^5 \times 5^3 \times 11} =$ ....

e. $\frac{2^3 \times 3^2 \times 11^2}{2^5 \times 3^3 \times 5} =$ ....

4 Utilise les décompositions en produit de facteurs premiers ci-dessous pour rendre les fractions irréductibles.

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

$328 = 2^3 \times 41$

$1\,449 = 3^2 \times 7 \times 23$

$1\,625 = 5^3 \times 13$

$2\,009 = 7^2 \times 41$

$3\,887 = 13^2 \times 23$

a. $\frac{180}{328} =$ ....

b. $\frac{1\,449}{2\,009} =$ ....

c. $\frac{3\,887}{1\,449} =$ ....

d. $\frac{1\,625}{3\,887} =$ ....

e. $\frac{328}{2\,009} =$ ....

f. $\frac{180}{1\,625} =$ ....

5 Décompose les nombres ci-dessous en produit de facteurs premiers, puis rends les fractions irréductibles.

$75 =$ ....

$108 =$ ....

$225 =$ ....

$540 =$ ....

$750 =$ ....

$2\,250 =$ ....

a. $\frac{75}{108} =$ ....

b. $\frac{225}{108} =$ ....

c. $\frac{540}{2\,250} =$ ....

d. $\frac{750}{225} =$ ....

e. $\frac{2\,250}{108} =$ ....

f. $\frac{540}{75} =$ ....

Fiche 4 : rendre une fraction irréductible (2)

1 **a.** Décompose 504 et 540 en produit de facteurs premiers.

b. Rends alors la fraction $\frac{504}{540}$ irréductible.

2 **a.** Les nombres 756 et 441 sont-ils premiers entre eux ? Justifie.

b. La fraction $\frac{756}{441}$ est-elle irréductible ?
Si non, écris-la sous forme irréductible en justifiant.

c. Calcule la somme $S = \frac{756}{441} + \frac{19}{42}$ et donne le résultat sous forme irréductible.

3 Rends chaque fraction irréductible en effectuant une seule simplification et en détaillant les calculs.

a. $\frac{1\ 204}{258}$ **b.** $\frac{2\ 278}{2\ 814}$

a.

b.

4 Dans un laboratoire A, pour tester le vaccin contre la grippe de la saison hivernale prochaine, on a injecté la même souche de virus à 5 groupes comportant 29 souris chacun.

Trois de ces groupes avaient été préalablement vaccinés contre ce virus.
Quelques jours plus tard, on remarque que :
- dans les 3 groupes de souris vaccinées, aucune souris n'est malade ;
- dans chacun des groupes de souris non vaccinées, 23 souris ont développé la maladie.

a. En détaillant les calculs, montre que la proportion de souris malades lors de ce test est $\frac{46}{145}$.

b. Justifie, sans utiliser la calculatrice, pourquoi on ne peut pas simplifier cette fraction.

Dans un laboratoire B, on informe que $\frac{140}{870}$ des souris ont été malades.

c. Décompose 140 et 870 en produit de nombres premiers.

d. Déduis-en la forme irréductible de la proportion de souris malades dans le laboratoire B.

1 Jérémy souhaite faire des paquets de billes, en répartissant intégralement ses 90 billes rouges et 150 billes noires. Le contenu de chaque paquet doit être identique.

a. Décompose 90 en produit de facteurs premiers.

....

b. De même pour 150.

....

c. Détermine le plus grand diviseur commun à ces deux nombres.

....

....

d. Calcule le nombre de paquets maximal qu'il pourra réaliser et donne leur composition.

....

....

....

2 Pour le 1er mai, Julie dispose de 182 brins de muguet et de 78 roses. Elle veut faire le plus grand nombre de bouquets identiques en utilisant toutes les fleurs.

a. Combien de bouquets identiques pourra-t-elle faire ?

....

....

....

....

....

....

b. Quelle sera la composition de chaque bouquet ?

....

....

3 Olivia avait un paquet de 320 bonbons et un paquet de 280 chewing-gums qu'elle a partagés équitablement avec un groupe de personnes.
Il lui reste alors 5 bonbons et 10 chewing-gums.

a. On souhaite retrouver le nombre de personnes de ce groupe. Le nombre recherché est un diviseur de deux nombres, lesquels ?

....

....

b. Calcule maintenant le nombre maximal de personnes du groupe.

....

....

....

....

....

....

c. Combien de bonbons et de chewing-gums chaque personne aura-t-elle ?

....

....

4 Aurélien possède un terrain rectangulaire de dimensions 78 sur 102 mètres qu'il souhaite clôturer. Afin de poser un grillage, il doit planter des poteaux régulièrement espacés et, pour simplifier le travail, il veut que la distance entre chaque poteau soit un nombre entier de mètres. De plus, il lui faut un poteau à chaque coin.

a. Deux poteaux peuvent-ils être espacés de cinq mètres ? De trois mètres ?

....

....

....

....

b. Aurélien veut planter le moins de poteaux possible. Que peux-tu dire alors de la distance entre deux poteaux ?

....

....

....

....

....

....

c. Combien doit-il alors planter de poteaux ?

....

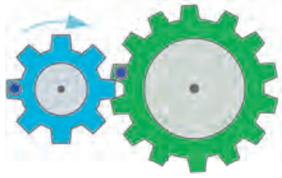
....

Fiche 6 : résoudre des problèmes (2)

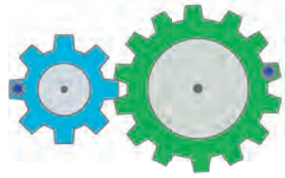
1 On s'intéresse à des engrenages composés de plusieurs roues. On fait tourner la roue de gauche d'un nombre entier de tours, dans le sens des aiguilles d'une montre. Dans chaque cas, détermine au bout de combien de tours l'engrenage est à nouveau dans la position initiale.

a. *Exemple :*

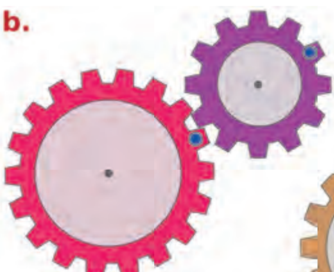
Position initiale



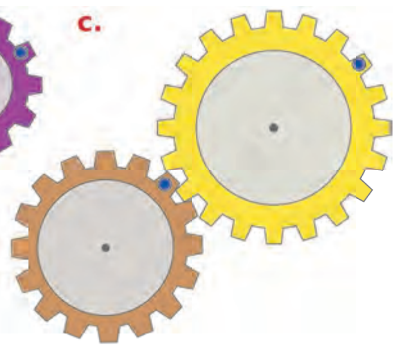
Position après 1 tour



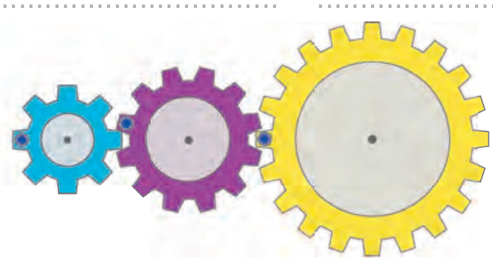
b.



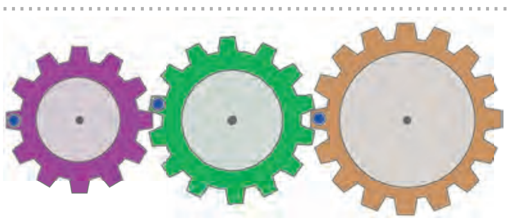
c.



d.

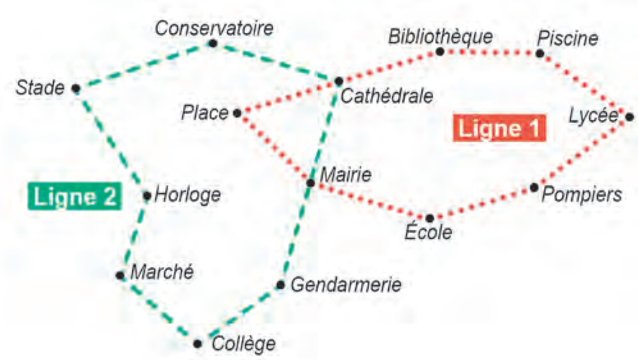


e.



2 Deux ampoules clignotent. L'une s'allume toutes les 153 secondes et l'autre toutes les 187 secondes. À minuit, elles s'allument ensemble. Détermine l'heure à laquelle elles s'allumeront de nouveau ensemble.

3 Voici le plan de deux lignes de bus :



C'est à 6 h 30 que les deux bus des lignes 1 et 2 partent de l'arrêt *Mairie* dans le sens des aiguilles d'une montre. Le bus de la ligne 1 met 3 minutes entre chaque arrêt (temps de stationnement compris), tandis que le bus de la ligne 2 met 4 minutes. Tous les deux vont effectuer le circuit complet un grand nombre de fois. Ils s'arrêteront juste après 20 h.

Est-ce que les deux bus vont se retrouver à un moment de la journée à l'arrêt *Mairie* en même temps ? Si oui, donne tous les horaires précis de ces rencontres.

N3 Puissances

g5.re/21u g5.re/uh1 g5.re/fw3

1 Puissances d'un nombre relatif

A Exposant positif

Définition Pour tout nombre entier positif non nul n et tout nombre relatif a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times ... \times a}_{n \text{ facteurs}} \text{ et par convention : } a^0 = 1$$

a^n (lu « $\boldsymbol{a}$ **puissance** $\boldsymbol{n}$ ») est appelé **puissance $\boldsymbol{n}$-ième** de $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{n}$ est l'**exposant**

Remarque : $a^1 = a$

Exemples :

- $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ et $(-3)^5 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = -243$

B Exposant négatif

Définition Pour tout nombre entier positif non nul n et tout nombre relatif a :

$$a^{-n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times ... \times a}_{n \text{ facteurs}}} = \frac{1}{a^n}$$

Remarque : a^{-1} est l'inverse de a et $a^{-1} = \frac{1}{a}$

Exemple : $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125} = 0{,}008$

C Règle de priorité

Propriété En l'absence de parenthèses, le calcul de la puissance est prioritaire sur les autres opérations.

Exemple : $1 + 2 \times 3^3 = 1 + 2 \times 27 = 1 + 54 = 55$

2 Puissances de 10

A Définitions

Définition 1 Pour tout nombre entier positif non nul n :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times ... \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{10...0}_{n \text{ zéros}} \text{ et par convention } 10^0 = 1$$

Définition 2 Pour tout nombre entier positif non nul n :

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,0...01}_{n \text{ zéros}}$$

Exemples :
- $10^5 = 100\ 000$ et $10^{-6} = 0,000\ 001$

B Vocabulaire

Définition Ces préfixes désignent des multiples de puissances de 10 :

Téra	Giga	Méga	Kilo	Hecto	Déca	Déci	Centi	Milli	Micro	Nano	Pico
$\times 10^{12}$	$\times 10^9$	$\times 10^6$	$\times 10^3$	$\times 10^2$	$\times 10^1$	$\times 10^{-1}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-12}$

Exemples :
- 1 **Kilo**gramme = 10^3 grammes, 1 **Giga**Octet = 10^9 octets et 1 **Nano**mètre = 10^{-9} m

C Calculs avec les puissances de 10

Propriétés Pour tous nombres entiers relatifs m et p :

$$10^m \times 10^p = 10^{m+p}$$

$$\frac{10^m}{10^p} = 10^{m-p}$$

Exemples :
- $A = 10^4 \times 10^3 = 10^{4+3} = 10^7 = 10\ 000\ 000$ et $B = \dfrac{10^{-7}}{10^3} = 10^{-7-3} = 10^{-10}$

3 Écriture scientifique

A Multiplier par une puissance de 10

Propriétés

- Multiplier un nombre par 10^n revient à décaler la virgule de n **rangs vers la droite** (on complète par des zéros si nécessaire).
- Multiplier un nombre par 10^{-n} revient à décaler la virgule de n **rangs vers la gauche** (on complète par des zéros si nécessaire).

Exemples :
- $208,641 \times \mathbf{10^2} = 20\ 864,1$ et $37,1 \times \mathbf{10^{-3}} = 0,0371$

B Écriture scientifique

Définition

Tout nombre décimal non nul peut être écrit en **notation scientifique**, c'est-à-dire sous la forme $a \times 10^n$ où :
- a appelé **mantisse** du nombre est un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule
- n est un nombre entier relatif

Exemples :
- Âge de la Terre : 4 500 000 000 ans = $4,5 \times 10^9$ ans
- Rayon d'un atome : 0,000 000 000 529 m = $5,29 \times 10^{-10}$ m
- Distance Terre-Soleil : 149 600 000 000 m = $1,496 \times 10^{11}$ m
- Distance Terre-Alpha du Centaure : 41 800 000 000 000 km = $4,18 \times 10^{13}$ km

1 Écris l'inverse a^{-1} du nombre a sous la forme d'un nombre décimal ou d'une fraction.

a	5	0,25	3,5	$\frac{1}{3}$	$\frac{9}{5}$
a^{-1}					

2 Complète les pointillés.

a. $2^{-3} = \frac{1}{2^{\cdots}}$

b. $(-5)^{-6} = \frac{1}{(-5)^{\cdots}}$

c. $4^{-2} = \frac{1}{4^{\cdots}}$

d. $7^{-1} = \frac{1}{7^{\cdots}}$

e. $10^{-5} = \frac{1}{10^{\cdots}}$

f. $1{,}5^{-4} = \frac{1}{1{,}5^{\cdots}}$

3 Écris chaque expression sous la forme d'une puissance d'un nombre.

a. $\frac{1}{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{1}{7^{\cdots}} = 7^{-\cdots}$

b. $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

c. $\frac{1}{(-3) \times (-3) \times (-3)} = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

d. $\frac{1}{2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 2{,}5} = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

4 Complète.

Puissance	Définition	Valeur
8^{-6}	$\frac{1}{\ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots}$	$\frac{1}{\ldots\ldots\ldots\ldots}$
$6{,}9^{-3}$		
$(-2)^{-2}$		
11^{-4}		

5 Écris chaque nombre sous la forme 5^n.

125	15 625	390 625	0,2	0,0016	0,0000128
$5^{\cdots}$					

6 Écris sous la forme d'une fraction.

a. $\left(\frac{4}{7}\right)^4 = \ldots\ldots\ldots\ldots$

b. $\left(\frac{4}{7}\right)^{-4} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

c. $\left(\frac{10}{3}\right)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots$

d. $\left(\frac{10}{3}\right)^{-2} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

7 Un couple fait un placement au taux annuel de 2 %, dont les intérêts sont capitalisés tous les ans. Le couple a placé le montant de 1 000 euros à l'ouverture, le 1er janvier 2010, puis laisse le capital sur ce compte sans effectuer de virements.

a. Explique pourquoi son capital est multiplié par 1,02 chaque année.

....

....

....

b. Complète le tableau suivant. Tu arrondiras si nécessaire au centième.

Année	2010	2011	2012	2013
Capital	1 000			

c. Écris et calcule l'expression qui permet de déterminer son capital au 1er janvier 2020. Tu arrondiras si nécessaire au centième.

....

....

d. À partir de quelle année son capital dépassera les 1 300 € ?

....

....

8 Vrai ou faux ? Justifie.

a. Une puissance d'exposant négatif est toujours négative.

....

....

b. Si on élève un nombre au carré, puis qu'on élève le résultat au cube, c'est comme si on avait élevé le nombre de départ à la puissance 6.

....

....

c. 3^{15} est le triple de 3^5.

....

....

d. Une puissance d'exposant négatif est toujours inférieure à 1.

....

....

....

Fiche 2 : utiliser la notation scientifique

1 Complète.

a	$a \times 10$	$a \times 10^2$	$a \times 10^{-1}$	$a \times 10^{-2}$
532				
11,9				
0,09				
4,98				

2 Donne l'écriture décimale de chaque nombre.

a. $6 \times 10^4 =$ ....

b. $4{,}84 \times 10^2 =$ ....

c. $5{,}3 \times 10^5 =$ ....

d. $2 \times 10^{-3} =$ ....

e. $4{,}06 \times 10^{-1} =$ ....

f. $1{,}8 \times 10^{-5} =$ ....

3 Complète.

a. $1{,}95 \times 10^{\cdots} = 1\,950$

b. $7 \times 10^{\cdots} = 700$

c. $6{,}3 \times 10^{\cdots} = 63\,000$

d. $5 \times 10^{\cdots} = 0{,}00005$

e. $8{,}9 \times 10^{\cdots} = 0{,}89$

f. $4{,}91 \times 10^{\cdots} = 0{,}0491$

4 Colorie les cases qui contiennent des nombres écrits en notation scientifique.

45×10^{-6}	$0{,}89 \times 10^{-6}$	8×10^{-5}
$4{,}6 \times 10^{17}$	10×10^9	7,91
0,68	$1{,}78 \times 10^0$	$3{,}14 \times 10^{14}$
$15{,}9 \times 10^4$	$83{,}45 \times 10^{-13}$	$9{,}99 \times 10$

5 Écris chaque nombre en notation scientifique.

a. 95 200 = ...

b. 6 = ...

c. 1 512,67 = ...

d. 46,31 = ...

e. 0,673 = ...

f. 0,006 = ...

g. 0,00058 = ...

h. 0,0107 = ...

6 Écris chaque nombre en notation scientifique.

a. $670\,000 \times 10^{11} =$ ....

b. $0{,}0034 \times 10^{16} =$ ....

c. $34{,}9 \times 10^{-10} =$ ....

d. $0{,}0012 \times 10^{-13} =$ ....

7 Calcule chaque expression et donne le résultat en notation scientifique.

$A = 55 \times 10^7 \times 5 \times 10^{-15}$

A = ...

A = ...

A = ...

$B = 1{,}9 \times 10^{11} \times 3 \times 10^{-7}$

B = ...

B = ...

B = ...

$C = \dfrac{36 \times 10^{-2}}{12 \times 10^{-8}}$

C = ...

C = ...

$D = \dfrac{2 \times 10^5 \times 9 \times 10^{-4}}{15 \times 10^3}$

D = ...

D = ...

8 **a.** Quelle est l'écriture décimale du nombre $\dfrac{10^5 + 1}{10^5}$? ....

b. Antoine utilise sa calculatrice pour calculer le nombre suivant : $\dfrac{10^{15} + 1}{10^{15}}$. Le résultat affiché est 1. Antoine pense que ce résultat n'est pas exact. A-t-il raison ?

....

....

....

9 211 ng (nanogrammes) de cuivre contiennent environ 2×10^{15} atomes de cuivre. Quelle est la masse d'un atome de cuivre ?

....

....

....

....

1 Les légionelles sont des bactéries présentes dans l'eau potable. Lorsque la température de l'eau est comprise entre 30 °C et 45 °C, ces bactéries prolifèrent et peuvent atteindre, en 2 ou 3 jours, des concentrations dangereuses pour l'homme. On rappelle que « µm » est l'abréviation de micromètre. Un micromètre est égal à un millionième de mètre.

a. La taille d'une bactérie légionelle est 0,8 µm. Exprime cette taille en m et donne le résultat sous la forme d'une écriture scientifique.

....

....

....

....

....

b. Lorsque la température de l'eau est 37 °C, cette population de bactéries légionelles double tous les quarts d'heure. Une population de 100 bactéries légionelles est placée dans ces conditions. On a créé la feuille de calcul suivante qui permet de donner le nombre de bactéries légionelles en fonction du nombre de quarts d'heure écoulés :

	A	B
1	Nombre de quarts d'heure	Nombre de bactéries
2	0	100
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	
9	7	
10	8	

c. Dans la cellule B3, on veut saisir une formule que l'on pourra étirer vers le bas dans la colonne B pour calculer le nombre de bactéries légionelles correspondant au nombre de quarts d'heure écoulés. Quelle est cette formule ?

....

....

d. Quel est le nombre de bactéries légionelles au bout d'une heure ?

....

....

e. Le nombre de bactéries légionelles est-il proportionnel au temps écoulé ?

....

....

f. Après combien de quarts d'heure cette population dépasse-t-elle dix mille bactéries légionelles ?

....

....

2 Un laboratoire pharmaceutique produit des gélules de paracétamol. Chaque gélule contient 500 mg de produit.

a. L'usine de fabrication produit 5 tonnes de paracétamol. Combien de gélules de 500 mg peut-on produire ?

....

....

b. Sachant qu'une boite contient deux plaquettes de 8 gélules chacune, combien de boites peuvent être produites avec ces 5 tonnes ?

....

....

3 Afin de lutter contre la pollution de l'air, un département a contraint, dès l'année 2013, certaines entreprises à diminuer chaque année de 10 % la quantité de produits polluants qu'elles rejettent dans l'air. Ces entreprises ont rejeté 410 tonnes de ces polluants en 2013.

a. Quelle quantité de polluants ces entreprises ont-elles rejetée dans l'air en 2015 ? En 2019 ?

....

....

....

....

b. En admettant que ce taux de 10 % reste constant pour les années à venir, détermine à partir de quelle année la quantité de polluants rejetés par ces entreprises ne dépassera plus le seuil de 180 tonnes, fixé par le Conseil départemental.

....

....

....

N4 Calcul littéral

g5.re/7tp g5.re/8mn g5.re/bu4

1 Simplifier une expression

A Réduire une expression littérale

Définition

Réduire une expression littérale,
c'est l'écrire sous la forme d'une somme comportant le moins de termes possibles.

Exemples : On veut réduire chacune des expressions suivantes.

$A = 3x - 8 + 2x$ $B = 5x^2 + 7x - 4 - 2x^2 + 3 + 4x$

$A = 3x + 2x - 8$ $B = 5x^2 - 2x^2 + 7x + 4x - 4 + 3$ ⟶ On regroupe les termes.

$A = x(3 + 2) - 8$ $B = (5 - 2)\,x^2 + (7 + 4)\,x - 1$ ⟶ On factorise les termes en x et en x^2.

$A = 5x - 8$ $B = 3x^2 + 11x - 1$ ⟶ On simplifie.

B Supprimer les parenthèses

Propriété

L'**opposé d'une somme algébrique** est égal
à la somme des opposés de chacun de ses termes.

Exemple : On veut supprimer les parenthèses dans l'expression $C = 3x - (-2x^2 - 5x + 4)$.

$C = 3x - (-2x^2 - 5x + 4)$

$C = 3x + (+2x^2) + (+5x) + (-4)$ ⟶ On additionne les **opposés**.

$C = 3x + 2x^2 + 5x - 4$ ⟶ On simplifie l'expression.

$C = 2x^2 + 8x - 4$ ⟶ On réduit.

2 Simple distributivité

Propriétés Pour tous nombres relatifs k, a et b :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

Exemples : On peut calculer les expressions suivantes de deux façons différentes.

$3 \times (5 + 7)$

▶ $3 \times (5 + 7)$
$= 3 \times 12$
$= 36$

▶ $3 \times (5 + 7)$
$= 3 \times 5 + 3 \times 7$
$= 15 + 21 = 36$

$-6 \times (4 - 8)$

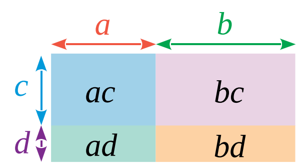
▶ $-6 \times (4 - 8)$
$= -6 \times (-4)$
$= 24$

▶ $-6 \times (4 - 8)$
$= (-6) \times 4 - (-6) \times 8$
$= -24 + 48 = 24$

3 Double distributivité

Propriété Pour tous nombres relatifs a, b, c et d :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$



Preuve :
Pour développer l'expression $(a + b)(c + d)$, on pose $k = a + b$ et on applique la simple distributivité.

$$(a + b)(c + d) = k \times (c + d) = k \times c + k \times d = (a + b) \times c + (a + b) \times d$$

Puis on applique à nouveau la simple distributivité et on obtient :

$$(a + b)(c + d) = (a + b) \times c + (a + b) \times d = ac + bc + ad + bd$$

Exemples : On veut développer puis réduire chacune des expressions suivantes.

$D = (3x + 1)(x + 4)$	→	On applique la double distributivité.
$D = 3x \times x + 3x \times 4 + 1 \times x + 1 \times 4$	→	On calcule les produits.
$D = 3x^2 + 12x + x + 4$	→	On simplifie.
$D = 3x^2 + 13x + 4$	→	On réduit.

$E = (-3x + 5)(2x - 4)$	→	On applique la double distributivité.
$E = (-3x) \times 2x + (-3x) \times (-4) + 5 \times 2x + 5 \times (-4)$	→	On calcule les produits.
$E = -6x^2 + 12x + 10x + (-20)$	→	On simplifie.
$E = -6x^2 + 22x - 20$	→	On réduit.

4 Différence de deux carrés

Propriété Pour tous nombres relatifs a et b :

Développement de $(a + b)(a - b)$: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Factorisation de $a^2 - b^2$: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Preuve : On applique la double distributivité.
$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$

Exemple 1 : Développe et réduis l'expression $(7x + 2)(7x - 2)$.

$(7x + 2)(7x - 2)$	→	On reconnait l'expression $(a + b)(a - b)$ avec $a = 7x$ et $b = 2$
$= (7x)^2 - 2^2$	→	On remplace a par $7x$ et b par 2 dans $a^2 - b^2$
$= 49x^2 - 4$	→	On réduit l'expression obtenue.

Exemple 2 : Factorise l'expression $64x^2 - 49$.

$64x^2 - 49$	→	On reconnait la différence de deux carrés.
$= (8x)^2 - 7^2$	→	On met en évidence $a^2 - b^2$ avec $a = 8x$ et $b = 7$
$= (8x + 7)(8x - 7)$	→	On remplace a par $8x$ et b par 7 dans $(a + b)(a - b)$

Fiche 1 : utiliser la distributivité simple

1 Développe puis réduis chaque expression.

A = $2(x + 3)$

....

B = $5(10x + 8)$

....

C = $4(3x + 1)$

....

D = $-5(2 - x)$

....

E = $-3(4 + x)$

....

F = $7(x - 9)$

....

2 Même énoncé qu'à l'exercice **1**.

G = $x(x + 6)$

....

H = $3x(2 + 3x)$

....

J = $x(4 - x)$

....

K = $-5x(2x - 3)$

....

L = $9x(6 - 6x)$

....

3 Même énoncé qu'à l'exercice **1**.

M = $3(4x + 7) + 4(2x - 9)$

....

....

N = $7x(2x - 5) - x(2x - 5)$

....

....

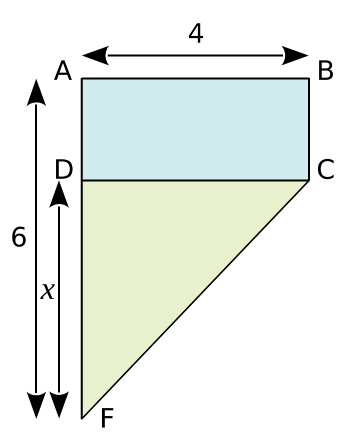
....

4 On considère la figure ci-contre où les dimensions sont données en cm et les aires en cm^2.

ABCD est un rectangle.

Le triangle DCF est rectangle en D.

On note x la longueur DF.



a. Dans cette question, $x = 2$.

- Calcule l'aire du rectangle ABCD.

....

- Calcule l'aire du triangle DCF.

....

b. Dans la suite du problème :
AB = 4 ; AF = 6 ; DF = x et AD = $6 - x$.

- Montre que l'aire du rectangle ABCD est de $24 - 4x$.

....

....

- Montre que l'aire du triangle DCF est $2x$.

....

....

- Résous l'équation $24 - 4x = 2x$.

....

....

- Pour quelle valeur de x l'aire du rectangle ABCD est-elle égale à l'aire du triangle DCF ?

....

....

5 L'objectif est de trouver une règle permettant de multiplier un nombre à deux chiffres par 11.

a. Calcule 11×27 et 11×41. Que remarques-tu ?

....

....

b. On considère un nombre N à deux chiffres. Notons U son chiffre des unités et D son chiffre des dizaines. Écris N en fonction de D et de U.

....

c. Démontre que $11N = 100D + 10(U + D) + U$. Conclus. Essaie d'énoncer la règle.

....

....

....

....

....

d. Calcule alors mentalement 11×16 et 11×35.

....

1 Complète la table de multiplication pour développer les expressions.

$A = (u + 5)(4 + u)$

....

....

$\times$	u	$+ 5$
4		
$+ u$		

$B = (v - 4)(2v - 3)$

....

....

$\times$		

2 Développe puis réduis chaque expression.

$C = (2x + 5)(3x + 7)$

$C = 2x \times$ ...... $+ 2x \times$ ...... $+ 5 \times$ ...... $+ 5 \times$ ......

$C =$ ....

$C =$ ....

$D = (x + 1)(x + 5)$

....

....

$E = (4x + 5)(2x + 6)$

....

....

....

$F = (2 + x)(5x + 4)$

....

....

....

3 Même énoncé qu'à l'exercice **2**.

$G = (5t + 8)(2t - 7)$

....

....

....

$H = (2x - 5)(3x - 2)$

....

....

....

$J = (5y + 1)(2 - 3y)$

....

....

....

$K = (-3 + z)(-2z - 5)$

....

....

....

4 Même énoncé qu'à l'exercice **2**.

$L = (4t + 3)^2$

$L = ($........ $+$ ....$)($........ $+$ ....$)$

....

....

$M = (8u - 1)^2$

$M = ($........ $-$ ....$)($........ $-$ ....$)$

....

....

$N = 6 + (5x - 2)(3 - 4x)$

....

....

....

....

$P = 5y - (4y + 3)(-2y - 5)$

....

....

....

....

$R = 6(2z - 1)(3 - z)$

....

....

....

....

Fiche 3 : utiliser la distributivité double (2)

1 Développe puis réduis chaque expression.

A = $(x + 7)(3 - 2x) + (5x - 2)(4x + 1)$

....

....

....

....

....

....

B = $(5x - 2)(5x - 8) - (3x - 5)(x + 7)$

....

....

....

....

....

....

C = $(2x + 3)(5x - 8) - (2x - 4)(5x - 1)$

....

....

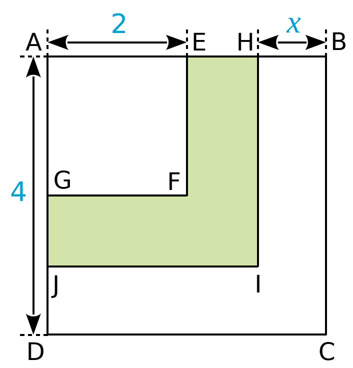
....

....

....

....

2 Dans la figure ci-dessous, AEFG, AHIJ et ABCD sont des carrés.



a. Calcule AH en fonction de x.

....

....

....

b. Déduis-en l'aire de AHIJ.

....

....

....

c. Développe puis réduis l'expression D = $(4 - x)^2 - 4$.

....

....

....

d. Calcule D pour $x = 2$.
Que traduit ce résultat pour la figure ?

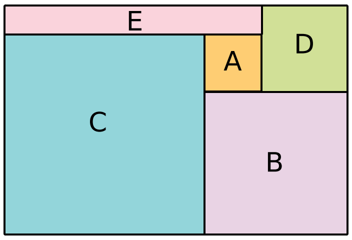
....

....

....

....

3 La figure ci-contre est composée des carrés A, B, C et D, et du rectangle E. Elle forme un grand rectangle.



a. Quelle est l'aire du rectangle E, quand le côté de A mesure 2 cm et celui de B mesure 5 cm ?

....

....

b. On appelle a le côté du carré A et b le côté du carré B. Exprime les dimensions des carrés C et D, et du rectangle E, en fonction de a et de b.

....

....

....

c. Exprime l'aire du rectangle E en fonction de a et de b. Donne la réponse sous forme d'une expression développée, puis réduite.

....

....

....

d. Exprime l'aire du grand rectangle en fonction de a et de b.

....

....

....

....

Fiche 4 : développer et factoriser à l'aide d'une identité remarquable (1)

1 Factorise chaque expression.

A = $x^2 - 9$

B = $81 - t^2$

C = $16x^2 - 36$

D = $25 - 4y^2$

2 Factorise puis réduis chaque expression.

E = $(x + 4)^2 - 64$

E = $(x + 4)^2 - \dots^2$

F = $(3 - 2x)^2 - 4$

G = $121 - (x - 7)^2$

H = $16 - (1 - 3x)^2$

3 Factorise puis réduis chaque expression.

J = $(x - 4)^2 - (2x - 1)^2$

$a^2 - b^2$ avec a = ... et b = ...

K = $(7x + 8)^2 - (9 - 5x)^2$

4 On considère L = $(2x + 1)^2 - 49$.

a. Développe puis réduis L.

b. Factorise L.

L = $(2x + 1)^2 - 49$

5 *Calculs astucieux*

a. Factorise puis réduis M = $(x + 1)^2 - (x - 1)^2$.

b. Déduis-en le résultat de $10\ 001^2 - 9\ 999^2$.

Fiche 5 : développer et factoriser à l'aide d'une identité remarquable (2)

1 Développe puis réduis chaque expression.

$A = (y + 2)(y - 2)$

$B = (7 + x)(7 - x)$

$C = (3 + 10x)(10x - 3)$

$D = (4 + 2x)(4 - 2x)$

$E = (6y - 5)(6y + 5)$

$F = (8y - 1)(8y + 1)$

2 **a.** Développe puis réduis l'expression :
$(2n + 5)(2n - 5)$ où n est un nombre quelconque.

b. En utilisant la question **a**, calcule 205×195.

3 Calcule astucieusement sans calculatrice.

a. 54×46

b. 103×97

4 **a.** Prouve que l'expression $(n - 1)(n + 1) + 1$, où n est un entier, est toujours égale au carré d'un entier.

b. En utilisant la question **a**, calcule $99 \times 101 + 1$.

5 On considère le programme de calcul :

- Choisis un nombre.
- Calcule son double.
- Soustrais 1.
- Calcule le carré du résultat obtenu.
- Soustrais 64.

a. Montre que, si on choisit 4 comme nombre de départ, on obtient – 15.

b. Si on appelle x le nombre de départ, écris une expression qui traduit le programme.

c. On considère $G = (2x - 1)^2 - 64$. Factorise G.

d. Pour chaque valeur de x, calcule la valeur de G, en précisant l'expression de la question **c** utilisée.

- $x = 0$:
- $x = \dfrac{1}{2}$:
- $x = -\dfrac{7}{2}$:
- $x = \dfrac{9}{2}$:

1 « *Je prends un nombre entier. Je lui ajoute 3 et je multiplie le résultat par 7. J'ajoute le triple du nombre de départ au résultat, et j'enlève 21. J'obtiens toujours un multiple de 10.* »
Est-ce vrai ? Justifie.

2 Léo choisit un nombre, le multiplie par 6, puis ajoute 5. Julie choisit le même nombre, lui ajoute 8, multiplie le résultat par le nombre de départ, puis soustrait le carré du nombre de départ.

a. Léo et Julie choisissent au départ le nombre – 3.

- Quel résultat obtient Léo ?

- Quel résultat obtient Julie ?

b. Quel nombre positif doivent-ils choisir au départ pour obtenir le même résultat ?

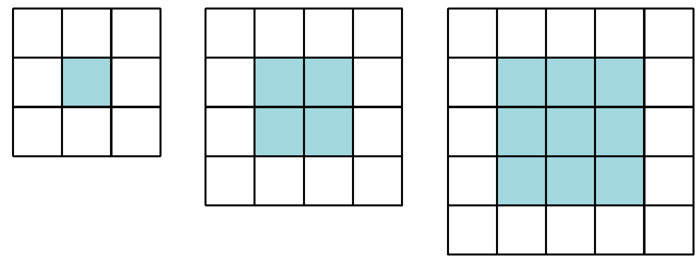
3 On considère l'expression :
$A = (x - 2)(2x + 3) - 3(x - 2)$.

a. Développe A.

b. Factorise A et vérifie que :
$A = 2B$, où $B = x(x - 2)$.

4 Gaspard réalise des motifs avec des carreaux de mosaïque blancs et bleus de la façon suivante :

Motif 1 **Motif 2** **Motif 3**



Gaspard forme un carré avec des carreaux bleus, puis le borde avec des carreaux blancs.

a. Combien de carreaux blancs Gaspard va-t-il utiliser pour border le carré bleu du **motif 4** (un carré ayant 4 carreaux bleus de côté) ?

b. Justifie que Gaspard peut réaliser un motif de ce type en utilisant exactement 144 carreaux bleus.

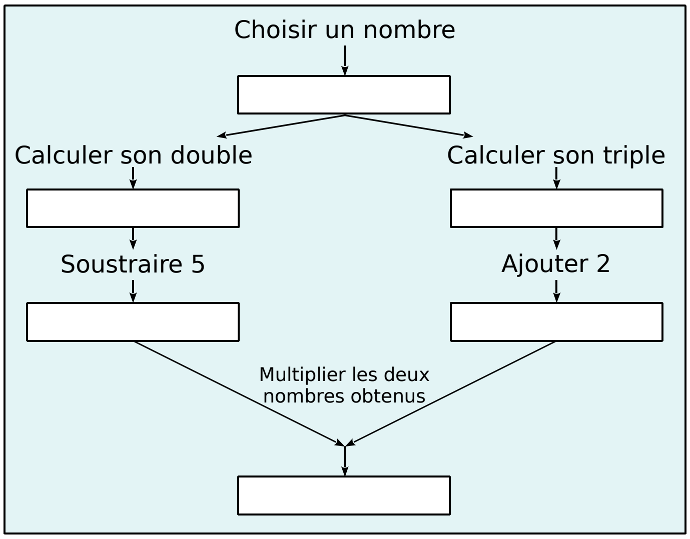
c. Combien de carreaux blancs utilisera-t-il alors pour border le carré bleu obtenu ?

d. On appelle « motif n » le motif pour lequel on borde un carré de $\boldsymbol{n}$ carreaux bleus de côté. Trois élèves ont proposé chacun une expression pour calculer le nombre de carreaux blancs nécessaires pour réaliser le « motif n » :

- Expression n°1 : $2 \times n + 2 \times (n + 2)$
- Expression n°2 : $4 \times (n + 2)$
- Expression n°3 : $4 \times (n + 2) - 4$

Une seule de ces trois expressions ne convient pas. Laquelle ?

1 La figure ci-dessous donne un schéma d'un programme de calcul.



a. Si le nombre de départ est 1, montre que le résultat obtenu est -15.

b. Si on choisit un nombre quelconque x comme nombre de départ, parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui donne le résultat obtenu par le programme de calcul ? Justifie.

$A = (x^2 - 5) \times (3x + 2)$ $\quad$ $B = (2x - 5) \times (3x + 2)$

$C = 2x - 5 \times 3x + 2$

c. Lily prétend que l'expression $D = (3x + 2)^2 - (x + 7)(3x + 2)$ donne les mêmes résultats que l'expression B pour toutes les valeurs de x. L'affirmation de Lily est-elle vraie ? Justifie.

2 Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par 4.
- Ajouter 8.
- Multiplier le résultat par 2.

a. Vérifie que, si on choisit le nombre -1, ce programme donne 8 comme résultat final.

b. Le programme donne 30 comme résultat final, quel est le nombre choisi au départ ?

Dans la suite de l'exercice, on nomme x le nombre choisi au départ.

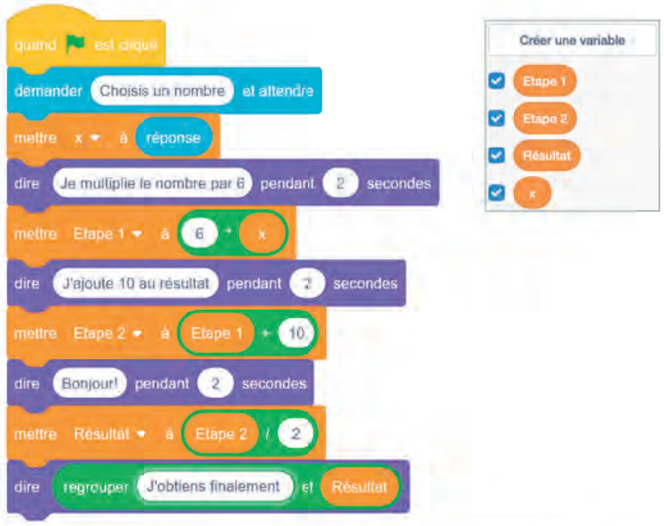
c. L'expression $E = 2(4x + 8)$ donne le résultat du programme de calcul précédent pour un nombre x donné. On pose $F = (4 + x)^2 - x^2$. Prouve que les expressions E et F sont égales pour toutes les valeurs de x.

d. Pour chacune des affirmations suivantes, indique si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

- **Affirmation 1 :** Ce programme donne un résultat positif pour toutes les valeurs de x.

- **Affirmation 2 :** Si le nombre x choisi est un nombre entier, le résultat obtenu est un multiple de 8.

1 On considère le programme de calcul ci-dessous dans lequel x, « Etape 1 », « Etape 2 » et « Résultat » sont quatre variables.



a. Julie a fait fonctionner ce programme en choisissant le nombre 5. Vérifie que ce qui est dit à la fin est : « *J'obtiens finalement 20.* ».

b. Que dit le programme si Julie le fait fonctionner en choisissant au départ le nombre 7 ?

c. Julie fait fonctionner le programme, et ce qui est dit à la fin est : « *J'obtiens finalement 8.* ». Quel nombre Julie a-t-elle choisi au départ ?

d. Si l'on appelle x le nombre choisi au départ, écris en fonction de x l'expression obtenue à la fin du programme, puis réduis cette expression autant que possible.

e. Maxime utilise le programme de calcul ci-contre :

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 2.
- Multiplier le résultat par 5.

Peut-on choisir un nombre pour lequel le résultat obtenu par Maxime est le même que celui obtenu par Julie ?

2 Voici deux programmes de calcul :

Programme 1
- Soustraire 5
- Multiplier par 4

Programme 2
- Multiplier par 6
- Soustraire 20
- Soustraire le double du nombre de départ

a. Quel résultat obtient-on quand on applique le programme de calcul **1** au nombre 3 ?

b. Quel résultat obtient-on quand on applique le programme de calcul **2** au nombre 3 ?

c. Démontre qu'en choisissant le nombre – 2, les deux programmes donnent le même résultat.

On décide de réaliser davantage d'essais. Pour cela, on utilise un tableur et on obtient la copie d'écran suivante.

	A	B	C
1	Nombre choisi	Résultat avec le programme **1**	Résultat avec le programme **2**
2	0	– 20	– 20
3	1	– 16	– 16
4	2	– 12	– 12
5	3	– 8	– 8

d. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B2, avant de la recopier vers le bas jusqu'à la cellule B5 ?

e. Les résultats affichés dans les colonnes B et C sont égaux. Lucie pense alors que, pour n'importe quel nombre choisi au départ, les deux programmes donnent toujours le même résultat. Démontre que Lucie a raison.

Fiche 9 : utiliser les outils numériques (2)

1 Léa pense qu'en multipliant deux nombres impairs consécutifs (c'est-à-dire qui se suivent) et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

Étude d'un exemple 5 et 7 sont deux nombres impairs consécutifs.

a. Calcule $5 \times 7 + 1$.

....

b. Léa a-t-elle raison pour cet exemple ?

....

....

Tableur Le tableau ci-dessous montre le travail qu'elle a réalisé dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
1		Nombre impair	Nombre impair suivant	Produit	Résultat obtenu
2	x	$2x+1$	$2x+3$	$(2x+1)(2x+3)$	$(2x+1)(2x+3)+1$
3	0	1	3	3	4
4	1	3	5	15	16
5	2	5	7	35	36
6	3	7	9	63	64
7	4	9	11	99	100
8	5	11	13	143	144
9	6	13	15	195	196
10	7	15	17	255	256
11	8	17	19	323	324
12	9	19	21	399	400

c. D'après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier nombre impair 17 ?

....

d. Montre que cet entier est un multiple de 4.

....

e. Deux des quatre formules ci-dessous ont pu être saisies dans la cellule D3. Lesquelles ?
Aucune justification n'est attendue.

Formule 1 : =(2*A3+1)*(2*A3+3)

Formule 2 : =(2*B3+1)*(2*C3+3)

Formule 3 : =B3*C3

Formule 4 : =(2*D3+1)*(2*D3+3)

....

....

Étude algébrique

f. Développe puis réduis l'expression :
$(2x + 1)(2x + 3) + 1$.

....

....

....

g. Montre que Léa avait raison.

....

....

....

2 **Tableur** Tom doit calculer $3{,}5^2$. « *Pas la peine de prendre la calculatrice,* lui dit Julie, *tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25.* »

a. Effectue le calcul proposé par Julie et vérifie que le résultat obtenu est bien le carré de 3,5.

....

b. Propose une façon simple de calculer $7{,}5^2$ et donne le résultat.

....

c. Julie propose la conjecture suivante : $(n + 0{,}5)^2 = n(n + 1) + 0{,}25$ où n est un nombre entier positif.
Utilise un tableur pour compléter le tableau ci-dessous.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$(n + 0{,}5)^2$										
$n(n + 1) + 0{,}25$										

Que dire de la conjecture de Julie ? ....

d. Prouve que la conjecture de Julie est vraie (quel que soit le nombre n).

....

....

N5 Équations

g5.re/e8r

g5.re/e8e

g5.re/1zz

1 Équation du premier degré

Définitions **Résoudre une équation** à une inconnue, c'est déterminer toutes les valeurs de l'inconnue vérifiant l'égalité. Ces valeurs sont les **solutions de l'équation**.

Propriétés

- Une égalité reste vraie **si on ajoute** ou **si on soustrait un même nombre** à ses deux membres.
- Une égalité reste vraie **si on multiplie** ou **si on divise** ses deux membres **par un même nombre non nul**.

Autrement dit, pour tous nombres a, b et $\boldsymbol{k}$:

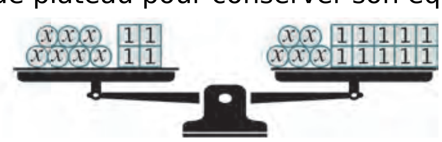
- **Si** $a = b$ **alors** $a + \boldsymbol{k} = b + \boldsymbol{k}$ et $a - \boldsymbol{k} = b - \boldsymbol{k}$
- **Si** $a = b$ **alors** $a \times \boldsymbol{k} = b \times \boldsymbol{k}$ et $\dfrac{a}{\boldsymbol{k}} = \dfrac{b}{\boldsymbol{k}}$ (où $\boldsymbol{k} \neq 0$)

Exemple :

Résous l'équation $7x + 4 = 5x + 10$.

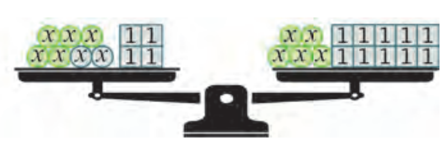
Remarque :

Résoudre une équation, c'est comme manipuler une balance : on effectue les mêmes opérations sur chaque plateau pour conserver son équilibre.



On élimine les termes en x dans le membre de droite en retranchant $5x$ aux deux membres.

$$7x + 4 = 5x + 10$$
$$7x + 4 - 5x = 5x + 10 - 5x$$



On isole le terme en x dans le membre de gauche en retranchant **4** aux deux membres.

$$2x + 4 = 10$$
$$2x + 4 - 4 = 10 - 4$$

On détermine la valeur de l'inconnue x en divisant les deux membres par **2**.

$$2x = 6$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$
$$x = 3$$

Donc 3 est la solution de l'équation $7x + 4 = 5x + 10$.

On peut vérifier que la valeur trouvée est bien une solution.

Pour $x = \mathbf{3}$: $7x + 4 = 7 \times \mathbf{3} + 4 = \mathbf{25}$ et $5x + 10 = 5 \times \mathbf{3} + 10 = \mathbf{25}$

On a donc bien $7x + 4 = 5x + 10$ pour $x = 3$.

2 Équation produit

Propriété

Si un produit de facteurs est nul **alors** au moins un de ses facteurs est nul.
Autrement dit, **si** A × B = 0 **alors** A = 0 ou B = 0.

Exemple : Résous l'équation $(x + 3)(x - 7) = 0$.

▶ Si un produit de facteurs est nul, alors au moins un de ses facteurs est nul.

On en déduit que : $x + 3 = 0$ ou $x - 7 = 0$

$x = -3$ ou $x = 7$

Les solutions de l'équation produit $(x + 3)(x - 7) = 0$ sont -3 et 7.

On peut vérifier que les valeurs trouvées sont bien solutions.

- Pour $x = -\mathbf{3}$: $(x + 3)(x - 7) = (-\mathbf{3} + 3)(-\mathbf{3} - 7) = 0 \times (-10) = \mathbf{0}$
- Pour $x = \mathbf{7}$: $(x + 3)(x - 7) = (\mathbf{7} + 3)(\mathbf{7} - 7) = 10 \times 0 = \mathbf{0}$

3 Équation $x^2 = a$

Propriétés Pour tout nombre a,

- **si** $a < 0$ **alors** l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution ;
- **si** $a = 0$ **alors** l'équation $x^2 = 0$ a une solution 0.

Preuve : Un carré est toujours positif donc **si** $a < 0$ **alors** l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution.

Exemple :

▶ L'équation $x^2 = -8$ n'a pas de solution car $-8 < 0$.

Propriété Pour tout nombre a **positif**,
l'équation $x^2 = a$ a deux solutions : $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.

Preuve : Pour tout nombre a positif,
résoudre $x^2 = a$ revient à résoudre $x^2 - a = 0$ soit $x^2 - (\sqrt{a})^2 = 0$, soit $(x + \sqrt{a})(x - \sqrt{a}) = 0$

Or, si un produit de facteurs est nul alors au moins un de ses facteurs est nul.

donc $x + \sqrt{a} = 0$ ou $x - \sqrt{a} = 0$

soit $x = -\sqrt{a}$ ou $x = \sqrt{a}$

L'équation $x^2 = a$ a donc deux solutions : $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.

Exemples :

▶ L'équation $x^2 = 5$ a deux solutions : $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$.

▶ L'équation $x^2 = 36$ a deux solutions : $\sqrt{36}$ et $-\sqrt{36}$, soit 6 et -6.

4 Résolution de problèmes

Règle Pour résoudre un problème, on suit les étapes suivantes :

a. Choix de l'inconnue

b. Mise en équation

c. Résolution de l'équation

d. Vérification

e. Conclusion

Exemple : Luc a 36 ans et Marie a 10 ans. Dans combien d'années Luc aura-t-il le double de l'âge de Marie ?

a. Soit x le nombre d'années dans lequel Luc aura le double de l'âge de Marie.

b. $36 + x = 2 \times (10 + x)$

c. $x = 16$

d. Dans 16 ans, Luc aura 52 ans et Marie 26 ans.

e. Donc, Luc aura le double de l'âge de Marie dans 16 ans.

1 Résous chaque équation.

a. $8x + 3 = 0$	**b.** $2x - 9 = 0$	**c.** $49 - 7x = 0$	**d.** $-6x - 5 = 0$
e. $5x + 12 = 3$	**f.** $10x + 1 = -7$	**g.** $9x - 2 = 6$	**h.** $20 - 4x = -4$

2 Même énoncé qu'à l'exercice précédent.

a. $2x = -2x + 8$	**b.** $4x - 8 = 7x + 4$	**c.** $3x + 5 = 6x - 9$

3 Trouve le nombre auquel je pense.

- Je pense à un nombre.
- Je lui soustrais 10.
- J'élève le tout au carré.
- Je soustrais au résultat le carré du nombre auquel j'ai pensé.
- J'obtiens alors : – 340

....

....

....

....

....

4 Le ciné-club d'un village propose 2 tarifs.

Tarif A	Tarif B
Adhésion annuelle : 21 € puis 1,50 € la séance	5 € la séance sans carte d'adhésion

a. Pour chaque tarif, calcule le prix de 8 séances.

....

....

b. On appelle x le nombre de séances. Exprime en fonction de x le prix payé avec les tarifs A, puis B.

....

....

c. Quel est le nombre de séances pour lequel le tarif A est égal au tarif B ?

....

....

....

....

....

Fiche 2 : résoudre une équation produit

1 Résous chaque équation.

a. $(3x + 1)(x - 9) = 0$

....

....

....

....

b. $(6x + 7)(4x - 11) = 0$

....

....

....

....

c. $(9x - 3)(-5x - 13) = 0$

....

....

....

....

2 Même énoncé qu'à l'exercice **1**.

a. $4(2 + 3x) - (x - 5) = 0$

....

....

....

....

b. $4(2 + 3x)(x - 5) = 0$

....

....

....

....

3 On donne $A = (2x - 6)(x + 2) + 5(x + 2)$.

a. Factorise A.

$A = (2x - 6)(x + 2) + 5(x + 2)$

A = ...

....

b. Calcule A pour $x = 3$.

....

....

....

c. Résous l'équation $A = 0$.

....

....

....

....

4 On considère $B = (x - 2)^2 - 2(x - 2)$.

a. Factorise B.

$B = (x - 2)^2 - 2(x - 2)$

B = ...

....

b. Résous l'équation $B = 0$.

....

....

....

....

5 On considère $C = (2x + 1)^2 - 49$.

a. Factorise C.

$C = (2x + 1)^2 - 49$

C = ...

....

b. Résous l'équation $C = 0$.

....

....

....

....

Fiche 3 : résoudre une équation de type $x^2 = a$

1 Résous mentalement chaque équation.

a. $x^2 = 9$	**b.** $x^2 = -5$	**c.** $x^2 = 36$	**d.** $x^2 = 121$
e. $x^2 - 1 = 0$	**f.** $x^2 - 16 = 0$	**g.** $x^2 - 49 = 0$	**h.** $x^2 - 81 = 0$

2 Résous chaque équation.

a. $x^2 = 10{,}24$	**b.** $x^2 = 0{,}25$	**c.** $x^2 = 65{,}61$

3 Résous chaque équation. Tu donneras les solutions exactes sous la forme $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.

a. $x^2 = 3$	**b.** $x^2 = 8{,}1$	**c.** $x^2 = 20$
d. $x^2 - 5 = 0$	**e.** $x^2 - 1{,}7 = 0$	**f.** $x^2 - 0{,}5 = 0$

4 Résous chaque équation. Tu donneras les solutions sous forme fractionnaire.

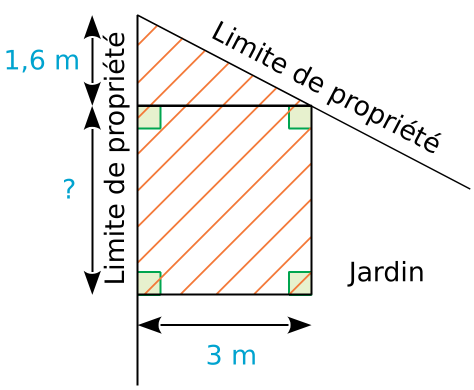
a. $25x^2 = 4$	**b.** $9x^2 - 64 = 0$	**c.** $49x^2 - 100 = 0$

Fiche 4 : résoudre des problèmes

1 Arthur vide sa tirelire et constate qu'il possède 21 billets. Il a des billets de 5 € et des billets de 10 € pour une somme totale de 125 €.

Combien de billets de chaque sorte possède-t-il ?

2 Paul veut construire un garage dans le fond de son jardin. Sur le schéma ci-dessous, la partie hachurée représente le garage positionné en limite de propriété.



Les longueurs indiquées (1,6 m et 3 m) sont imposées ; la longueur marquée par un point d'interrogation est variable.

Sachant que la surface du garage ne doit pas dépasser 20 m², quelle valeur maximale peut-il choisir pour cette longueur variable ?

3 Le professeur choisit trois nombres entiers relatifs consécutifs, rangés dans l'ordre croissant.
Leslie calcule le produit du troisième nombre par le double du premier.
Jonathan calcule le carré du deuxième nombre, puis il ajoute 2 au résultat obtenu.

a. Leslie a écrit le calcul suivant : $11 \times (2 \times 9)$.
Jonathan a écrit le calcul suivant : $10^2 + 2$.

- Effectue les calculs de Leslie et Jonathan.

- Quels sont les trois entiers choisis par le professeur ?

Le professeur choisit maintenant trois nouveaux entiers. Leslie et Jonathan obtiennent alors tous les deux le même résultat.

b. Le professeur a-t-il choisi 6 comme deuxième nombre ?

c. Le professeur a-t-il choisi -7 comme deuxième nombre ?

d. Arthur prétend qu'en prenant pour inconnue le deuxième nombre entier (qu'il appelle n), l'équation $n^2 = 4$ permet de retrouver le ou les nombres choisis par le professeur.

A-t-il raison ? Justifie ta réponse en expliquant comment il a trouvé cette équation, puis donne les valeurs possibles des entiers choisis.

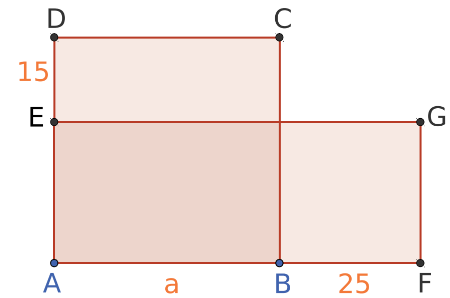
1 Le dessin ci-contre représente une figure composée d'un carré ABCD et d'un rectangle AFGE.

E est un point du segment [AD].

B est un point du segment [AF].

Dans cette figure, la longueur AB peut varier mais on a toujours : DE = 15 cm et BF = 25 cm.

On souhaite déterminer la longueur AB, de sorte que l'aire du carré ABCD soit égale à l'aire du rectangle DEFG.



a. **Géométrie dynamique** Reproduis cette figure.
Pour cela, tu devras commencer par créer un curseur a avec un intervalle entre 15 et 60, et un incrément de 0,5. Fais afficher les aires du rectangle et du carré et réponds à la question posée en faisant varier a.

....

....

b. Détermine AB par le calcul, en exprimant d'abord les aires du carré ABCD et du rectangle AFGE.

....

....

....

2 **Tableur** *Justine et Samir*

a. À l'aide du tableur, complète la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	x	– 9	– 8	– 7	– 6	– 5	– 4	– 3	– 2	– 1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	$x^2 + 3x - 7$																			
3	$4x + 5$																			

Tu répondras à chacune des questions, en utilisant les valeurs de ce tableau et en justifiant.

b. On souhaite résoudre l'équation : $x^2 + 3x - 7 = -3$.

- Justine dit que le nombre – 4 est solution. A-t-elle raison ?

....

- Samir pense que le nombre – 7 est solution. A-t-il raison ?

....

....

- Peut-on trouver une autre solution ?

....

c. Quelle est la solution de l'équation $4x + 5 = -3$?

....

....

d. Quelles sont les deux solutions de l'équation $x^2 + 3x - 7 = 4x + 5$?

....

....

1 On considère ces deux programmes de calcul.

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre. • Soustraire 3. • Calculer le carré du résultat obtenu.	• Choisir un nombre. • Calculer le carré de ce nombre. • Ajouter le triple du nombre de départ. • Ajouter 7.

a. Corinne choisit le nombre 1 et applique le programme A. Explique en détaillant les calculs que le résultat du programme de calcul est 4.

b. Tidjane choisit le nombre – 5 et applique le programme B. Quel résultat obtient-il ?

c. Lina souhaite regrouper le résultat de chaque programme à l'aide d'un tableur. Elle crée la feuille de calcul ci-dessous. Quelle formule, copiée ensuite à droite dans les cellules C3 à H3, a-t-elle saisie dans la cellule B3 ?

B2 =(B1-3)^2

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de départ	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	Résultat du programme A	36	25	16	9	4	1	0
3	Résultat du programme B	7	5	5	7	11	17	25

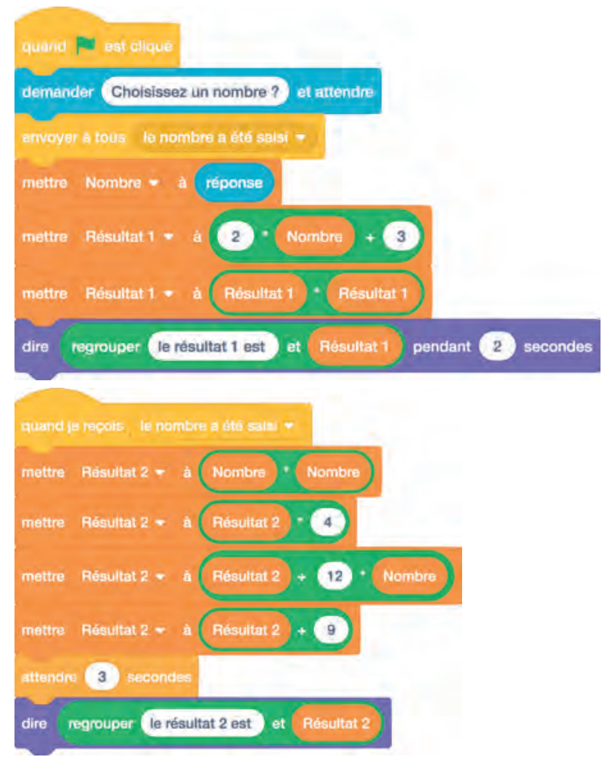
Zoé cherche à trouver un nombre de départ pour lequel les deux programmes de calcul donnent le même résultat. Pour cela, elle appelle x le nombre choisi au départ et exprime le résultat de chaque programme de calcul en fonction de x.

d. Montre que le résultat du programme A en fonction de x peut s'écrire sous forme développée et réduite : $x^2 - 6x + 9$.

e. Écris le résultat du programme B en fonction de x.

f. Existe-t-il un nombre de départ pour lequel les deux programmes donnent le même résultat ? Si oui, lequel ?

2 Voici un script saisi par Alice dans un logiciel d'algorithmique.



a. Alice a choisi 3 comme nombre. Calcule les valeurs de Résultat 1 et de Résultat 2. Justifie en faisant apparaitre les calculs réalisés.

b. En appelant x le nombre choisi dans l'algorithme, donne une expression littérale traduisant la première partie de l'algorithme correspondant à Résultat 1.

c. En appelant x le nombre choisi dans l'algorithme, donne une expression littérale traduisant la deuxième partie de l'algorithme correspondant à Résultat 2.

d. Trouve le ou les nombres choisis par Alice qui correspondent au résultat affiché Résultat 2 9.

G1 Théorème de Thalès

g5.re/hn6 g5.re/ykg g5.re/dz8

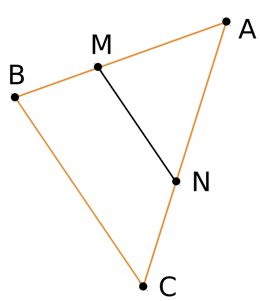
1 Le théorème direct de Thalès

A Théorème de Thalès

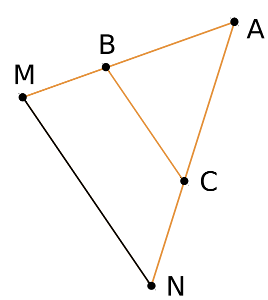
Théorème

Si les points A, B et M d'une part, et A, C et N d'autre part sont alignés et **si** les droites (BC) et (MN) sont parallèles **alors** $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

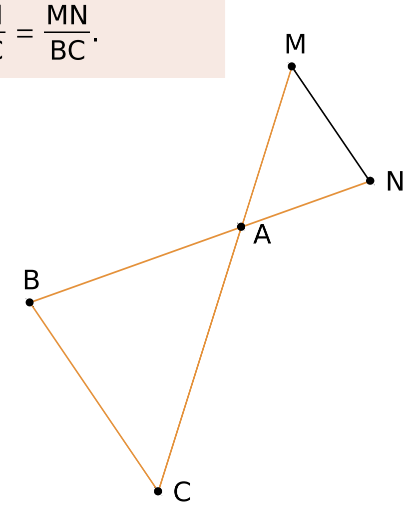
Remarque : Voici les différentes configurations possibles.



Configuration « triangles » (4^e)



Configuration « triangles »

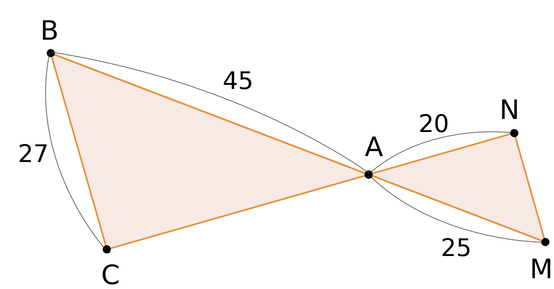


Configuration « papillon »

B Calcul de longueurs

Exemple :

Les points A, B et M d'une part, et A, C et N d'autre part, sont alignés. Les droites (BC) et (MN) sont parallèles.
AM = 25 mm ; AB = 45 mm ; AN = 20 mm et BC = 27 mm.
On cherche à déterminer les longueurs AC et MN.



Les points A, B et M d'une part, et A, C et N d'autre part sont alignés.

Les droites (BC) et (MN) sont parallèles. Donc, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

On remplace par les longueurs connues : $\frac{25}{45} = \frac{20}{AC} = \frac{MN}{27}$.

Calcul de AC

$\frac{25}{45} = \frac{20}{AC}$ donc $25 \times AC = 45 \times 20$

$AC = \frac{45 \times 20}{25}$

donc AC = 36 mm

Calcul de MN

$\frac{25}{45} = \frac{MN}{27}$ donc $45 \times MN = 25 \times 27$

$MN = \frac{25 \times 27}{45}$

donc MN = 15 mm

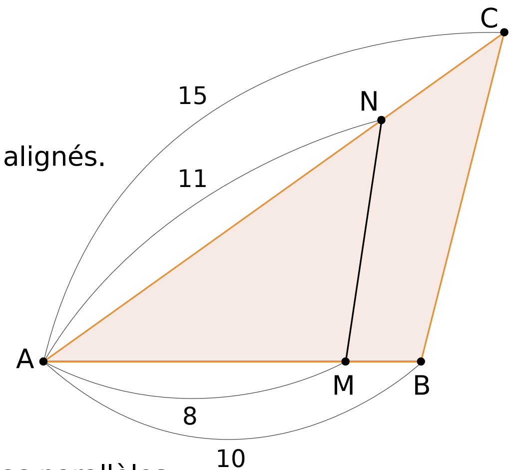
C Démontrer que deux droites ne sont pas parallèles

Théorème

Si les points A, B et M d'une part, et A, C et N d'autre part sont alignés, et **si** $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$

alors les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

Exemple :
Dans cette figure qui n'est pas en vraie grandeur,
AN = 11 cm ; AM = 8 cm ; AC = 15 cm et AB = 10 cm.



Les points A, B et M d'une part, et A, C et N d'autre part sont alignés.

On calcule séparément les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

D'une part, $\frac{AM}{AB} = \frac{8}{10} = \frac{24}{30}$. D'autre part, $\frac{AN}{AC} = \frac{11}{15} = \frac{22}{30}$.

On constate que $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$.

Or, si les droites (BC) et (MN) étaient parallèles,
d'après le théorème de Thalès, il y aurait égalité.
Comme ce n'est pas le cas, les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

2 Le théorème réciproque de Thalès

A Réciproque du théorème de Thalès

Théorème

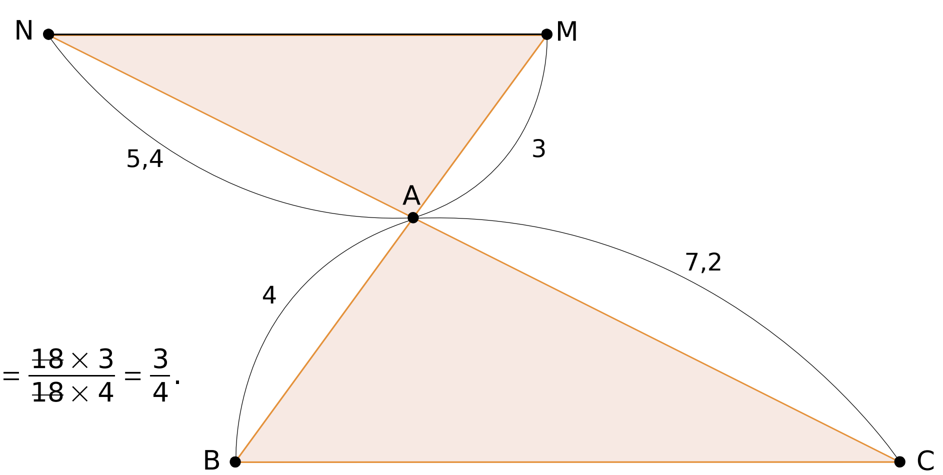
Si les points A, B et M d'une part, et A, C et N d'autre part sont alignés dans le même ordre,
et **si** $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ **alors** les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Remarque :
Attention, il ne suffit pas de vérifier l'égalité des rapports.
Il faut aussi s'assurer que les points sont placés dans le bon ordre.

B Démontrer que deux droites sont parallèles

La réciproque du théorème de Thalès permet, dans une configuration où l'on connait certaines longueurs, de déterminer si des droites sont parallèles.

Exemple :
Dans cette figure, AM = 3 cm ; AB = 4 cm ; AC = 7,2 cm et AN = 5,4 cm.



Les points A, B et M d'une part, et A, C et N d'autre part, sont alignés dans le même ordre.

On calcule séparément les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$:

D'une part, $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{4}$.

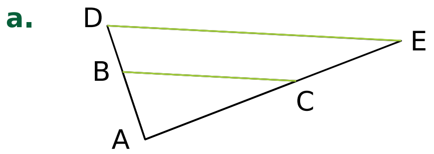
D'autre part, $\frac{AN}{AC} = \frac{5,4}{7,2} = \frac{54}{72} = \frac{\cancel{18} \times 3}{\cancel{18} \times 4} = \frac{3}{4}$.

On constate que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

1 Les droites en vert sont parallèles. Retrouve, pour chaque figure, les deux triangles et les deux droites parallèles puis écris l'égalité de rapports correspondante.

a.

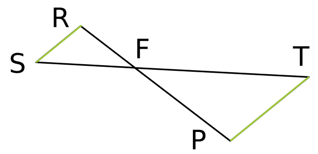


Les droites (..........) et (..........) sont sécantes en ....

(..........) // (..........)

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

b.

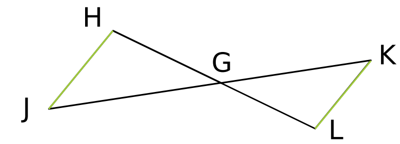


Les droites (..........) et (..........) sont sécantes en ....

(..........) // (..........)

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

c.

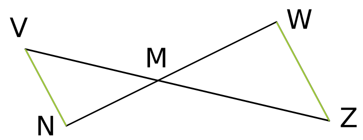


Les droites (..........) et (..........) sont sécantes en ....

(..........) // (..........)

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

d.

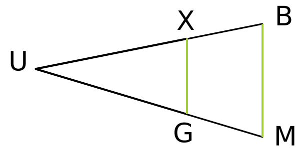


Les droites (..........) et (..........) sont sécantes en ....

(..........) // (..........)

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

e.

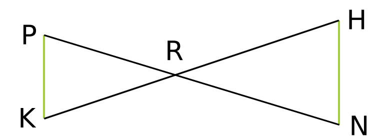


Les droites (..........) et (..........) sont sécantes en ....

(..........) // (..........)

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

f.



Les droites (..........) et (..........) sont sécantes en ....

(..........) // (..........)

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

2 En te référant à l'exercice **1**, écris puis résous l'équation permettant de trouver le côté manquant.

a. AB = 4 ; AD = 5 ; AE = 12
Calcule AC.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc AC = ...

b. FS = 3,9 ; RS = 2,1 ; PT = 1,4
Calcule FT.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc FT = ...

c. GL = 7,2 ; GK = 6 ; GJ = 7
Calcule GH.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc GH = ...

d. MV = 12,8 ; MN = 8 ; MZ = 14,4
Calcule MW.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc MW = ...

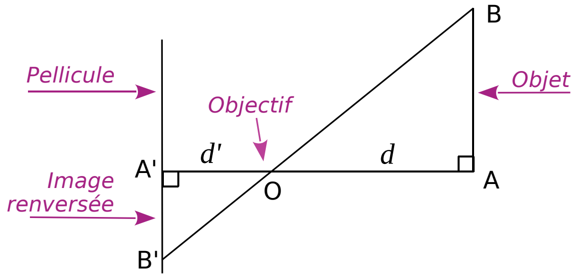
e. BM = 15 ; UB = 23 ; XG = 4,5
Calcule UX.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc UX = ...

f. RH = 12,1 ; RK = 5,5 ; PK = 11,5
Calcule HN.

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ donc HN = ...

3 Voici le schéma du fonctionnement d'un appareil photo argentique : un objet [AB] situé à une distance d de l'objectif O a une image [A'B'] située à une distance d' de O.



Démontre l'égalité : $\frac{d}{d'} = \frac{AB}{A'B'}$.

....

....

....

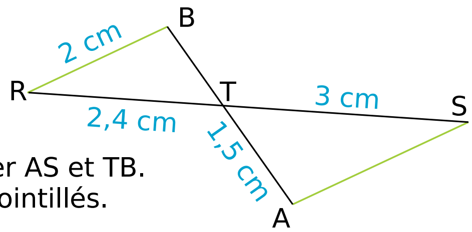
....

....

....

Fiche 2 : appliquer le théorème de Thalès (1)

1 Les droites (AS) et (BR) sont parallèles.



On veut calculer AS et TB.
Complète les pointillés.

Les droites (.........) et (.........) sont sécantes en ......

(AS) .... (BR) donc, d'après le théorème de Thalès,

on a : $\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

soit $\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

<u>Calcul de TB</u> :

$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

soit TB = $\frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots}$

Donc TB = ... cm.

<u>Calcul de AS</u> :

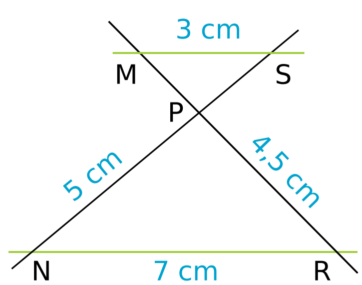
$\frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

soit AS = $\frac{\dots\dots \times \dots\dots}{\dots\dots}$

Donc AS = ... cm.

2 Sur la figure ci-contre, les points M, P, R d'une part, et les points S, P, N d'autre part, sont alignés.

Les droites en vert sont parallèles.



a. Calcule PM (tu arrondiras au dixième).

....

....

....

....

....

....

....

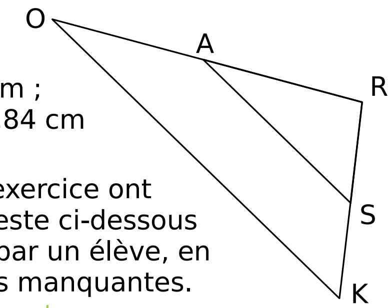
....

b. Calcule PS (tu arrondiras au dixième).

....

....

3 Dans la configuration ci-dessous, les droites (SA) et (OK) sont parallèles.



On sait que : SA = 5 cm ;
OA = 3,8 cm ; OR = 6,84 cm
et KR = 7,2 cm.

Les questions de cet exercice ont été effacées, mais il reste ci-dessous des calculs effectués par un élève, en réponse aux questions manquantes.

a. $6{,}84 - 3{,}8 = 3{,}04$

b. $\frac{5 \times 6{,}84}{3{,}04} = 11{,}25$

En utilisant tous les calculs précédents, écris les questions auxquelles l'élève a répondu et rédige précisément ses réponses.

....

....

....

....

....

....

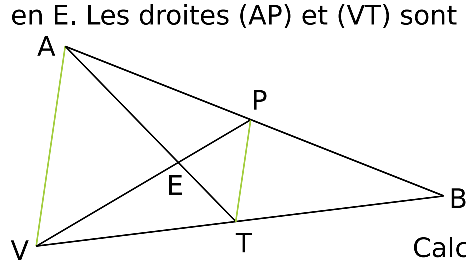
....

....

....

....

4 Dans cette figure, les droites (AV) et (TP) sont parallèles. Les droites (PV) et (TA) sont sécantes en E. Les droites (AP) et (VT) sont sécantes en B.



AV = 4 cm
BT = 3,8 cm
PE = 2,1 cm
AE = 2,5 cm
ET = 1,5 cm

Calcule TP et EV.

....

....

....

....

....

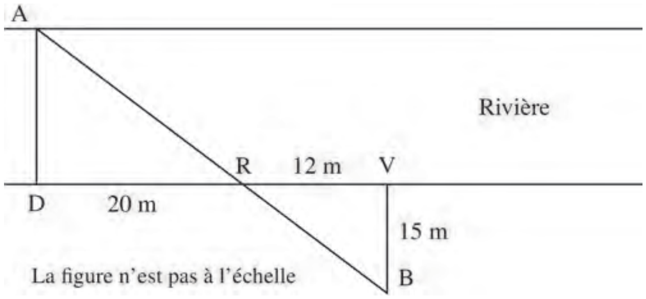
....

....

....

1 Joachim doit traverser une rivière avec un groupe d'amis. Il souhaite installer une corde afin que les personnes peu rassurées puissent se tenir. Il veut connaitre la largeur de la rivière à cet endroit (nommé D) pour déterminer si la corde dont il dispose est assez longue.
Pour cela, il a repéré un arbre (nommé A) sur l'autre rive. Il parcourt 20 mètres sur la rive rectiligne où il se situe et trouve un nouveau repère : un rocher (nommé R). Ensuite il poursuit sur 12 mètres et s'éloigne alors de la rivière, à angle droit, jusqu'à ce que le rocher soit aligné avec l'arbre depuis son point d'observation (nommé B). Il parcourt pour cela 15 mètres.
Il est alors satisfait : sa corde d'une longueur de 30 mètres est assez longue pour qu'il puisse l'installer entre les points D et A.

À l'aide de la figure, confirme sa décision.



....

....

....

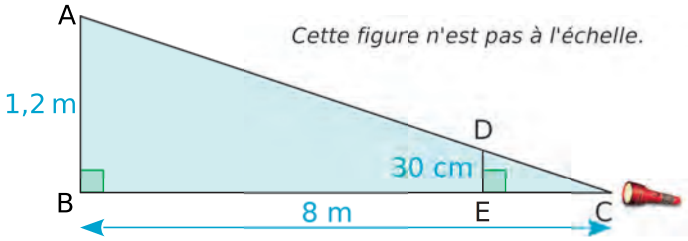
....

....

....

....

2 Un marionnettiste doit faire un spectacle sur le thème de l'ombre. Pour cela, il a besoin que sa marionnette de 30 cm ait une ombre de 1,2 m. La source de lumière C est située à 8 m de la toile (AB). La marionnette est représentée par le segment [DE].



a. Démontre que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

....

....

b. Calcule EC pour savoir où il doit placer sa marionnette.

....

....

....

....

....

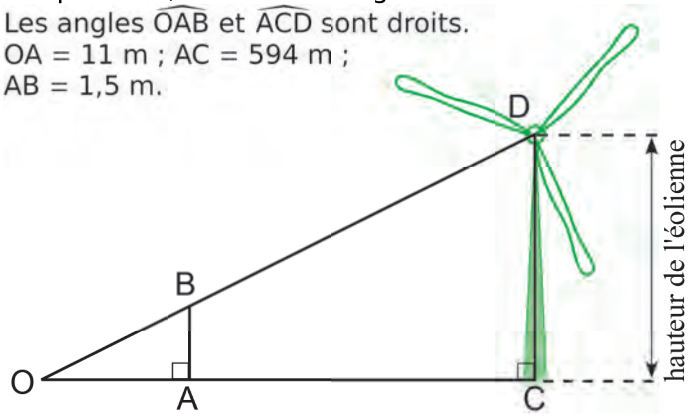
....

....

....

3 Pour trouver la hauteur d'une éolienne, on a les renseignements suivants :

Les points O, A et C sont alignés.
Les points O, B et D sont alignés.
Les angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{ACD}$ sont droits.
OA = 11 m ; AC = 594 m ;
AB = 1,5 m.



Le schéma n'est pas représenté en vraie grandeur.
Le segment [CD] représente l'éolienne.

a. Explique pourquoi les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

....

....

b. Calcule la hauteur CD de l'éolienne. Justifie.

....

....

....

....

....

....

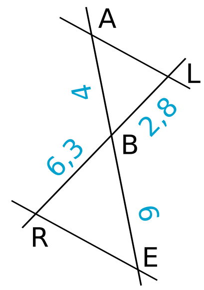
....

....

Fiche 4 : déterminer si des droites sont parallèles ou non (1)

1 Sur la figure ci-contre, les points A, B et E sont alignés, de même que L, B et R. On veut montrer que les droites (AL) et (RE) sont parallèles.

Les longueurs sont en cm et la figure n'est pas à l'échelle.



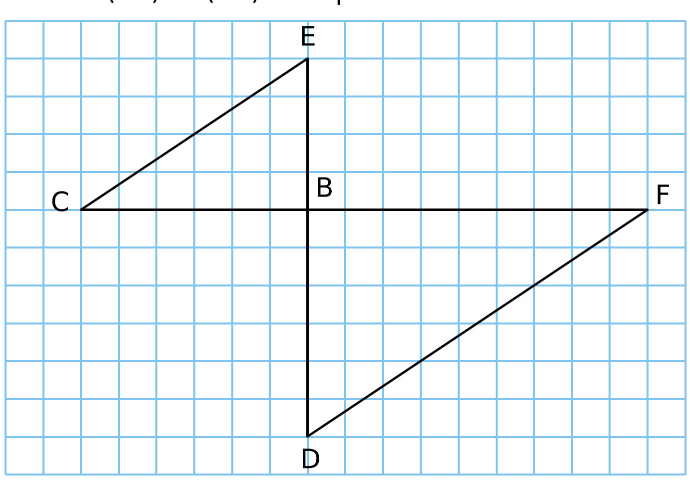
a. Compare les rapports $\frac{BA}{BE}$ et $\frac{BL}{BR}$.

$\frac{BA}{BE}$ = | $\frac{BL}{BR}$ =

b. Précise la disposition des points.

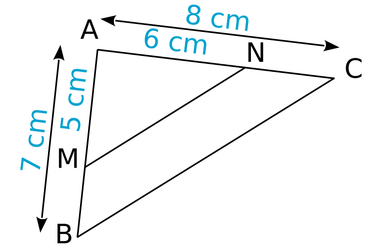
c. Conclus.

2 Utilise le quadrillage pour démontrer que les droites (EC) et (DF) sont parallèles.



3 Les points A, M, B sont alignés, ainsi que les points A, N et C.

On veut montrer que les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.



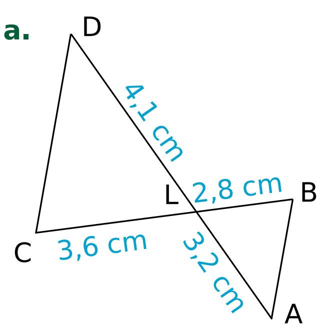
a. Calcule et compare les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$.

$\frac{AM}{AB}$ = | $\frac{AN}{AC}$ =

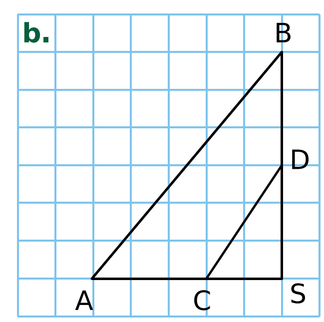
b. Conclus.

4 Dans chaque cas, démontre que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

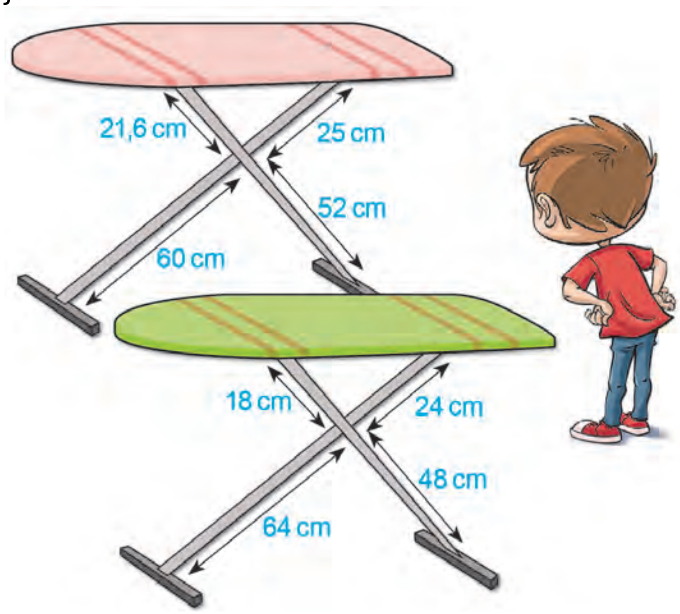
a.



b.



1 Ces deux tables à repasser sont posées sur un sol horizontal. Leur plateau est-il horizontal ? Justifie.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2 Trace un triangle CDE rectangle en D tel que CD = 6,8 cm et CE = 7,6 cm.

a. Place le point F sur [CD] tel que CF = 1,7 cm.

b. Place le point G sur [CE] tel que CG = 1,9 cm.

c. Les droites (FG) et (DE) sont-elles parallèles ?

....

....

....

....

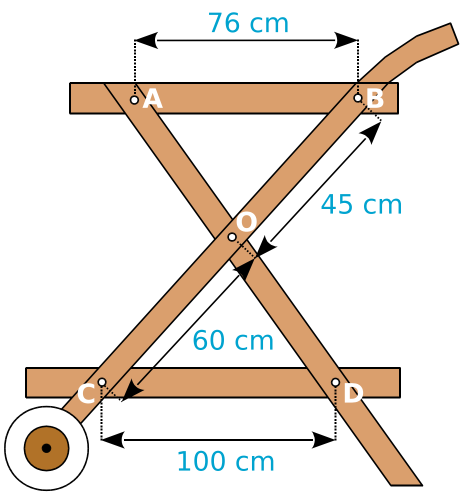
....

....

....

....

3 Les plateaux représentés par (AB) et (CD) pour la réalisation de cette desserte en bois sont-ils parallèles ?



....

....

....

....

....

....

....

....

....

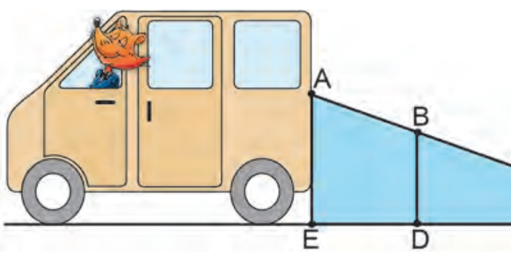
....

....

....

1 *Sécurité routière*

En se retournant lors d'une marche arrière, le conducteur d'une camionnette voit le sol à 6 mètres derrière son camion. Sur le schéma, la zone bleue correspond à ce que le conducteur ne voit pas lorsqu'il regarde en arrière.



Données :
(AE) // (BD)
AE = 1,50 m
BD = 1,10 m
EC = 6 m

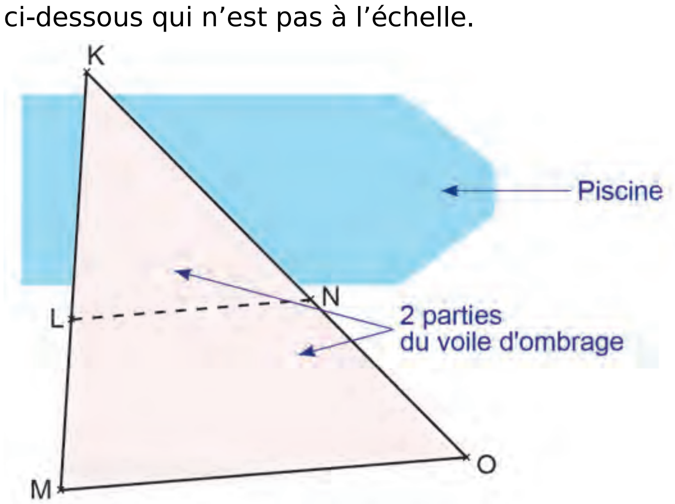
a. Calcule DC.

b. Déduis-en que ED = 1,60 m.

c. Une fillette mesure 1,10 m. Elle passe à 1,40 m derrière la camionnette. Le conducteur peut-il la voir ? Explique.

2

Une personne décide d'installer, au-dessus de la piscine, un grand voile d'ombrage qui se compose de deux parties détachables reliées par une fermeture éclair, comme le montre le schéma ci-dessous qui n'est pas à l'échelle.



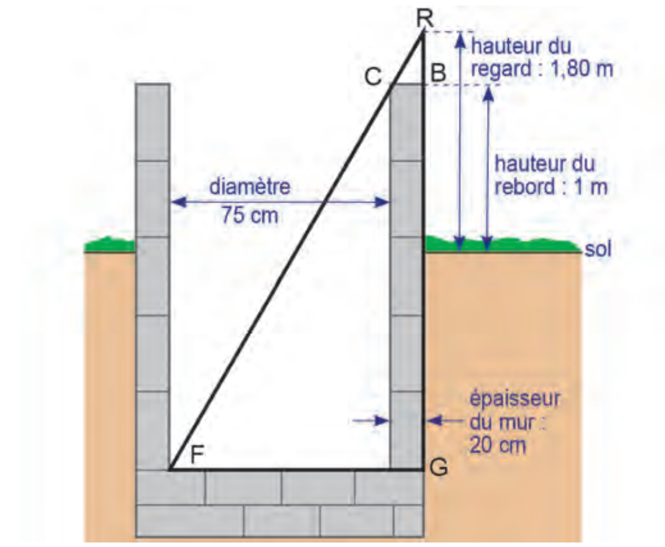
Données :

- la première partie couvrant une partie de la piscine est représentée par le triangle KLN ;
- la deuxième partie est représentée par le trapèze LMON de bases [LN] et [MO] ;
- la fermeture éclair est représentée par le segment [LN] ;
- les poteaux soutenant le voile d'ombrage, positionnés sur les points K, L et M, sont alignés ;
- les poteaux soutenant le voile d'ombrage, positionnés sur les points K, N et O, sont alignés ;
- KL = 5 m ; LM = 3,5 m ; NO = 5,25 m ; MO = 10,2 m.

Question :
Calcule la longueur de la fermeture éclair.

3

Un jeune berger se trouve au bord d'un puits de forme cylindrique, dont le diamètre vaut 75 cm : il aligne son regard avec le bord intérieur du puits et le fond du puits pour en estimer la profondeur. Le fond du puits et le rebord sont horizontaux. Le puits est vertical.



a. En t'aidant du schéma ci-dessus (*il n'est pas à l'échelle*), donne les longueurs CB, FG et RB en mètres.

b. Calcule la profondeur BG du puits.

c. Le berger s'aperçoit que la hauteur d'eau dans le puits est de 2,60 m. Le jeune berger a besoin de 1 m^3 d'eau pour abreuver tous ses moutons. En trouvera-t-il suffisamment dans ce puits ?

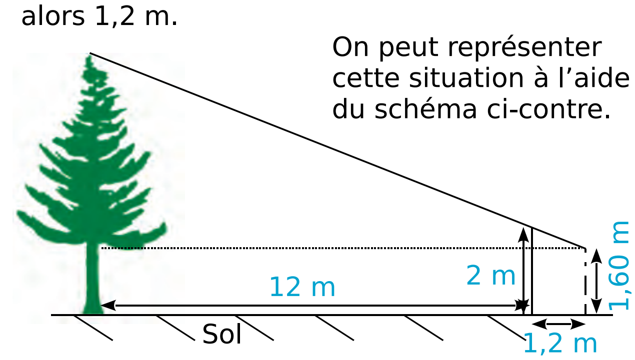
4

Teiki se promène en montagne et aimerait connaitre la hauteur d'un *Pinus* (ou pin des Caraïbes) situé devant lui. Pour cela, il utilise un bâton et prend quelques mesures au sol.

Il procède de la façon suivante :

- Il pique le bâton en terre, verticalement, à 12 mètres du *Pinus*.
- La partie visible (hors du sol) du bâton mesure 2 m.
- Teiki se place derrière le bâton, de façon à ce que son œil, situé à 1,60 m au-dessus du sol, voie en alignement le sommet de l'arbre et l'extrémité du bâton.
- Teiki marque sa position au sol puis mesure la distance entre sa position et le bâton. Il trouve alors 1,2 m.

On peut représenter cette situation à l'aide du schéma ci-contre.



Quelle est la hauteur du *Pinus* au-dessus du sol ?

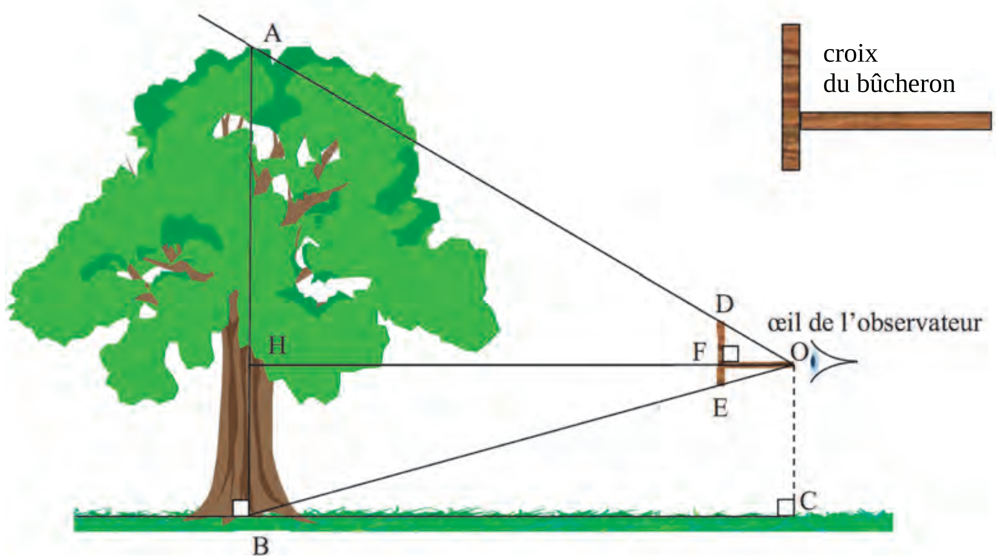
1 Julien veut mesurer un jeune chêne avec une croix de bûcheron comme le montre le schéma ci-dessous. Il place la croix de sorte que O, D et A d'une part, et O, E et B d'autre part, soient alignés.

Il sait que DE = 20 cm et OF = 35 cm. Il place [DE] verticalement et [OF] horizontalement. Il mesure au sol BC = 7,7 m.

a. Le triangle ABO est un agrandissement du triangle ODE. Justifie que le coefficient d'agrandissement est 22.

b. Calcule la hauteur de l'arbre en mètres.

c. Certaines croix du bûcheron sont telles que DE = OF. Quel avantage apporte ce type de croix ?

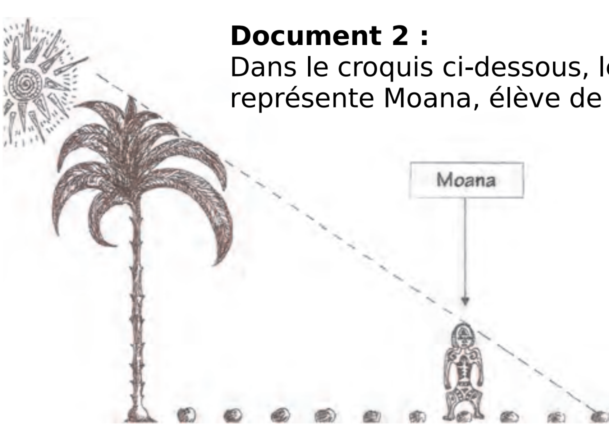


2 *Le cocotier*

Document 1 : Extraits de la liste alphabétique des élèves de la 3e4 et d'informations relevées en E.P.S. pour préparer des épreuves d'athlétisme.

Prénom	Date de naissance	Année	Taille en m	Nombre de pas réalisés sur 100 m
Lahaina	26-oct.	1997	1,81	110
Manuarii	20-mai	1997	1,62	123
Maro-Tea	5-nov.	1998	1,56	128
Mehiti	5-juin	1997	1,60	125
Moana	10-déc.	1997	1,80	111
Rahina	14-mai	1997	1,53	130

Document 2 :
Dans le croquis ci-dessous, le tiki représente Moana, élève de 3e4.



Moana a d'abord posé sur le sol, **à partir du cocotier**, des noix de coco régulièrement espacées à chacun de ses pas, puis il s'est ensuite placé exactement comme indiqué sur le croquis, au niveau de la 7e noix de coco.

<u>À l'aide d'informations qui proviennent des documents précédents</u>, calcule la hauteur du cocotier en expliquant clairement ta démarche.

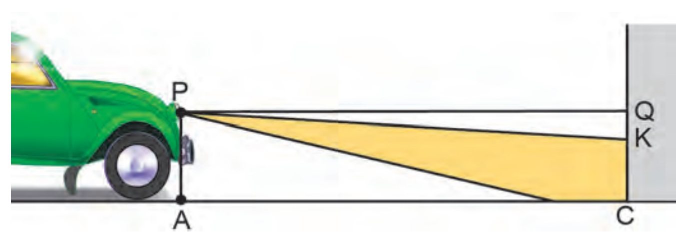
3 *Phares à régler*

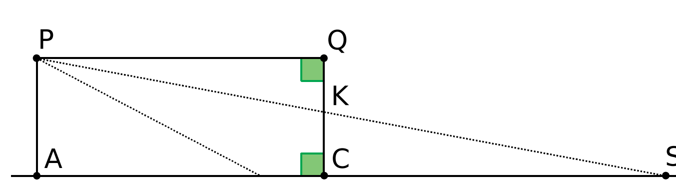
Pour régler les feux de croisement d'une automobile, on la place face à un mur vertical. Le phare, identifié au point P, émet un faisceau lumineux dirigé vers le sol. On relève les mesures suivantes :
PA = 0,7 m, AC = QP = 5 m et CK = 0,61 m.

Sur le schéma ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle, le point S représente l'endroit où le rayon supérieur du faisceau rencontrerait le sol en l'absence du mur. On considère que les feux de croisement sont bien réglés si le rapport $\frac{QK}{QP}$ est compris entre 0,015 et 0,02.

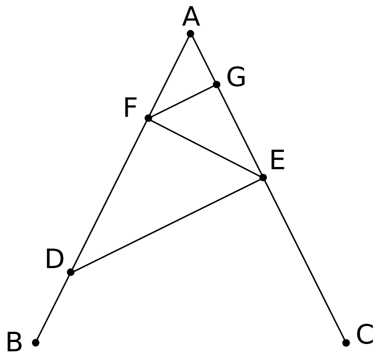
a. Vérifie que les feux de croisement de la voiture sont bien réglés.

b. À quelle distance maximale de la voiture un obstacle se trouvant sur la route est-il éclairé par les feux de croisement ?





1 La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.



On donne les informations suivantes :

- Le triangle ADE a pour dimensions : AD = 7 cm, AE = 4,2 cm et DE = 5,6 cm.
- F est le point de [AD] tel que AF = 2,5 cm.
- B est le point de [AD) et C est le point de [AE) tels que : AB = AC = 9 cm.
- La droite (FG) est parallèle à la droite (DE).

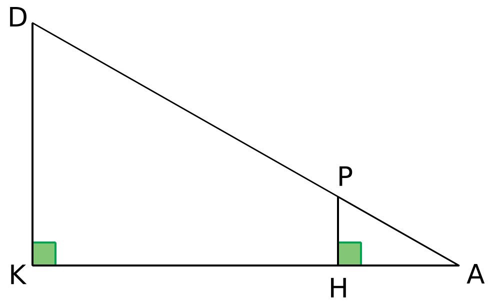
a. Réalise une figure en vraie grandeur.

b. Prouve que ADE est un triangle rectangle en E.

c. Calcule la longueur FG.

2 Dans cette figure, qui n'est pas à l'échelle :

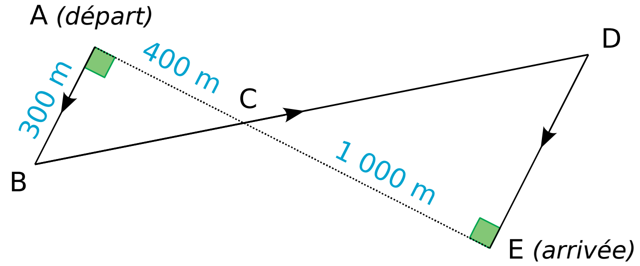
- les points D, P et A sont alignés ;
- les points K, H et A sont alignés ;
- DA = 60 cm ; • DK = 11 cm ; • DP = 45 cm.



a. Calcule KA au millimètre près.

b. Calcule HP.

3 Pour soutenir la lutte contre l'obésité, un collège décide d'organiser une course. Un plan est remis aux élèves participant à l'épreuve. Les élèves doivent partir du point A et se rendre au point E en passant par les points B, C et D.
C est le point d'intersection des droites (AE) et (BD). La figure ci-dessous résume le plan, elle n'est pas à l'échelle.



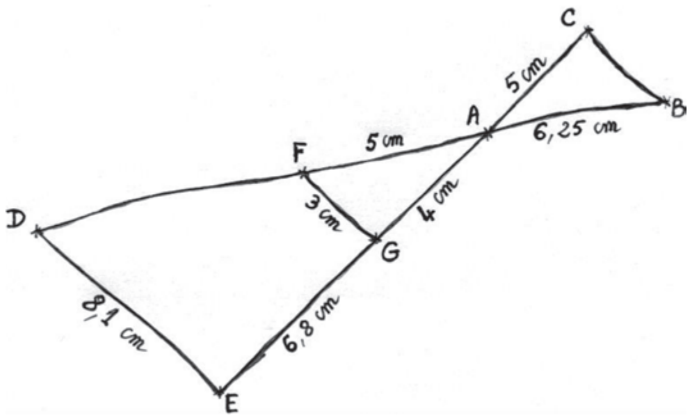
On donne :
AC = 400 m, EC = 1 000 m et AB = 300 m.

a. Calcule BC.

b. Montre que ED = 750 m.

c. Détermine la longueur réelle du parcours ABCDE.

4 *Pour illustrer l'exercice, la figure ci-dessous a été faite à main levée.*



Les points D, F, A et B sont alignés, ainsi que les points E, G, A et C. De plus, les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

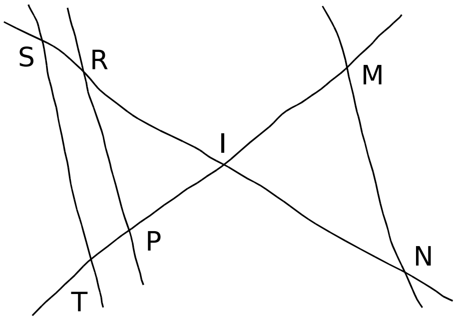
a. Montre que le triangle AFG est un triangle rectangle.

b. Calcule la longueur du segment [AD]. En déduire la longueur du segment [FD].

c. Les droites (FG) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifie.

5 Sur la figure ci-dessous, tracée à main levée :
IR = 8 cm ; RP = 10 cm ; IP = 4,8 cm ; IM = 4 cm
IS = 10 cm ; IN = 6 cm ; IT = 6 cm

(*On ne demande pas de refaire la figure*.)



a. Démontrer que les droites (ST) et (RP) sont parallèles.

b. Déduis-en ST.

c. Les droites (MN) et (ST) sont-elles parallèles ? Justifie.

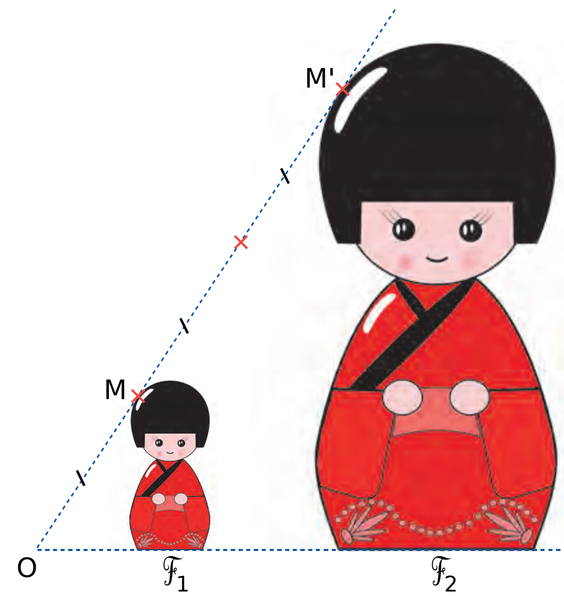
G2 Homothétie

g5.re/n3m g5.re/ame g5.re/16x

1 Homothétie

A Introduction

- La figure $\mathcal{F}_2$ est un **agrandissement** de rapport 3 de la figure $\mathcal{F}_1$.
  On dit que la figure $\mathcal{F}_2$ est l'image de la figure $\mathcal{F}_1$ par l'**homothétie** de centre O et de rapport 3.
- La figure $\mathcal{F}_1$ est une **réduction** de rapport $\frac{1}{3}$ de la figure $\mathcal{F}_2$.
  On dit que la figure $\mathcal{F}_1$ est l'image de la figure $\mathcal{F}_2$ par l'**homothétie** de centre O et de rapport $\frac{1}{3}$.

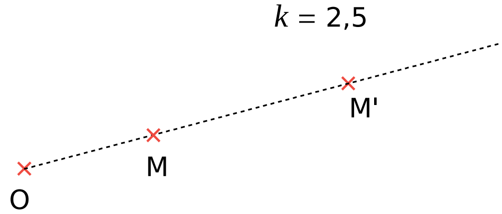


B Image d'un point

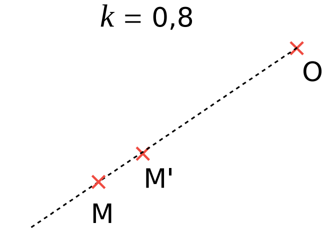
Définition L'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport k positif est le point M' tel que :
- M' appartient à [OM) ;
- OM' = $k \times$ OM.

Exemples :

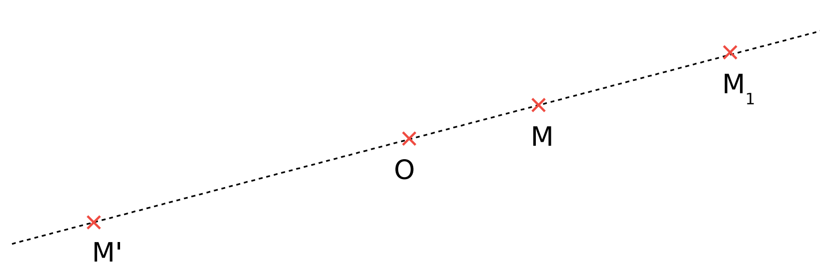
$k = 2{,}5$



$k = 0{,}8$



Remarque :
Dans le cas où k est négatif, par exemple $k = -2{,}5$, on construit l'image M_1 de M par l'homothétie de rapport 2,5 puis on construit le symétrique M' de M_1 par rapport à O.

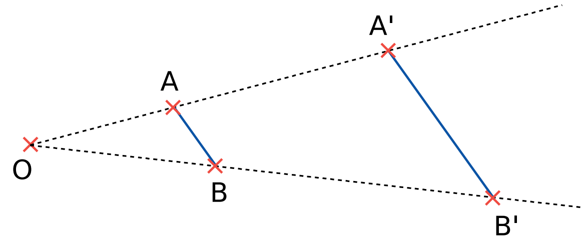


C Image d'un segment

Propriété Soient A, B et O trois points, et k un nombre positif.
Si les points A' et B' sont les images respectives des points A et B par l'homothétie de centre O et de rapport k **alors** :

- $A'B' = k \times AB$;
- les segments [AB] et [A'B'] sont parallèles.

Démonstration : Soient A' et B' les images respectives des points A et B par une homothétie de centre O et de rapport k.



- On a $\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = k$ donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.
- On peut donc appliquer le **théorème de Thalès** dans les triangles OAB et OA'B' et on obtient : $\frac{A'B'}{AB} = k$.

D Propriétés de l'homothétie

Propriétés

L'homothétie **conserve** l'**alignement**, les **milieux** et la **mesure des angles**.

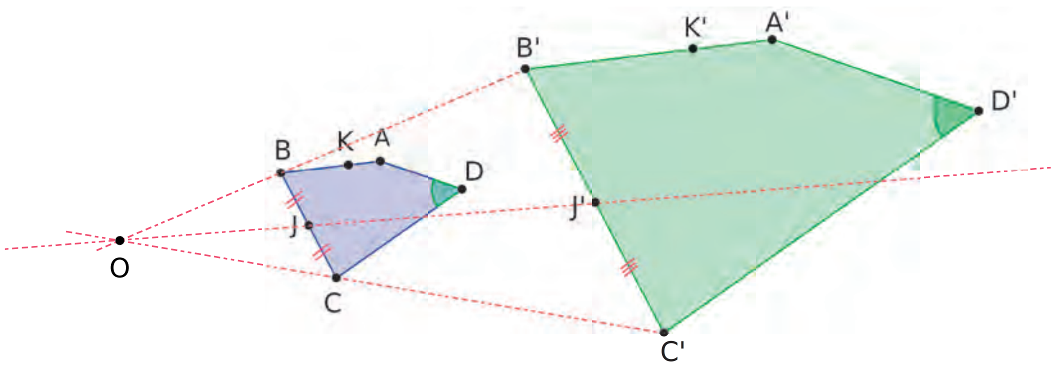
Dans une homothétie de rapport k positif :

- les **longueurs** sont multipliées par k ;
- les **aires** sont multipliées par k^2.

La figure $\mathcal{F}_2$ est l'image de la figure $\mathcal{F}_1$ par cette homothétie :

- **si** $k > 1$ **alors** $\mathcal{F}_2$ est un **agrandissement** de $\mathcal{F}_1$;
- **si** $0 < k < 1$ **alors** $\mathcal{F}_2$ est une **réduction** de $\mathcal{F}_1$.

Exemple :
Le quadrilatère A'B'C'D' est l'image de ABCD par l'homothétie de centre O et de rapport 2,5.



- Les points A, B, K sont alignés, donc leurs images respectives A', B', K' sont également alignées.
- Le point J est le milieu du segment [BC], donc son image J' est le milieu du segment [B'C'].
- L'angle $\widehat{A'D'C'}$ est l'image de l'angle $\widehat{ADC}$, ils ont donc la même mesure.
- Les longueurs sont multipliées par 2,5. Par exemple : $C'D' = 2{,}5 \times CD$.
- Les aires sont multipliées par $2{,}5^2$ soit 6,25. Par exemple : $\text{Aire}_{(A'B'C'D')} = 6{,}25 \times \text{Aire}_{(ABCD)}$.

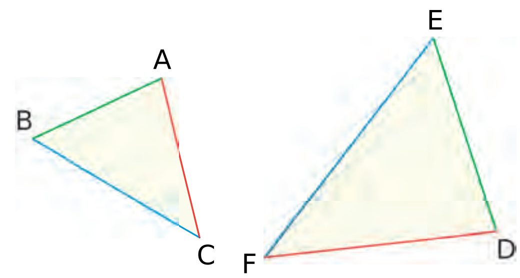
2 Triangles semblables

A Définition

Définition

Deux triangles sont **semblables**
si les longueurs de leurs côtés sont proportionnelles.

Exemple :
Les triangles ABC et DEF sont semblables.
Le tableau suivant est un tableau de proportionnalité.



Triangle ABC	AB	AC	BC
Triangle DEF	DE	DF	EF

Donc $\frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC} = \frac{EF}{BC}$.

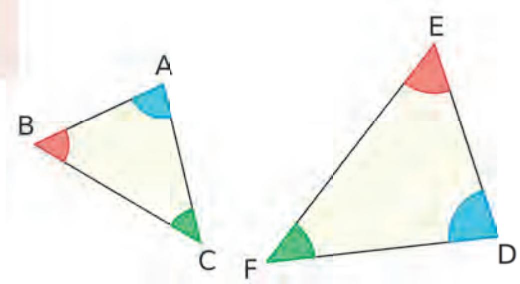
Remarque :
Deux triangles homothétiques (c'est-à-dire si l'un est l'image de l'autre par une homothétie) sont semblables.

B Propriétés

Propriété 1

Si deux triangles sont semblables
alors leurs angles ont la même mesure deux à deux.

Exemple 1 :
On reprend les triangles précédents.



Triangle ABC	$\widehat{ACB}$ opposé à [AB]	$\widehat{ABC}$ opposé à [AC]	$\widehat{BAC}$ opposé à [BC]
Triangle DEF	$\widehat{DFE}$ opposé à [DE]	$\widehat{FED}$ opposé à [DF]	$\widehat{FDE}$ opposé à [EF]

Les angles opposés aux côtés proportionnels ont la même mesure :
$\widehat{ACB} = \widehat{DFE}$; $\widehat{ABC} = \widehat{FED}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{FDE}$.

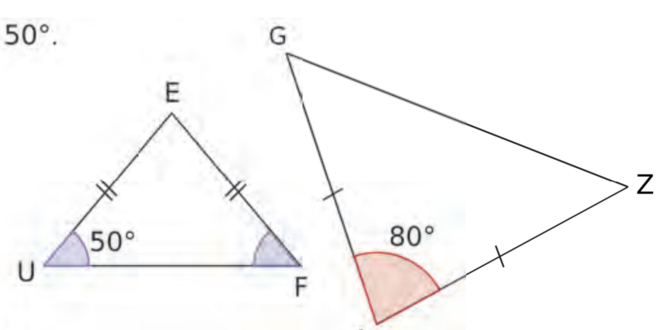
Propriété 2

Si deux triangles ont leurs angles de même mesure deux à deux
alors ils sont semblables.

Exemple 2 :
Le triangle FEU est isocèle en E, donc $\widehat{EFU} = \widehat{EUF} = 50°$.
La somme des mesures des angles d'un triangle est 180°, donc $\widehat{FEU} = 180° - 2 \times 50° = 80°$.

GAZ est un triangle isocèle en A, donc
$\widehat{AGZ} = \widehat{AZG} = (180° - 80°) \div 2 = 50°$.

Les deux triangles ont leurs angles de même mesure 2 à 2, ils sont donc semblables.



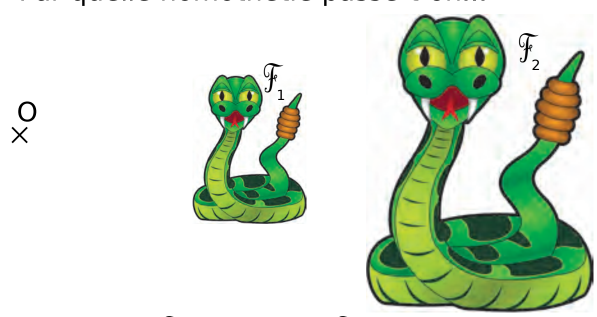
Remarques :
- Cette propriété est la réciproque de la précédente.
- Deux triangles équilatéraux sont semblables.

Fiche 1 : définir l'homothétie (1)

1 Complète en cochant la bonne case.

Homothétie de rapport	0,5	– 7	2,8	– 0,8	$\frac{3}{4}$	$-\frac{4}{3}$
Réduction						
Agrandissement						

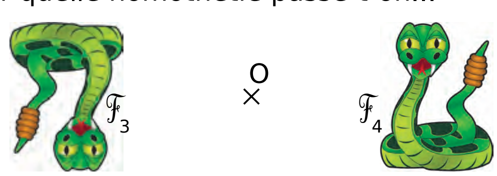
2 Par quelle homothétie passe-t-on...



a. de la figure $\mathcal{F}_1$ à la figure $\mathcal{F}_2$?

b. de la figure $\mathcal{F}_2$ à la figure $\mathcal{F}_1$?

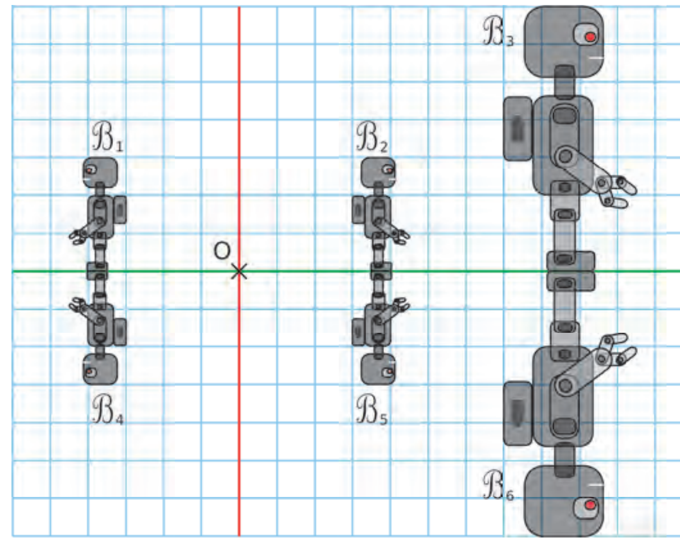
3 Par quelle homothétie passe-t-on...



a. de la figure $\mathcal{F}_3$ à la figure $\mathcal{F}_4$?

b. de la figure $\mathcal{F}_4$ à la figure $\mathcal{F}_3$?

4 On considère les figures suivantes.



Précise la transformation qui transforme...

a. la figure $\mathcal{B}_1$ en la figure $\mathcal{B}_4$?

b. la figure $\mathcal{B}_1$ en la figure $\mathcal{B}_2$?

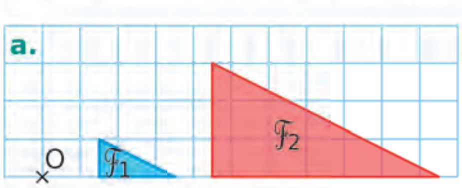
c. la figure $\mathcal{B}_1$ en la figure $\mathcal{B}_5$?

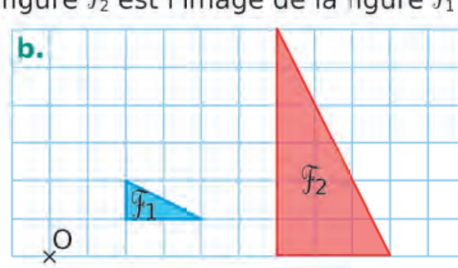
d. la figure $\mathcal{B}_2$ en la figure $\mathcal{B}_3$?

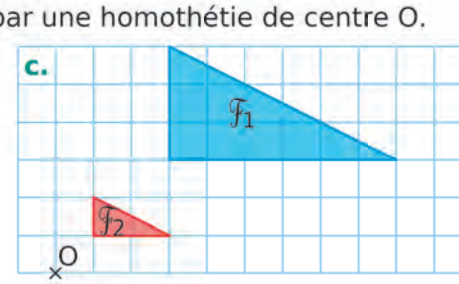
e. la figure $\mathcal{B}_6$ en la figure $\mathcal{B}_5$?

f. la figure $\mathcal{B}_6$ en la figure $\mathcal{B}_1$?

5 Dans chaque cas, indique si la figure $\mathcal{F}_2$ est l'image de la figure $\mathcal{F}_1$ par une homothétie de centre O. Si oui, précise son rapport.

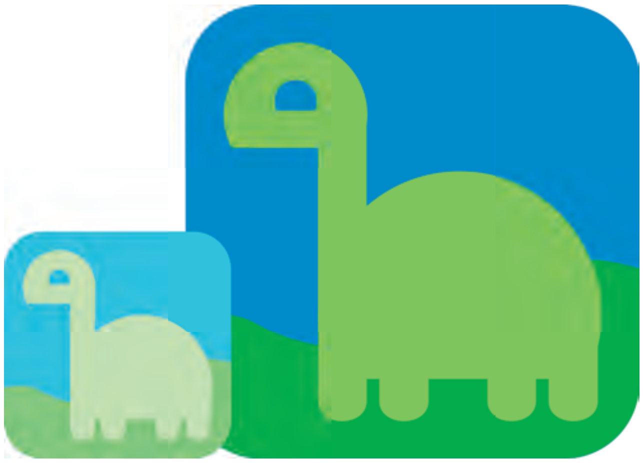






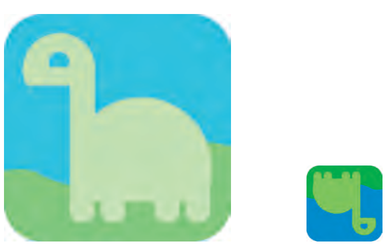
1 Dans chaque cas ci-dessous, la figure de droite est l'image de la figure de gauche par une homothétie.

a.

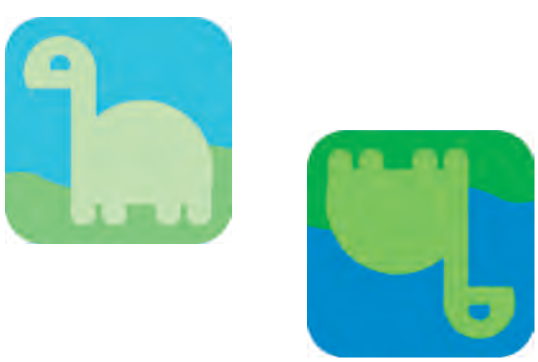


b.

c.



d.



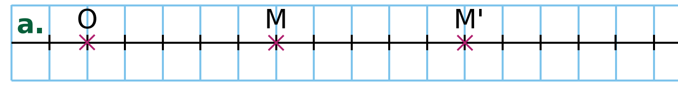
- Dans chaque cas, indique le signe du rapport de l'homothétie.

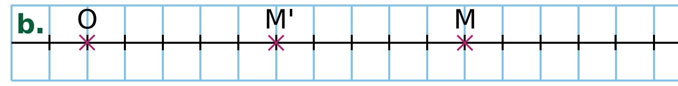
	a.	b.	c.	d.
Signe				

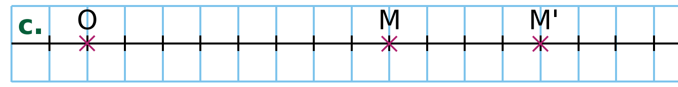
- Dans chaque cas, indique le rapport de l'homothétie.

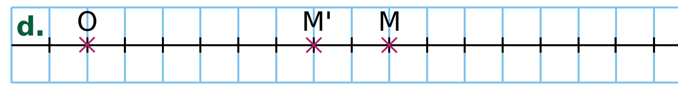
	a.	b.	c.	d.
Rapport				

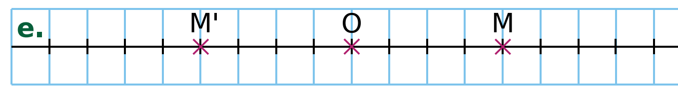
2 On considère les figures suivantes.

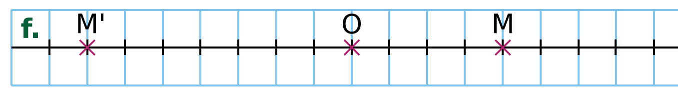












- Dans chaque cas, précise le rapport de l'homothétie de centre O qui transforme M en M'.

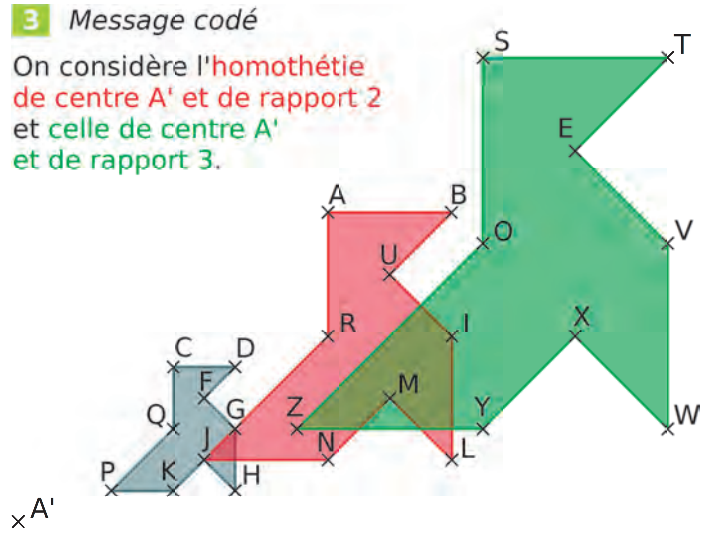
	a.	b.	c.	d.	e.	f.
Rapport						

- Pour chaque homothétie, précise s'il s'agit d'un agrandissement ou d'une réduction.

	a.	b.	c.	d.	e.	f.
Réduction						
Agrandissement						

3 *Message codé*

On considère l'homothétie de centre A' et de rapport 2 et celle de centre A' et de rapport 3.



Pour décoder le message ci-dessous, remplace chaque point par son image, par l'homothétie correspondant à la couleur de la lettre.

P C J C G C H F C Q H F G H K F G Q G D

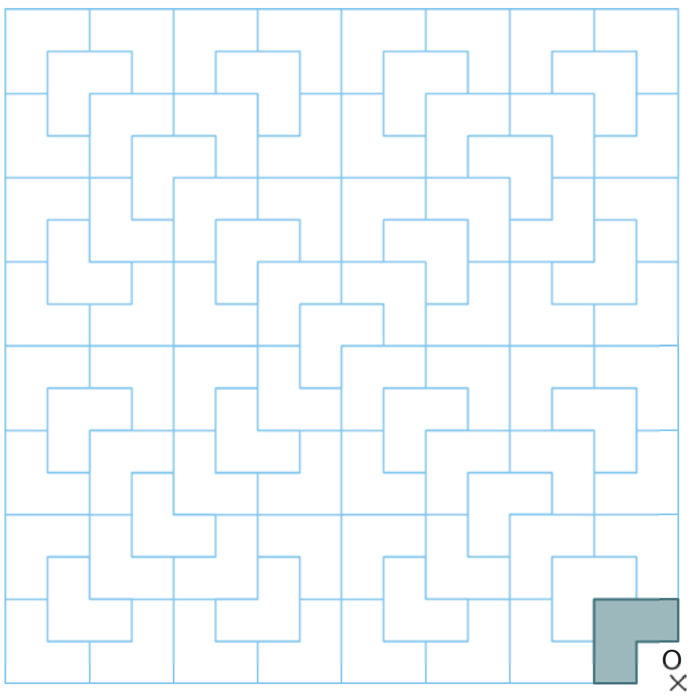
....

H ' Q J D Q F

....

G2 Fiche 3 : construire (1)

1 On considère le pavage suivant.

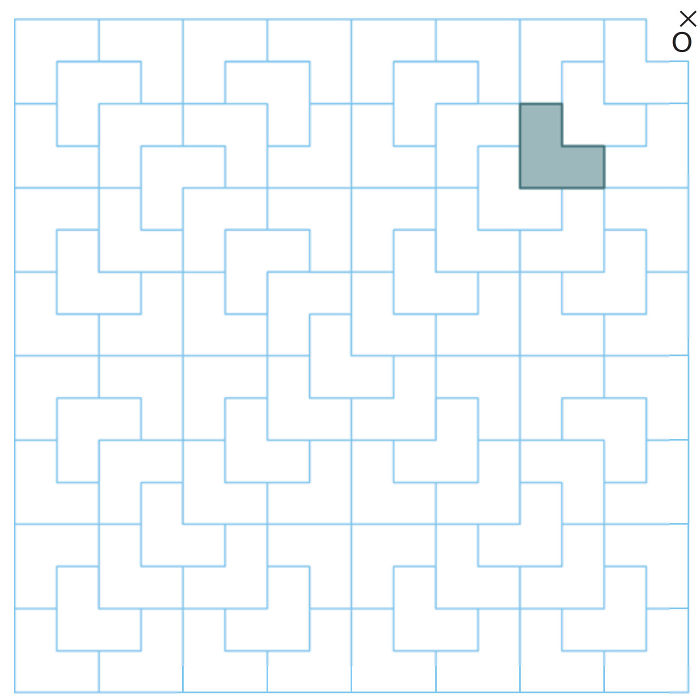


a. Colorie en bleu l'image de la figure grise par l'homothétie de centre O et de rapport 2 ;

b. Colorie en rouge l'image de la figure grise par l'homothétie de centre O et de rapport 4 ;

c. Colorie en vert l'image de la figure grise par l'homothétie de centre O et de rapport 8.

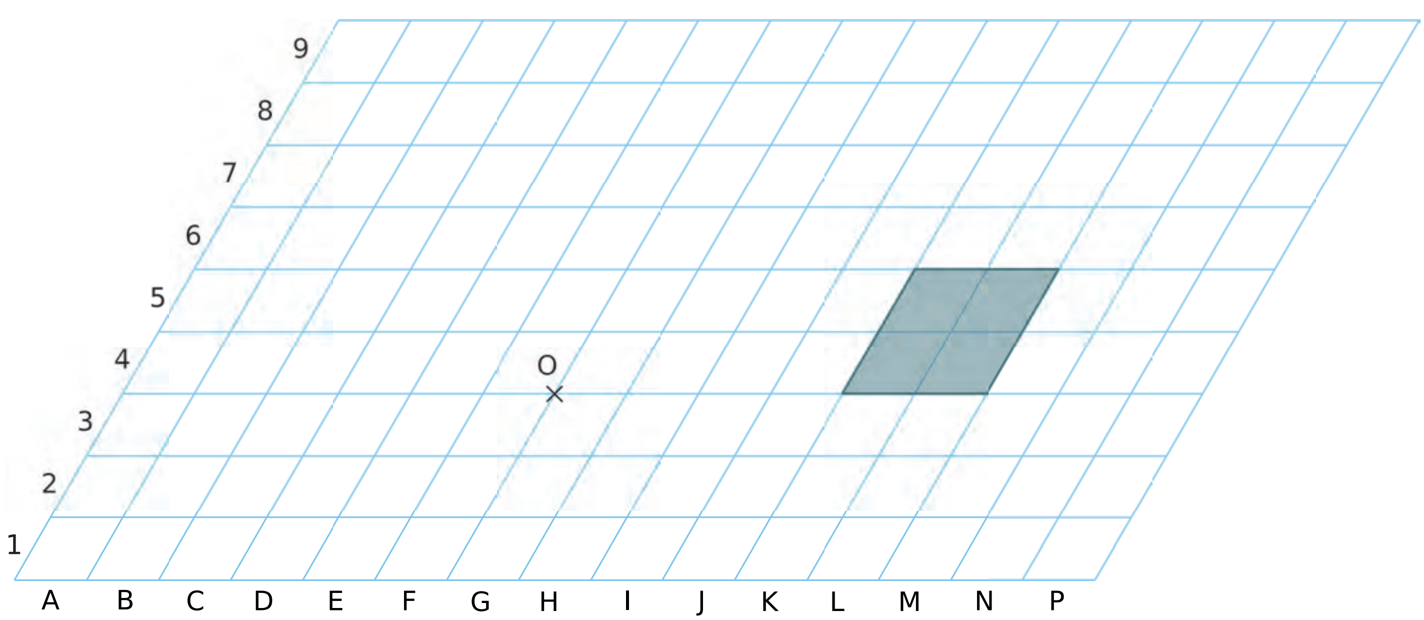
2 On reprend le pavage précédent.



a. Colorie en bleu l'image de la figure grise par l'homothétie de centre O et de rapport 2 ;

b. Colorie en rouge l'image de la figure grise par l'homothétie de centre O et de rapport 4.

3 On considère ce quadrillage.



a. Colorie en bleu l'image du parallélogramme gris par l'homothétie de centre O de rapport $\frac{1}{2}$.

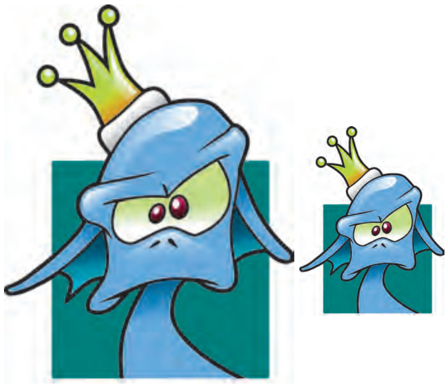
b. Colorie en rouge l'image du parallélogramme gris par l'homothétie de centre O de rapport $\frac{3}{2}$.

c. Colorie en vert l'image du parallélogramme gris par l'homothétie de centre O de rapport – 1.

d. Colorie en orange l'image du parallélogramme gris par l'homothétie de centre O de rapport $-\frac{1}{2}$.

1 Construis le centre de l'homothétie qui transforme la figure de gauche en la figure de droite.

a.



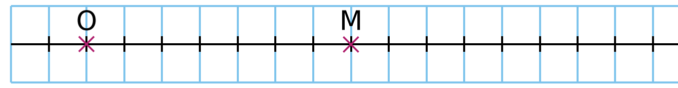
b.

c.

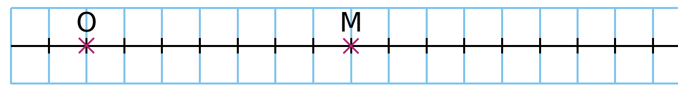
d.

2 Dans chaque cas, construis le point M', image de M par l'homothétie de centre O et de rapport k.

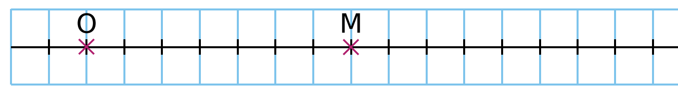
a. $k = \frac{5}{7}$



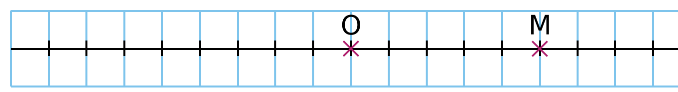
b. $k = \frac{10}{7}$



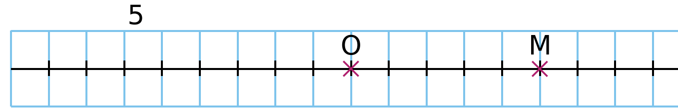
c. $k = 2$



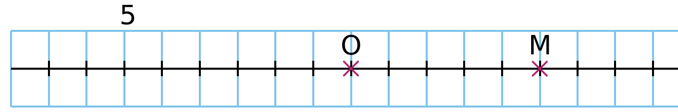
d. $k = -1$



e. $k = -\frac{3}{5}$



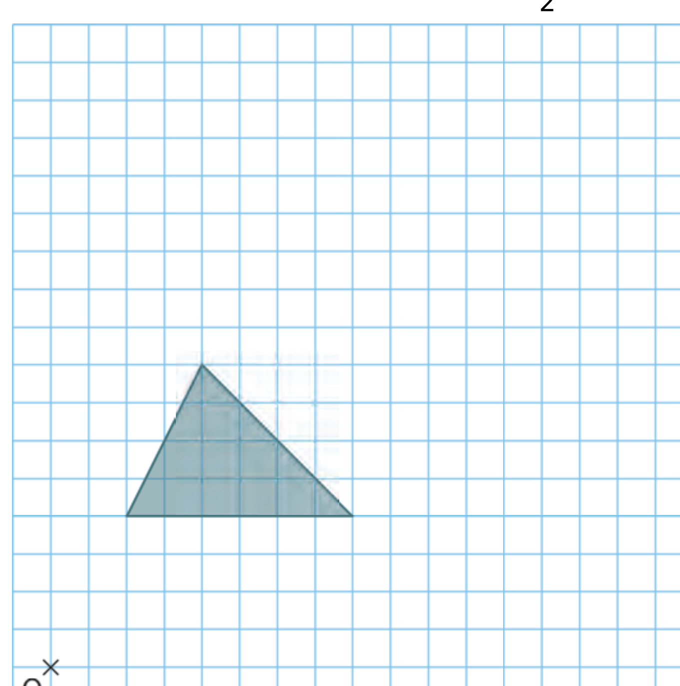
f. $k = -\frac{7}{5}$



3 *Images d'un triangle*

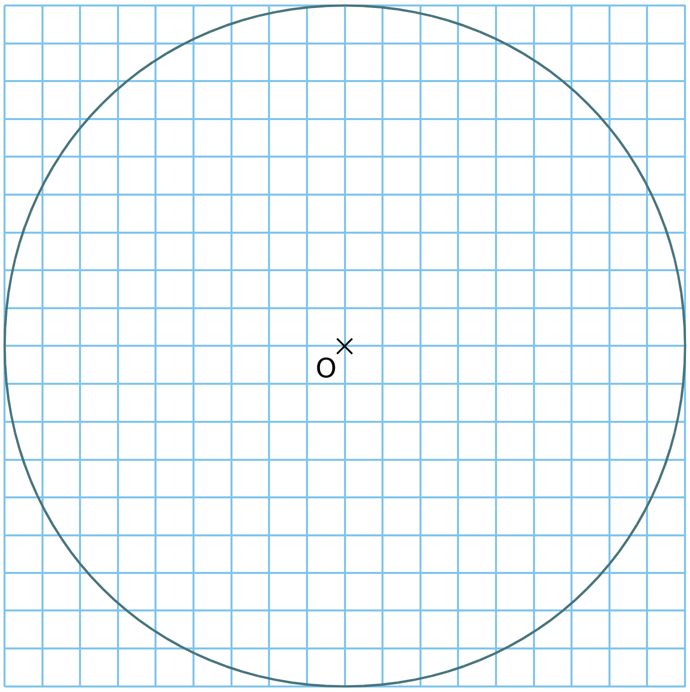
a. Construis en bleu l'image du triangle gris par l'homothétie de centre O et de rapport 2 ;

b. Construis en rouge l'image du triangle gris par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{2}$.



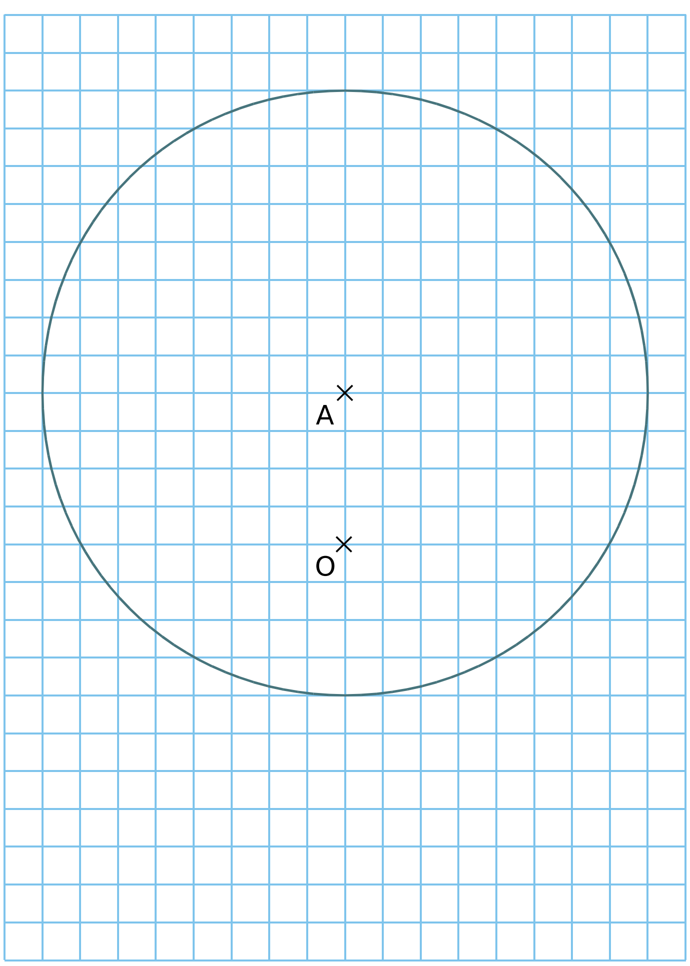
1 Construis l'image du cercle par l'homothétie de centre O et de rapport...

a. $\frac{1}{9}$ **b.** $\frac{2}{9}$ **c.** $\frac{3}{9}$ **d.** $\frac{4}{9}$ **e.** $\frac{5}{9}$ **f.** $\frac{6}{9}$ **g.** $\frac{7}{9}$ **h.** $\frac{8}{9}$

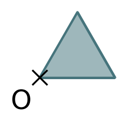


2 Construis l'image du cercle de centre A par l'homothétie de centre O et de rapport...

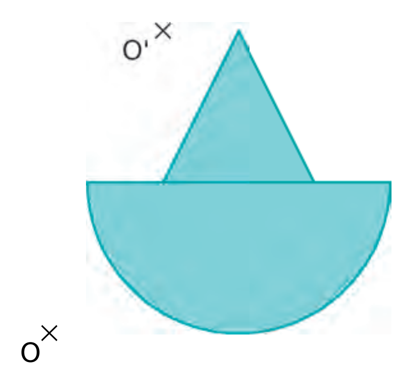
a. $-\frac{1}{4}$ **b.** $-\frac{1}{2}$ **c.** $-\frac{3}{4}$



3 Soit k un nombre entier variant de 2 à 8. Pour tout k, construis l'image du triangle gris par l'homothétie de centre O et de rapport k. Colorie.



4 Construis les images de la figure bleue...
- par l'homothétie de centre O et de rapport – 1,
- par l'homothétie de centre O' et de rapport – 1,5.



1 L'homothétie de centre O et de rapport 2 transforme A en F, et B en G.

a. Trace une figure pour illustrer cet énoncé.

b. Que dire des droites (AB) et (FG) ? Justifie.

....

....

....

....

....

2 L'homothétie de centre O et de rapport – 2 transforme C en K, et D en L.

a. Trace une figure pour illustrer cet énoncé.

b. Que dire des droites (CD) et (KL) ? Justifie.

....

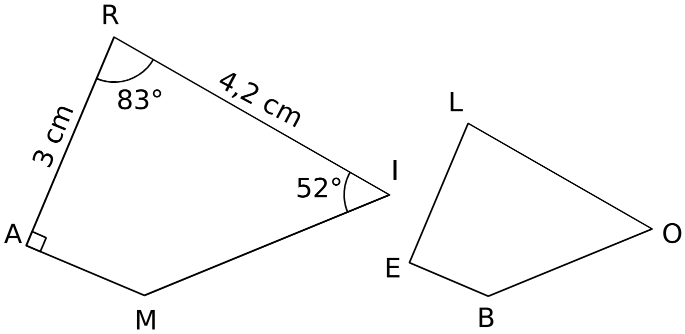
....

....

....

....

3 Le quadrilatère BELO est l'image du quadrilatère RAMI par une homothétie de rapport $\frac{2}{3}$.



a. Complète le tableau suivant.

Point	R	A	M	I
Image				

Tu justifieras ensuite chaque réponse.

b. Quelle est la longueur du segment [LE] ?

....

....

....

....

c. Quelle autre longueur peux-tu déterminer ?

....

....

....

....

d. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BEL}$?

....

....

....

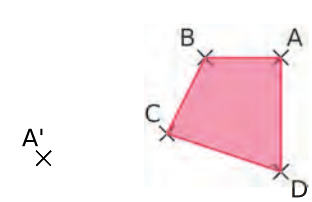
....

e. Écris deux autres égalités de mesure d'angles.

....

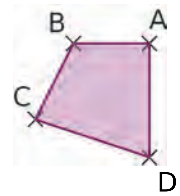
....

4 Construis le quadrilatère A'B'C'D', image du quadrilatère ABCD par l'homothétie de rapport 3, sans utiliser le centre de cette homothétie.



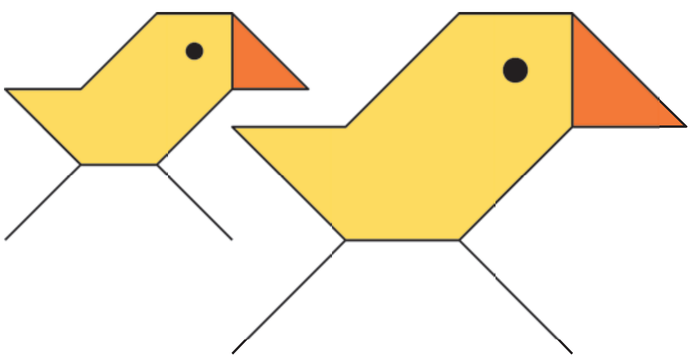
Fiche 7 : utiliser les propriétés de l'homothétie (2)

1 Construis le quadrilatère A'B'C'D', image du quadrilatère ABCD par l'homothétie de rapport – 3, sans utiliser le centre de cette homothétie.



A'

2 Complète les phrases suivantes.



a. On passe du petit poussin au grand poussin par une homothétie de rapport ....

b. Dans cette homothétie, les longueurs du poussin image sont multipliées par ....

c. Dans cette homothétie, l'aire du poussin image est multipliée par ....

3 On reprend la figure précédente.

a. On passe du grand poussin au petit poussin par une homothétie de rapport ....

b. Dans cette homothétie, les longueurs du poussin image sont multipliées par ....

c. Dans cette homothétie, l'aire du poussin image est multipliée par ....

4 On considère une homothétie de rapport k. Complète le tableau ci-dessous qui concerne l'image d'une figure par cette homothétie.

k	– 3	– 1	$-\frac{5}{6}$	2	$\frac{10}{3}$	5
Périmètre multiplié par						
Aire multipliée par						

5 Voici les images des points d'une figure par une homothétie de rapport 5.

Point	P	R	O	C	H	E
Image	S	A	L	I	N	E

Tu justifieras chaque réponse.

a. Quel est le centre de cette homothétie ?

....

....

b. Sachant que EC = 3 cm, que vaut EI ?

....

....

....

c. Sachant que PR = 5,4 cm, que vaut SA ?

....

....

....

d. On sait que $\widehat{RCH} = 50°$.
Déduis-en la mesure d'un autre angle.

....

....

....

e. Le triangle ROH a pour aire 1,6 cm².
Déduis-en l'aire d'un autre triangle.

....

....

....

6 Dans chaque cas ci-dessous, détermine k.

a. Une figure a une aire de 20 cm². Son image par une homothétie de rapport k a une aire de 7,2 cm².

....

....

....

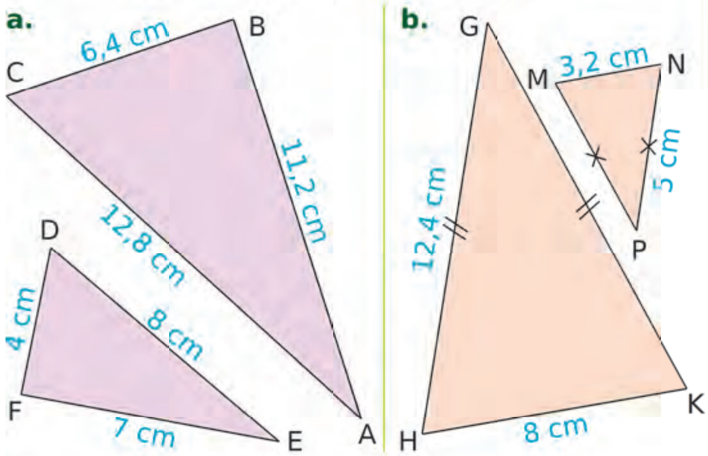
b. Une figure a une aire de 8 cm². Son image par une homothétie de rapport k a une aire de 50 cm².

....

....

....

1 Dans chaque cas ci-dessous, indique si les deux triangles sont semblables. Justifie.



a. ....

....

....

....

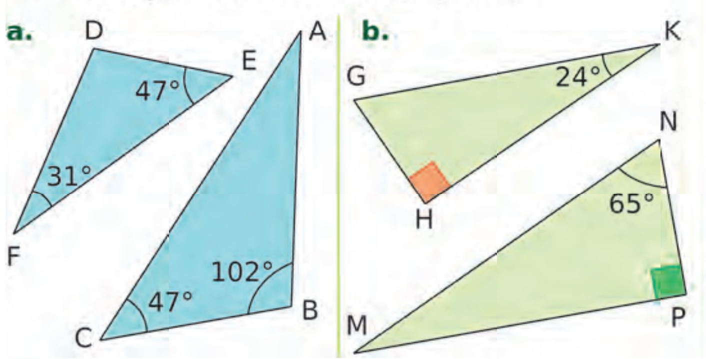
b. ....

....

....

....

2 Dans chaque cas ci-dessous, indique si les deux triangles sont semblables. Justifie.



a. ....

....

....

....

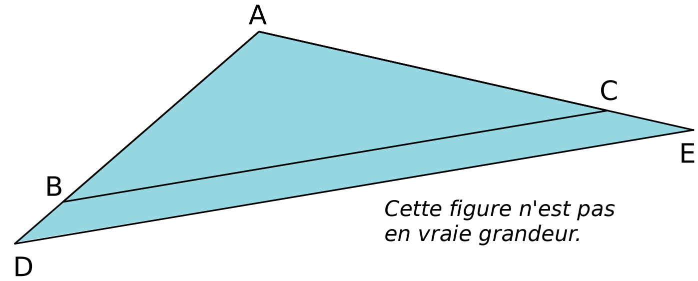
b. ....

....

....

....

3 Les triangles ABC et ADE sont-ils semblables, sachant que :
AB = 3,2 cm ; AC = 4,4 cm ; BC = 6,8 cm ;
AD = 4 cm ; AE = 5,5 cm ; DE = 8,5 cm ?



Cette figure n'est pas en vraie grandeur.

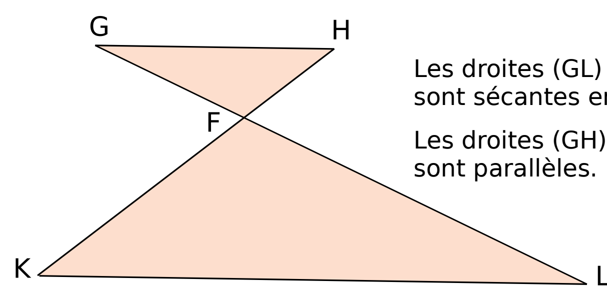
....

....

....

....

4 Démontre que les triangles FGH et FKL sont semblables.



Les droites (GL) et (KH) sont sécantes en F.

Les droites (GH) et (KL) sont parallèles.

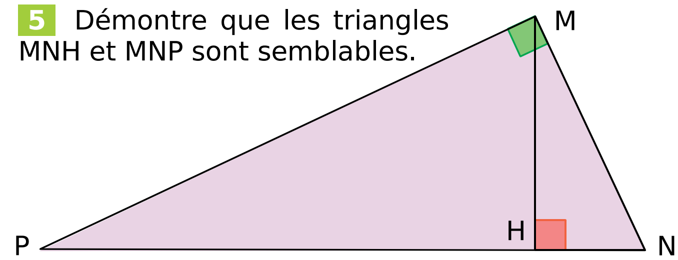
....

....

....

....

5 Démontre que les triangles MNH et MNP sont semblables.



....

....

....

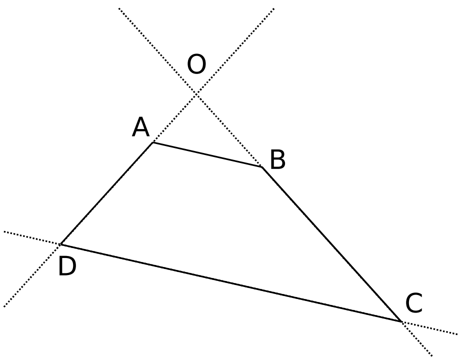
....

....

....

Géométrie dynamique

1 Construis :
- un segment [AB] ;
- un point C ;
- la parallèle à la droite (AB) passant par le point C ;
- un point D tel que ABCD soit un trapèze de bases [AB] et [CD] ;
- un curseur, appelé k, variant entre – 10 et 10, et par pas de 0,01.

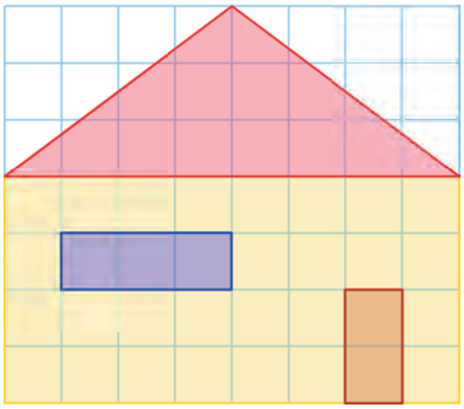


a. Construis O le point d'intersection des droites (AD) et (BC). Puis construis, en rouge, l'image du segment [AB] par l'homothétie de centre O et de rapport k.

- Pour quelle valeur de k le segment [DC] semble-t-il être l'image du segment [AB] par cette homothétie ?
- Peut-on obtenir directement cette valeur, à l'aide du trapèze initial et à l'aide d'un calcul ?
- Vérifie ta conjecture en t'aidant du logiciel.

b. Reprends la question **a**, en remplaçant le point O par le point I, point d'intersection des diagonales [AC] et [BD].

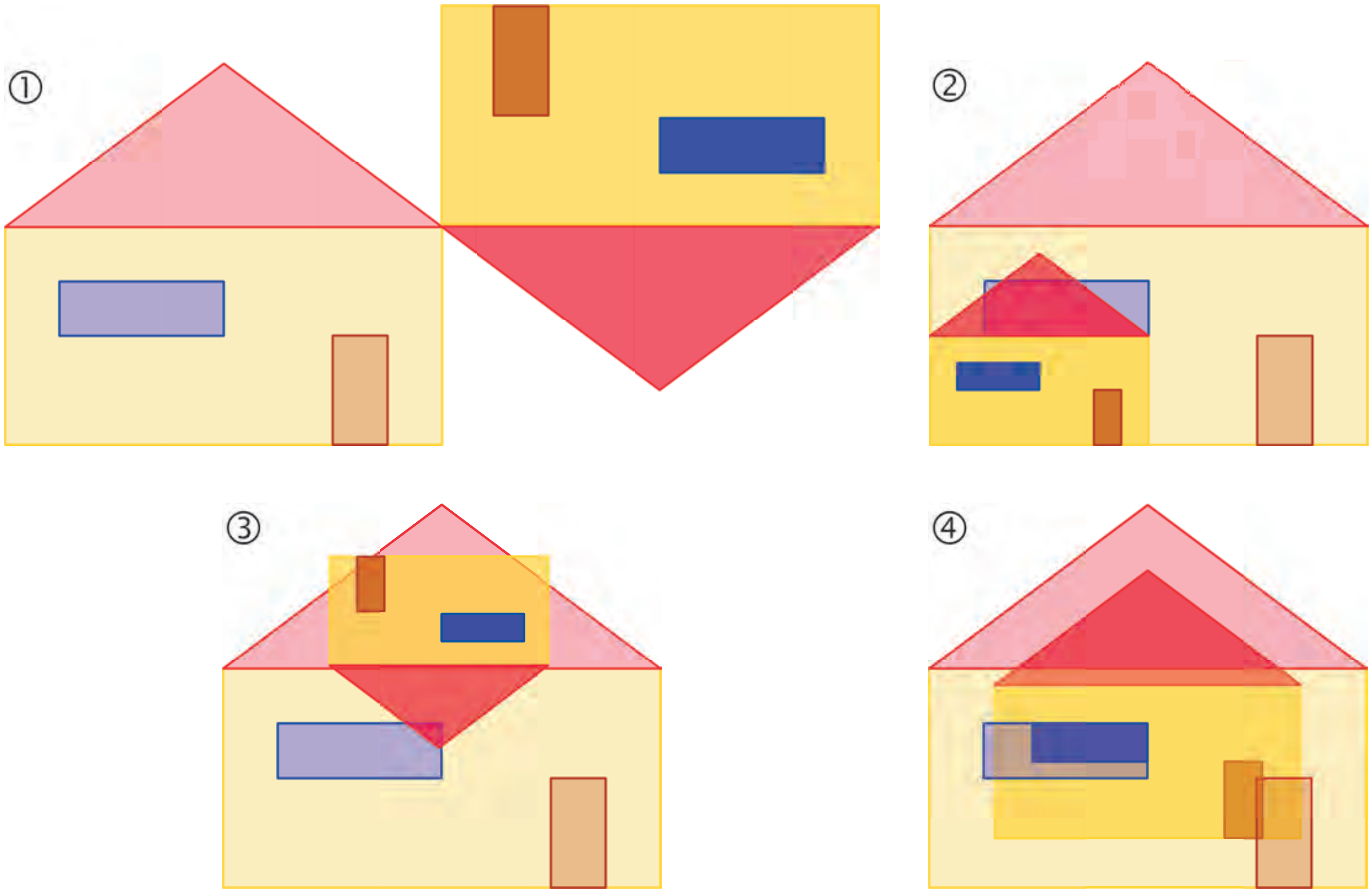
2 Affiche la grille, puis construis la figure ci-contre en utilisant l'outil *Polygone*. Fixe les différents points.



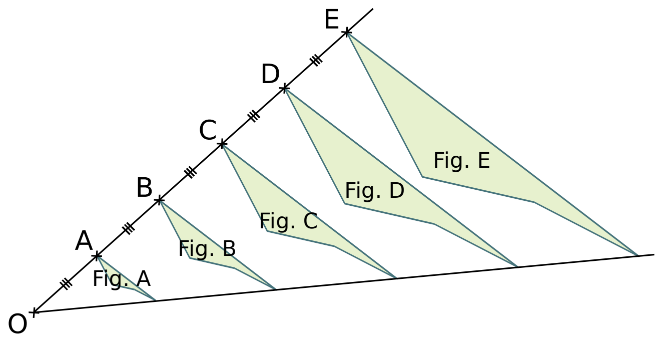
a. Construis un point O et un curseur k variant entre – 2 et 2, et par pas de 0,1.

b. Construis les images des différents polygones composant la figure, par l'homothétie de centre O et de rapport k, afin d'obtenir l'image de la figure entière.

c. Pour chacune des figures ci-dessous, indique la position du point O et la valeur de rapport.



1 Avec un logiciel de géométrie dynamique, on a construit la figure A. En appliquant à la figure A des homothéties de centre O et de rapports différents, on a ensuite obtenu les autres figures.



a. Quel est le rapport de l'homothétie de centre O qui permet d'obtenir la figure C à partir de la figure A ? *Aucune justification n'est attendue.*

....

b. On applique l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{5}$ à la figure E. Quelle figure obtient-on ? *Aucune justification n'est attendue.*

....

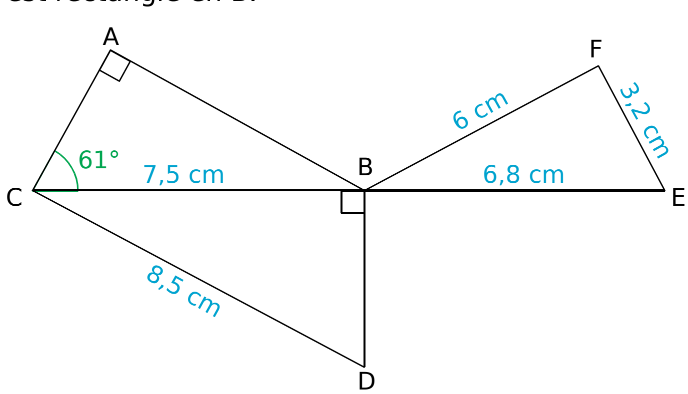
c. Quelle figure a une aire quatre fois plus grande que celle de la figure A ?

....

....

....

2 La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur. Les points C, B et E sont alignés. Le triangle ABC est rectangle en A. Le triangle BDC est rectangle en B.



a. Montre que la longueur BD est égale à 4 cm.

b. Montre que les triangles CBD et BFE sont semblables.

c. Sophie affirme que l'angle $\widehat{BFE}$ est un angle droit. A-t-elle raison ?

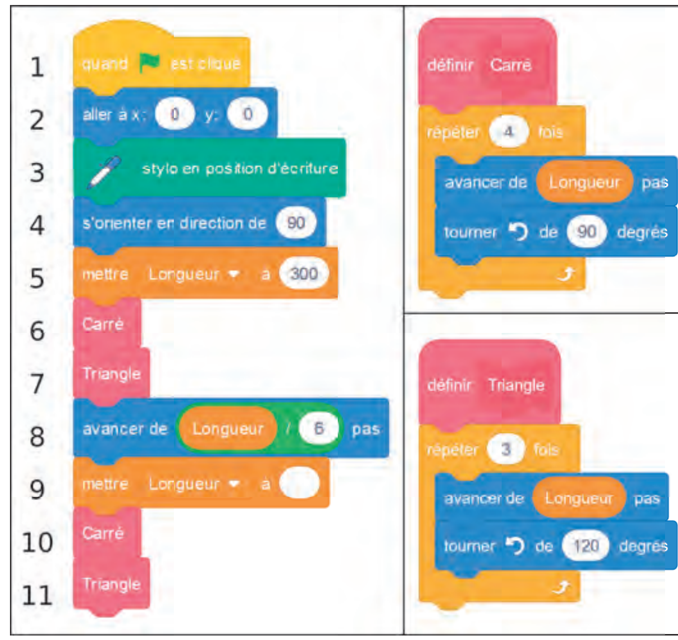
d. Max affirme que l'angle $\widehat{ACD}$ est un angle droit. A-t-il raison ?

3 *Exercice* SCRATCH

Les longueurs sont en pixels.

L'expression `s'orienter en direction de 90` signifie que l'on s'oriente vers la droite.

On donne le programme suivant :

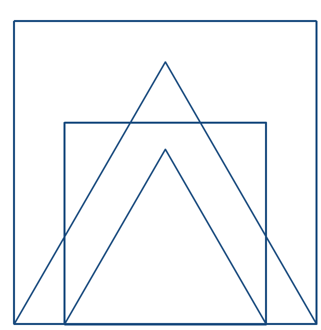


On prend comme échelle 1 cm pour 50 pixels.

a. Représente sur ta copie la figure obtenue si le programme est exécuté jusqu'à la ligne 7 comprise.

b. Quelles sont les coordonnées du stylo après l'exécution de la ligne 8 ?

c. On exécute le programme complet et on obtient la figure ci-dessous qui possède un axe de symétrie vertical.



Recopie et complète la ligne 9 du programme pour obtenir cette figure.

d. Parmi les transformations suivantes, translation, homothétie, rotation, symétrie axiale, quelle est la transformation géométrique qui permet d'obtenir le petit carré à partir du grand carré ? Précise le rapport de réduction.

e. Quel est le rapport des aires entre les deux carrés dessinés ?

G3 Rotation

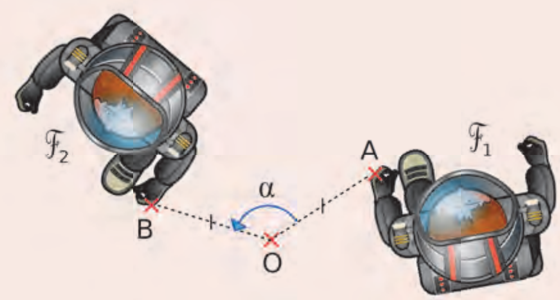
g5.re/9we g5.re/13e g5.re/waf

1 Définition

Définition

Lorsqu'on fait **tourner** la figure $\mathcal{F}_1$ autour du point O, d'un angle de mesure α dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, elle se superpose avec la figure $\mathcal{F}_2$.

On dit que la figure $\mathcal{F}_2$ est l'image de la figure $\mathcal{F}_1$ par la **rotation** de centre O et d'angle α.



Remarques :

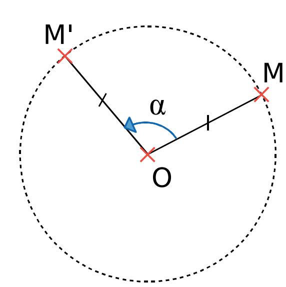
- Dans tout ce chapitre, le sens de rotation sera toujours le sens trigonométrique (sens contraire des aiguilles d'une montre).
- La rotation de centre O et d'angle 180° est la symétrie centrale de centre O.

2 Image d'un point

Propriété

Soient O et M deux points distincts.

L'image du point M par la rotation de centre O et d'angle α, est le point M' tel que OM' = OM et $\widehat{MOM'} = \alpha$.



3 Propriétés

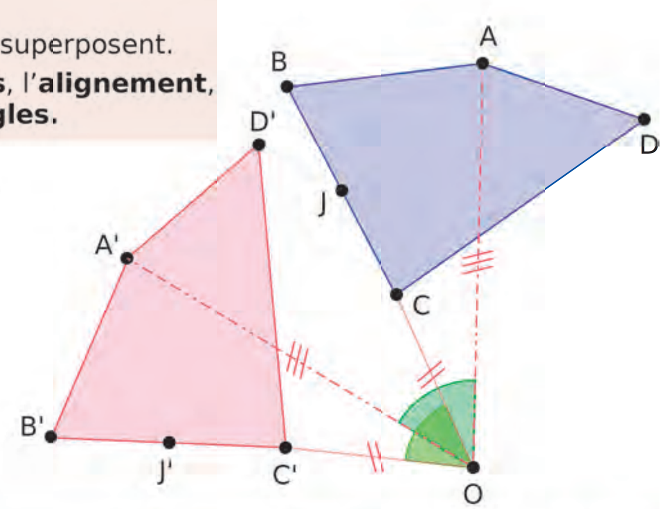
Propriété

Par une rotation, une figure et son image se superposent.

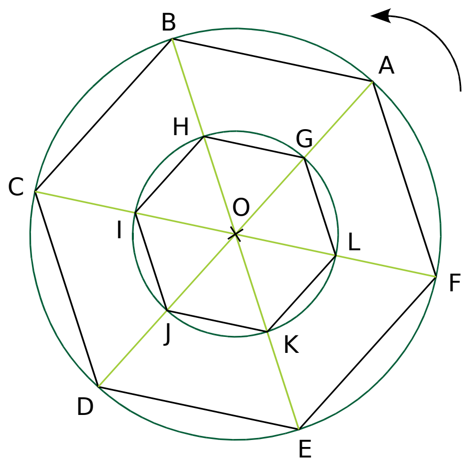
La translation **conserve** donc les **longueurs**, l'**alignement**, les **aires**, les **milieux** et la **mesure des angles.**

Exemple : Le quadrilatère A'B'C'D' est l'image de ABCD par la rotation de centre O et d'angle 60°.

- Les aires et les périmètres des deux quadrilatères sont égaux.
- Le point J est le milieu du segment [BC], donc son image J' par la rotation est le milieu du segment [B'C'].
- L'angle $\widehat{A'B'C'}$ est l'image de l'angle $\widehat{ABC}$ par la rotation, ils ont donc la même mesure.



1 Dans cette figure, ABCDEF et GHIJKL sont des hexagones réguliers de centre O.



a. C peut-il être l'image de G par une rotation de centre O ? Explique.

....

....

b. H est l'image de G par la rotation de centre O et d'angle 60°. H est l'image d'autres points par des rotations de centre O. Donne un autre exemple.

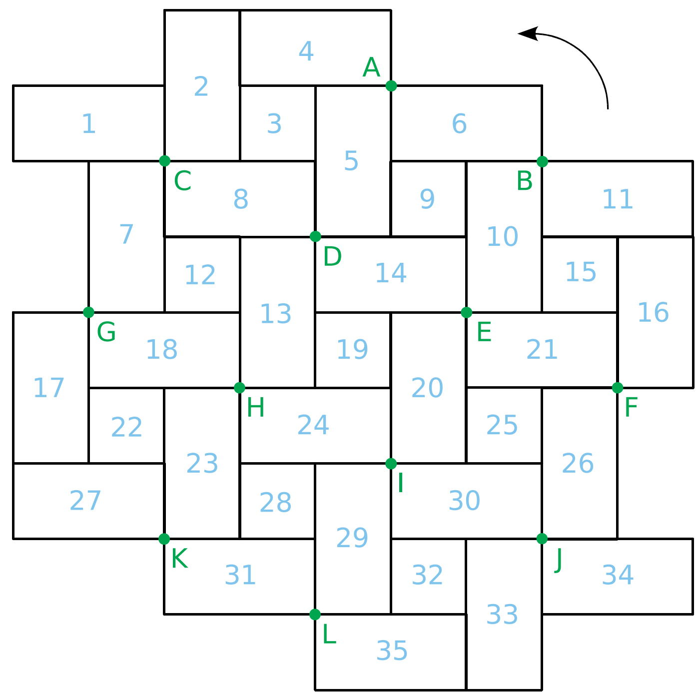
....

....

c. Complète le tableau suivant.

B	est l'image de A	par la rotation de centre O et d'angle ....
C	est l'image de A	par la rotation de centre O et d'angle ....
D	est l'image de A	par la rotation de centre O et d'angle ....
F	est l'image de A	par la rotation de centre O et d'angle ....
	est l'image de K	par la rotation de centre O et d'angle 60°
	est l'image de K	par la rotation de centre O et d'angle 180°
	est l'image de K	par la rotation de centre O et d'angle 240°
	est l'image de K	par la rotation de centre O et d'angle 300°

2 On considère le pavage ci-dessous, constitué de rectangles et de carrés.



a. La pièce 3 peut-elle être l'image de la pièce 20 par une rotation ? Explique.

....

....

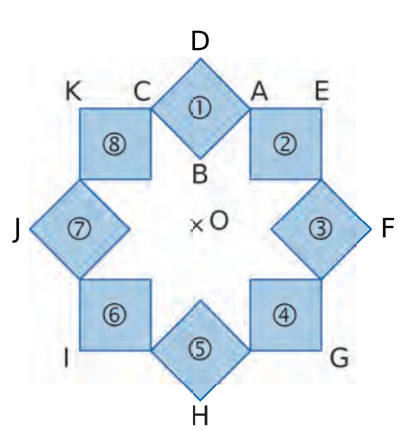
b. Colorie...

- en rouge, l'image de la pièce 1 par la rotation de centre C et d'angle 90° ;
- en bleu, l'image de la pièce 1 par la rotation de centre C et d'angle 180° ;
- en vert, l'image de la pièce 1 par la rotation de centre C et d'angle 270°.

c. Complète le tableau ci-dessous.

	est l'image de la...	par la rotation de centre...	et d'angle...
La pièce 14	pièce 21		
La pièce 13	pièce 5		
La pièce 12	pièce 28		

3 On construit un carré ABCD. On construit le point O sur la droite (DB), à l'extérieur du segment [DB] et tel que : OB = AB. On obtient la figure ci-contre en utilisant plusieurs fois la même rotation de centre O et d'angle 45°.



a. On considère la rotation de centre O qui transforme le carré ① en le carré ②. Quelle est l'image du carré ⑧ par cette rotation ?

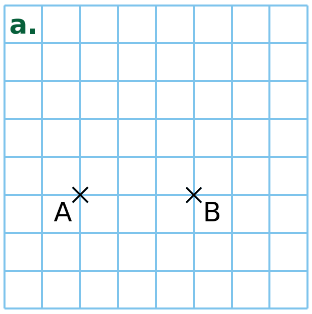
....

b. On considère la rotation de centre O qui transforme le carré ② en le carré ⑤. Préciser l'image du segment [EF] par cette rotation.

....

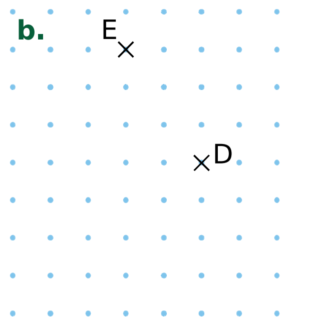
1 Effectue les constructions demandées.

a.



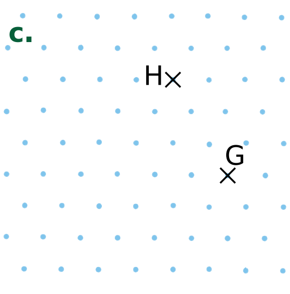
Construis C, l'image de B par la rotation de centre A et d'angle 90°.

b.



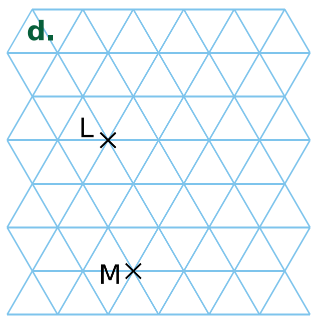
Construis F, l'image de E par la rotation de centre D et d'angle 90°.

c.



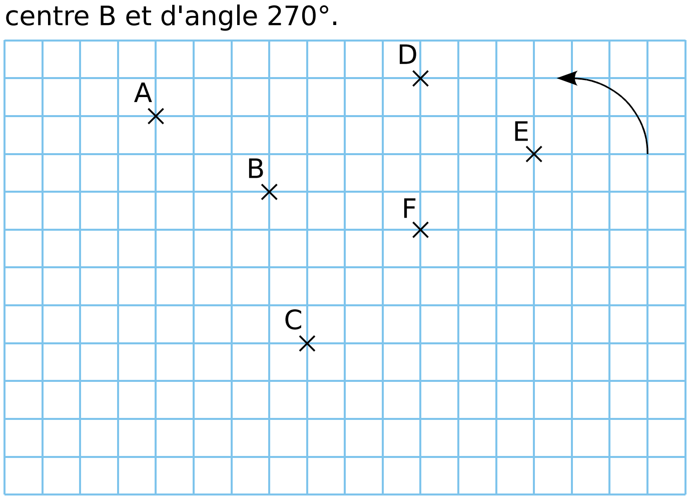
Construis K, l'image de H par la rotation de centre G et d'angle 60°.

d.



Construis N, l'image de M par la rotation de centre L et d'angle 120°.

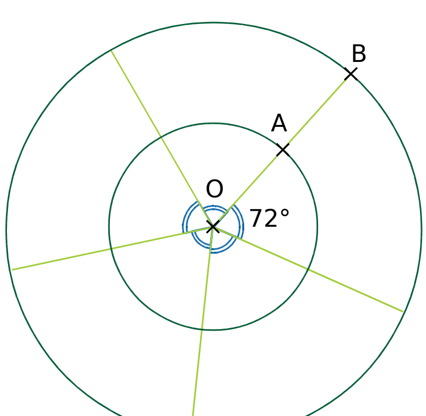
2 Construis les points A', B', C', D', E' et F', images de A, B, C, D, E et F par la rotation de centre B et d'angle 270°.



3 Construis les points suivants.

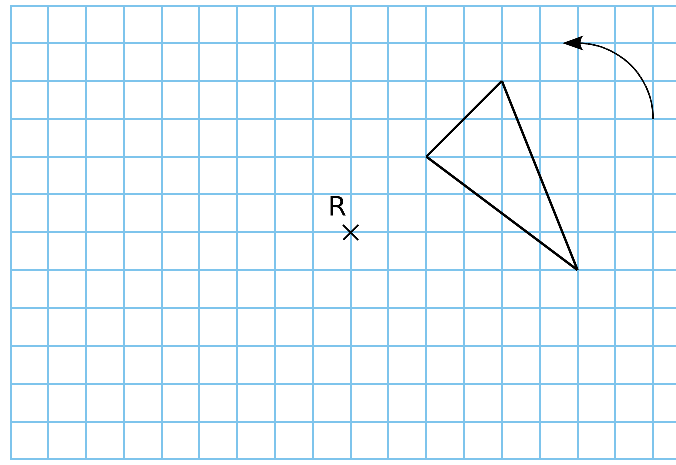
a. A' et B', images de A et B par la rotation de centre O et d'angle 72°.

b. A'' et B'', images de A et B par la rotation de centre O et d'angle 216°.



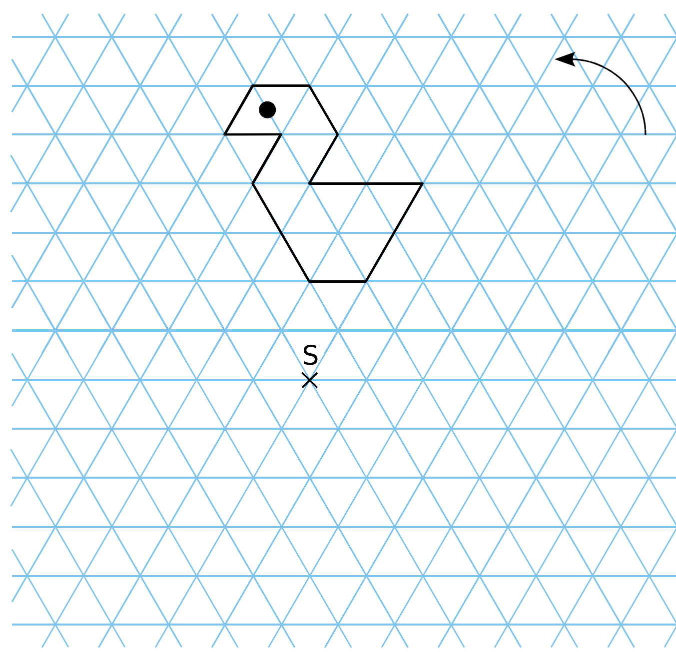
4 Construis, en rouge, l'image du triangle par la rotation de centre R et d'angle 90°.

Construis, en vert, l'image du triangle par la rotation de centre R et d'angle 270°.

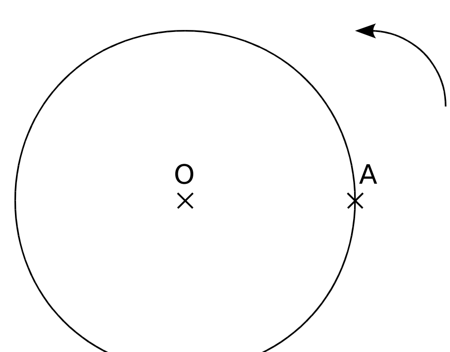


5 Construis, en rouge, l'image de la figure par la rotation de centre S et d'angle 120°.

Construis, en vert, l'image de la figure par la rotation de centre S et d'angle 240°.



6 ($\mathscr{C}$) est un cercle de centre O passant par A. Construis le point B, image de A par la rotation de centre O et d'angle 50°. Construis le point C, image de A par la rotation de centre O et d'angle 135°.

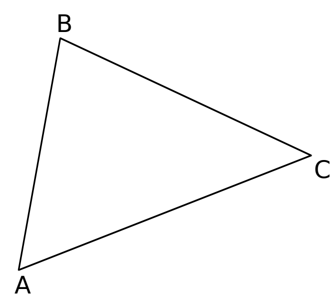


1 *Autour du triangle*

a. Construis, en bleu, l'image de ABC par la translation qui transforme C en B.

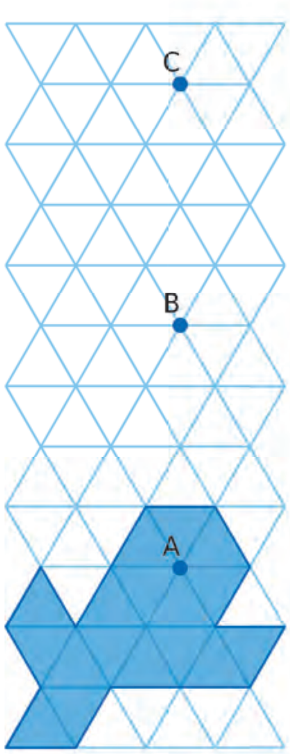
b. Construis, en rouge, l'image de ABC par la rotation de centre B et d'angle 90°.

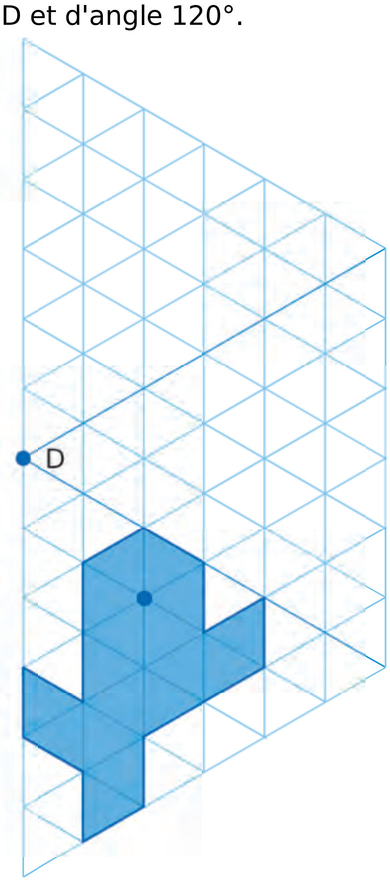
c. Construis, en vert, l'image de ABC par la symétrie d'axe (AC).



2 Construis l'image de la figure bleue...

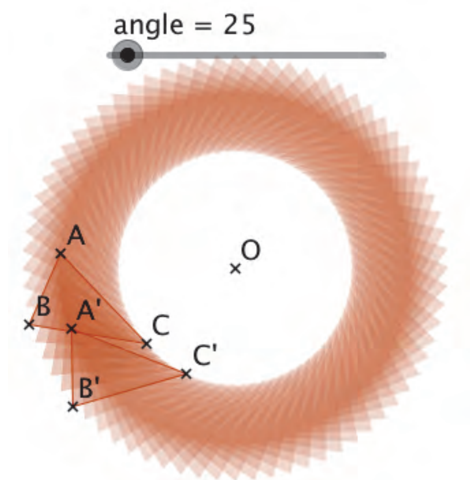
- par la translation qui transforme A en B, puis par celle qui transforme A en C ;
- par la rotation de centre D et d'angle 60°, puis par celle de centre D et d'angle 120°.





3 **Géométrie dynamique** *Anneaux*

a. Construis un triangle ABC et un curseur "*angle*", variant entre 0 et 355, avec un incrément de 5. Construis un point O. Construis l'image A'B'C' du triangle ABC par la rotation de centre O et d'angle "*angle*".



b. Que dire des triangles ABC et A'B'C' ?

....

....

c. En regardant dans la fenêtre *Algèbre*, compare l'aire des triangles ABC et A'B'C'. Comment peut-on justifier ce résultat ?

....

....

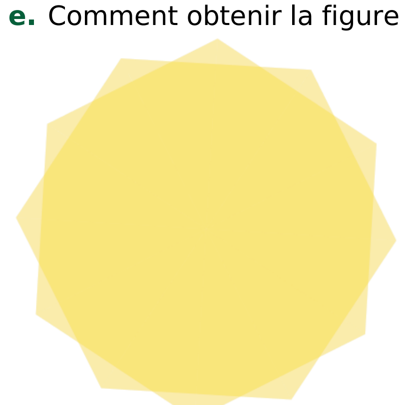
....

....

d. Active la trace du triangle A'B'C' et anime le curseur (bouton droit sur le curseur, puis *Animer*). Combien de triangles comporte la figure quand le curseur varie de 0 à 355 ?

....

e. Comment obtenir la figure ci-dessous ?



....

....

....

....

....

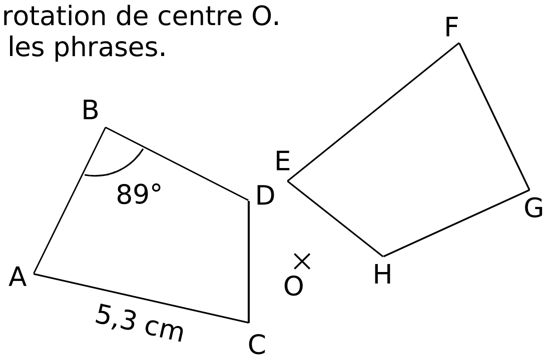
....

....

....

Fiche 4 : utiliser les propriétés de la rotation

1 On a tracé une figure et son image dans une rotation de centre O. Complète les phrases.



a. AC = 5,3 cm donc EF = ……………………

car ……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

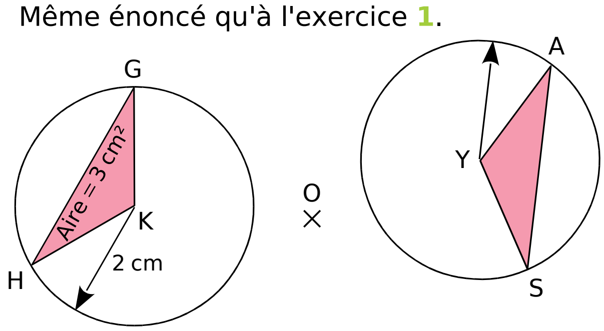
b. $\widehat{ABD}$ = 89° donc $\widehat{FGH}$ = ……………………

car ……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

2 Même énoncé qu'à l'exercice **1**.



a. Aire_{GHK} = 3 cm² donc Aire_{AYS} = ……………………

car ……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

b. Le rayon du cercle de centre K est 2 cm, donc

le rayon du cercle de centre Y est ……………………

car ……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

3 Voici les images des points d'une figure par une rotation d'angle 25°.

Point	A	E	T	K	F	C
Image	P	R	S	L	G	D

a. On sait que ET = 2,3 cm et GD = 1,9 cm. Donne les longueurs RS et FC. Justifie.

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

b. PSD est un triangle équilatéral de 5 cm de côté. Quel autre triangle équilatéral est-on certain d'avoir sur la figure ? Justifie.

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

c. $\widehat{TKC}$ = 45°. Quelle autre mesure d'angle peux-tu en déduire ? Justifie.

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

d. On sait que (LS) et (LR) sont perpendiculaires. Quelle est la nature du triangle ETK ? Pourquoi ?

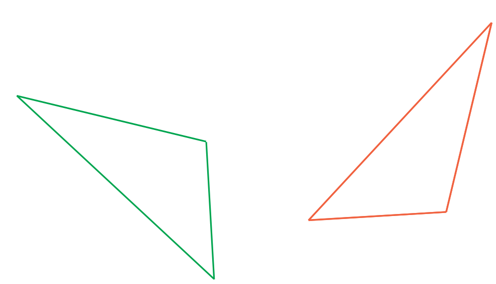
……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

4 Construis le centre de la rotation qui transforme le triangle rouge en le triangle vert. Explique ta démarche.



……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

G4 Trigonométrie

g5.re/1cc g5.re/c1m g5.re/6mj

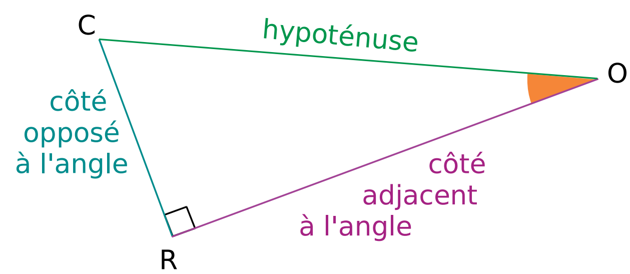
1 Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu

A Définitions

Définitions Dans un **triangle rectangle**,

- le **sinus d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur de l'hypoténuse ;
- le **cosinus d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse ;
- la **tangente d'un angle aigu** est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur du côté adjacent à cet angle.

Exemple : Le triangle COR est rectangle en R.

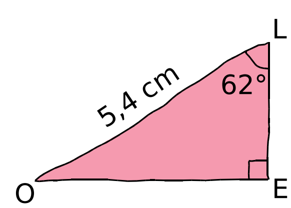


- **S**in $\widehat{COR} = \dfrac{\text{côté } \textbf{O}\text{pposé à } \widehat{COR}}{\textbf{H}\text{ypoténuse}} = \dfrac{RC}{CO}$
- **C**os $\widehat{COR} = \dfrac{\text{côté } \textbf{A}\text{djacent à } \widehat{COR}}{\textbf{H}\text{ypoténuse}} = \dfrac{RO}{CO}$
- **T**an $\widehat{COR} = \dfrac{\text{côté } \textbf{O}\text{pposé à } \widehat{COR}}{\text{côté } \textbf{A}\text{djacent à } \widehat{COR}} = \dfrac{RC}{RO}$

Remarques :

- Pour retenir facilement ces formules, on peut utiliser le moyen mnémotechnique suivant : SOH – CAH – TOA qui correspond aux initiales en gras dans les formules précédentes.
- Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont toujours compris entre 0 et 1.
- La tangente d'un angle aigu est un nombre strictement positif.

B Applications



Exemple 1 : Dans le triangle LEO rectangle en E,
on connait la longueur LO et la mesure de l'angle $\widehat{ELO}$.
On veut calculer la longueur du segment [OE] puis celle du segment [EL].

Dans le triangle LEO rectangle en E, [LO] est l'hypoténuse ; [OE] est le côté opposé à l'angle $\widehat{ELO}$.	→	On cite les données de l'énoncé qui permettent de choisir la relation trigonométrique à utiliser. On doit utiliser le sinus de l'angle $\widehat{ELO}$.
$\sin \widehat{ELO} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{ELO}}{\text{hypoténuse}}$	→	On écrit le sinus de l'angle connu.
$\sin \widehat{ELO} = \dfrac{OE}{LO}$	→	La longueur cherchée OE doit apparaitre dans le rapport.
$OE = LO \times \sin \widehat{ELO}$	→	On applique la règle des produits en croix.
$OE = 5{,}4 \times \sin 62°$	→	On saisit 5,4 × SIN 62 à la calculatrice.
$OE \approx 4{,}8$ cm	→	OE est inférieure à LO. Le résultat est cohérent.

Pour calculer la longueur du segment [EL], on peut utiliser deux méthodes différentes.

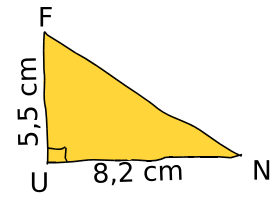
Première méthode : On utilise le théorème de Pythagore dans le triangle LEO rectangle en E.

$LO^2 = OE^2 + EL^2$
$5,4^2 = 4,8^2 + EL^2$
$EL^2 = 5,4^2 - 4,8^2 = 6,12$
$EL = \sqrt{6,12}$
donc $EL \approx 2,5$ cm

Deuxième méthode : On utilise une deuxième relation trigonométrique.

Dans le triangle LEO rectangle en E, [LO] est l'hypoténuse [EL] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ELO}$	→	On cite les données de l'énoncé qui permettent de choisir la relation trigonométrique à utiliser. On doit utiliser le cosinus de $\widehat{ELO}$.
$\cos \widehat{ELO} = \dfrac{\text{côté adjacent à } \widehat{ELO}}{\text{hypoténuse}}$	→	On écrit le cosinus de l'angle connu.
$\cos \widehat{ELO} = \dfrac{EL}{LO}$	→	La longueur cherchée doit apparaitre dans le rapport.
$EL = LO \times \cos \widehat{ELO}$	→	On applique la règle des produits en croix.
$EL = 5,4 \times \cos 62°$	→	On saisit 5,4 × COS 62 à la calculatrice.
$EL \approx 2,5$ cm	→	EL est inférieure à LO. Le résultat est cohérent.

Exemple 2 :
Dans le triangle FUN rectangle en U,
on connait les longueurs FU et UN.
On veut calculer la mesure de l'angle $\widehat{UNF}$ arrondie au degré.



Dans le triangle FUN rectangle en U, [FU] est le côté opposé à l'angle $\widehat{UNF}$ [UN] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{UNF}$	→	On cite les données de l'énoncé qui permettent de choisir la relation trigonométrique à utiliser. On doit utiliser la tangente de $\widehat{UNF}$.
$\tan \widehat{UNF} = \dfrac{\text{côté opposé à } \widehat{UNF}}{\text{côté adjacent à } \widehat{UNF}}$ $\tan \widehat{UNF} = \dfrac{UF}{UN}$	→	On écrit la tangente de l'angle recherché.
$\tan \widehat{UNF} = \dfrac{5,5}{8,2}$	→	On saisit 2nde ou SHIFT puis TAN (5,5 ÷ 8,2) à la calculatrice.
$\widehat{UNF} \approx 34°$	→	On arrondit à l'unité.

2 *Relations trigonométriques*

Propriétés

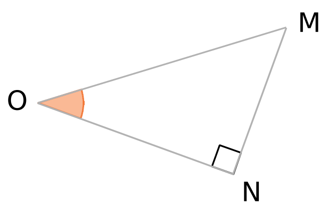
Pour tout angle aigu $\widehat{A}$, $\left(\cos \widehat{A}\right)^2 + \left(\sin \widehat{A}\right)^2 = 1$ et $\tan \widehat{A} = \dfrac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}}$.

Exemple : On sait que $\cos \widehat{A} = 0,8$. Grâce à ces formules, on peut en déduire $\sin \widehat{A}$ puis $\tan \widehat{A}$.

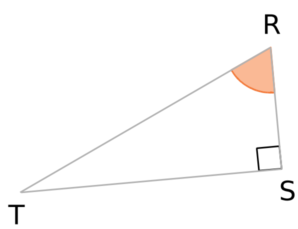
- $\cos^2 \widehat{A} + \sin^2 \widehat{A} = 1$ donc $\sin^2 \widehat{A} = 1 - \cos^2 \widehat{A} = 1 - 0,8^2 = 1 - 0,64 = 0,36$
  Le sinus d'un angle aigu est un nombre positif donc $\sin \widehat{A} = \sqrt{0,36} = 0,6$.
- $\tan \widehat{A} = \dfrac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}} = \dfrac{0,6}{0,8} = 0,75$

1 Repasse en couleur les côtés demandés.

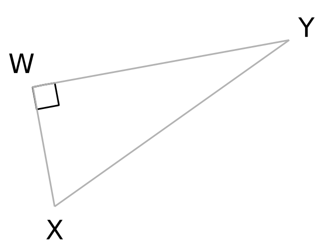
a. Le côté opposé à l'angle $\widehat{MON}$.



b. L'hypoténuse en rouge, et le côté opposé à l'angle $\widehat{SRT}$ en bleu.

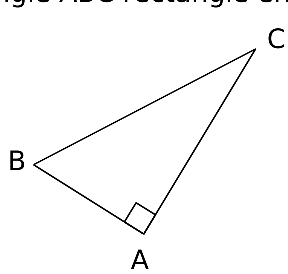


c. L'hypoténuse en rouge, et le côté adjacent à l'angle $\widehat{WXY}$ en bleu.



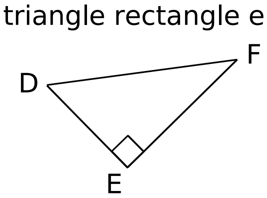
2 Dans chaque cas, complète les tableaux.

a. Soit un triangle ABC rectangle en A.



L'hypoténuse	
Côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$	
Côté adjacent à l'angle $\widehat{ACB}$	

b. Soit DEF un triangle rectangle en E.

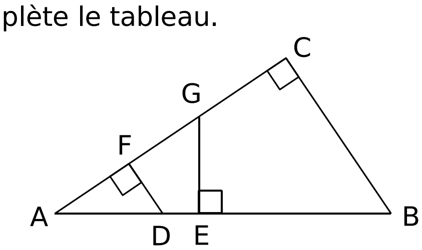


Côté opposé à l'angle $\widehat{EDF}$	
L'hypoténuse	
	[DE]

c. GHI est un triangle rectangle en H.

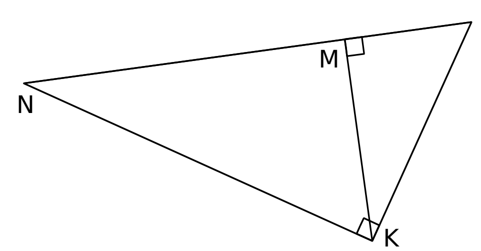
	[GH]
Côté adjacent à l'angle $\widehat{HIG}$	
	[IG]

3 Complète le tableau.



Triangle rectangle	Angle aigu	Côté opposé	Côté adjacent
AFD	$\widehat{FAD}$		
AGE	$\widehat{FAD}$		
ACB	$\widehat{FAD}$		
	$\widehat{ABC}$		
		[AF]	[FD]
			[GE]

4 On considère la figure suivante.



a. Dans le triangle NKL,
- l'hypoténuse est : ....
- le côté opposé à l'angle $\widehat{NLK}$ est : ....
- le côté adjacent à l'angle $\widehat{NLK}$ est : ....

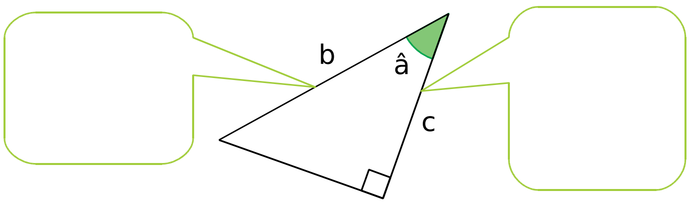
b. Dans le triangle KMN,
- l'hypoténuse est : ....
- le côté opposé à l'angle $\widehat{MNK}$ est : ....

c. Dans le triangle KLM,
- l'hypoténuse est : ....
- le côté adjacent à l'angle $\widehat{LKM}$ est : ....

Fiche 2 : calculer des longueurs

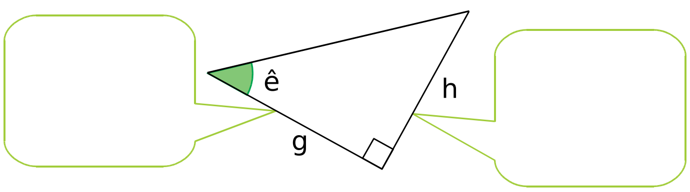
1 Dans chaque triangle rectangle, sont donnés un angle aigu et deux côtés.
Complète les bulles (côté adjacent à l'angle..., ...) puis écris la relation trigonométrique adaptée.

a.



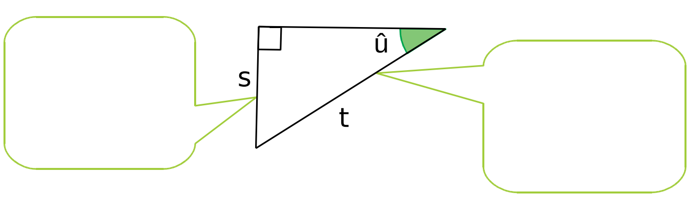
....

b.



....

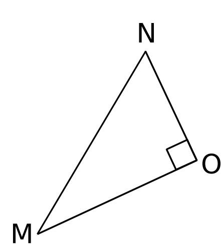
c.



....

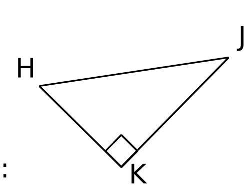
2 *Le bon rapport*

a. Dans le triangle MNO rectangle en O, exprime le cosinus de l'angle $\widehat{MNO}$.



....

b. Dans le triangle HJK rectangle en K, exprime :



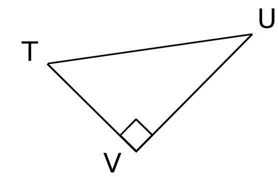
- le sinus de l'angle $\widehat{KHJ}$:

  ....

- la tangente de l'angle $\widehat{KHJ}$:

  ....

3 TUV est un triangle rectangle en V.
Écris tous les rapports trigonométriques possibles.



....

....

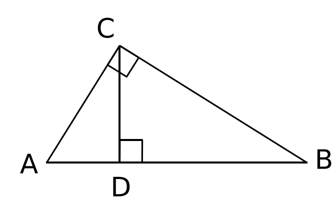
....

....

....

....

4 À l'aide de la figure ci-contre, complète les phrases ci-dessous.



a. Dans le triangle ABC rectangle en C, on a :

$\cos \widehat{BAC}$ = ... $\cos \widehat{ABC}$ = ...

b. Dans le triangle BCD ...., on a :

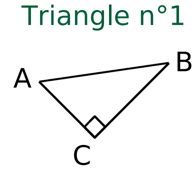
$\sin \widehat{BCD}$ = ... $\tan \widehat{DBC}$ = ...

c. Dans le triangle ADC ...., on a :

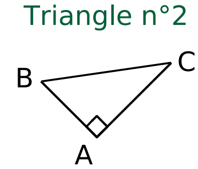
$\sin \widehat{ACD}$ = ...

5 Complète le tableau avec le numéro du triangle qui convient.

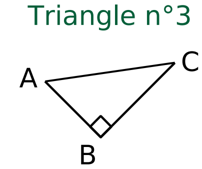
Triangle n°1



Triangle n°2



Triangle n°3



		n°
a.	$\cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC}$	
b.	$\tan \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC}$	

		n°
c.	$\sin \widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AC}$	
d.	$\tan \widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AC}$	

1 À l'aide de la calculatrice, calcule les valeurs, arrondies au centième, du sinus et de la tangente des angles donnés.

Angle	20°	30°	45°	60°	83°
Sinus					
Tangente					

2 À l'aide de la calculatrice, calcule la valeur, arrondie au degré, de la mesure des angles.

a.

Sinus	0,32	0,4	0,9	1,2
Angle				

b.

Tangente	0,28	1,5	2,3	40
Angle				

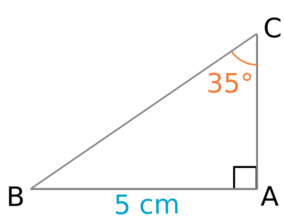
3 Détermine la valeur de l'inconnue.

a. $5{,}6 = \dfrac{x}{3{,}5}$

b. $\dfrac{8{,}5}{y} = \dfrac{3{,}4}{5{,}2}$

4 ABC est un triangle rectangle en A.
AB = 5 cm
et $\widehat{BCA}$ = 35°.

On veut calculer la longueur BC.



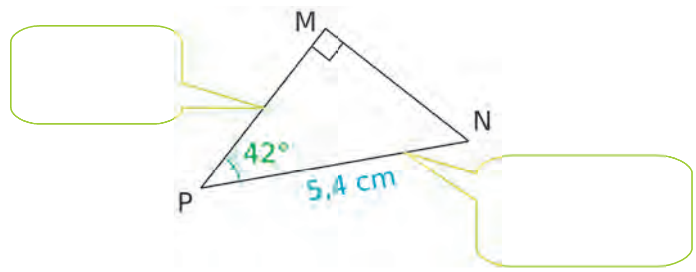
a. Repasse, en rouge, le segment dont la longueur est connue et, en vert, celui dont la longueur est recherchée.
Quel rapport trigonométrique peux-tu utiliser ici ?

b. Écris l'égalité correspondante.

c. Calcule BC.

5 MNP est un triangle rectangle en M tel que PN = 5,4 cm et $\widehat{MPN}$ = 42°.

On veut calculer la longueur MP.

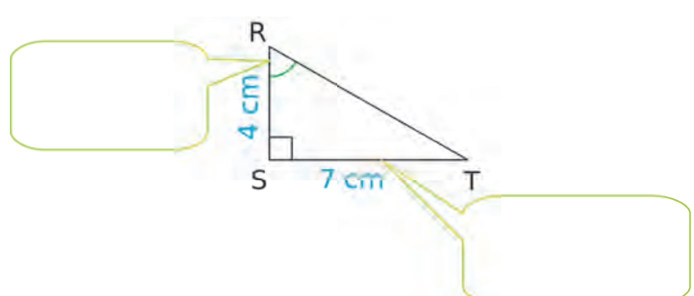


a. Complète la légende, déduis-en le rapport que l'on peut utiliser, et écris l'égalité.

b. Calcule MP.

6 RST est un triangle rectangle en S tel que RS = 4 cm et ST = 7 cm.

On veut calculer la mesure de l'angle $\widehat{SRT}$.

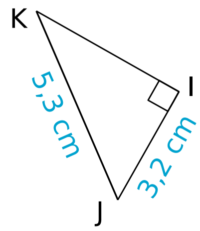


a. Complète la légende, déduis-en le rapport que l'on peut utiliser, et écris l'égalité.

b. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{SRT}$.

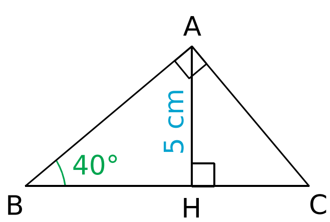
Fiche 4 : calculer des angles (2)

1 IJK est un triangle rectangle en I tel que IJ = 3,2 cm et JK = 5,3 cm.



Calcule la mesure de l'angle $\widehat{IKJ}$, arrondie au degré.

2 ABC est un triangle rectangle en A.



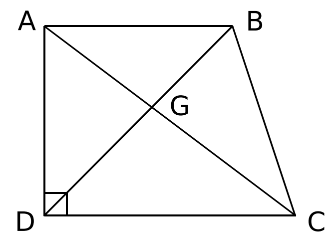
H est le pied de la hauteur issue de A.

AH = 5 cm ; $\widehat{ABC}$ = 40°.

a. Calcule la longueur AB, arrondie au dixième.

b. Calcule la longueur BC, arrondie au dixième.

3 ABCD est un trapèze rectangle, de bases [AB] et [CD], tel que AB = AD = 4,5 cm et DC = 6 cm.



a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ACD}$, arrondie au degré.

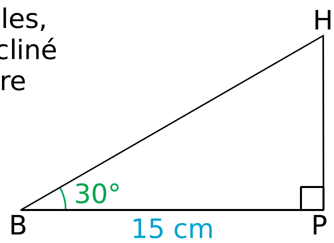
b. Calcule la longueur de la diagonale [AC].

c. Calcule la longueur BD, arrondie au millimètre.

d. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$, arrondie au degré.

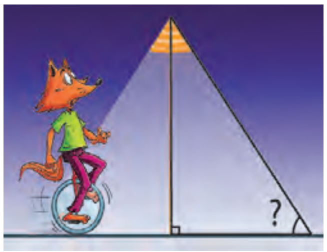
1 Pour propulser des billes, Luc a construit un plan incliné de 30° dont la base mesure 15 cm de long.

Quelle est la longueur de la pente ? Donne l'arrondi au millimètre.



2 Dans la nuit, un lampadaire de 2,60 m de haut dessine sur le sol un disque de 95 cm de rayon.

Quelle est la mesure de l'angle formé par le cône de lumière avec le sol ? Arrondis au degré.



3 Pour effectuer une réparation sur un toit, Esteban doit poser son échelle contre un mur. Pour qu'elle soit suffisamment stable et qu'elle ne glisse pas, cette dernière doit former un angle d'au moins 65° avec le sol.

a. L'échelle mesure 2,20 m. Gêné par une jardinière de fleurs, Esteban n'a pu poser son échelle qu'à 1,20 m du mur.

Cette échelle sera-t-elle suffisamment stable ? Justifie.

b. À quelle distance maximum du mur doit-il placer son échelle pour qu'elle soit stable ?

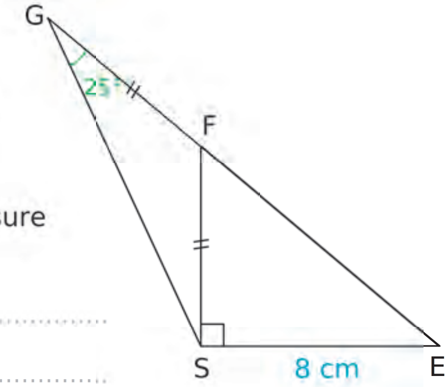
4 ABC est un triangle, rectangle en B, tel que AB = 8 cm et $\widehat{BAC} = 30°$.

a. Construis la figure en vraie grandeur.

b. On note H le pied de la hauteur issue de B. Calcule, en centimètres, la longueur du segment [AH], arrondie au millimètre.

c. Calcule, en centimètres, la longueur du segment [BC], arrondie au millimètre.

1 Sachant que les points E, F et G sont alignés, on veut calculer la longueur FS.



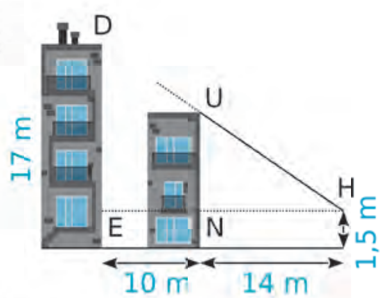
a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{GFS}$.

b. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{SFE}$.

c. Déduis-en l'arrondi, au dixième, de FS.

2 Deux immeubles, distants de 10 m, sont situés l'un derrière l'autre. Le premier immeuble a pour hauteur 12 m.

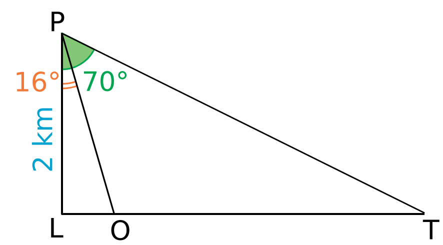
Hakim (H) se trouve à 14 m du premier immeuble, ses yeux sont à 1,50 m du sol.



Peut-il voir le 2ᵉ immeuble qui mesure 17 m ?

3 Joseph veut connaitre la distance entre deux monuments placés en O et en T, et alignés avec L. Il sait que LP = 2 km et que (LP) ⊥ (LT).

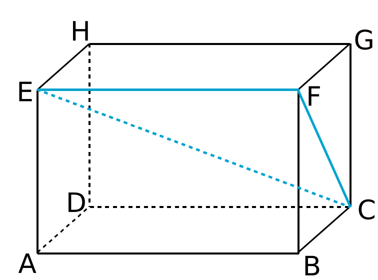
Par visée à partir du point P, il a obtenu les mesures des angles $\widehat{LPO}$ et $\widehat{LPT}$.



a. Exprime OT en fonction de LT et LO.

b. Calcule OT.

4 ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que :
AB = 10 cm ;
BC = 4,8 cm ;
GC = 6,4 cm.



a. Calcule FC.

b. Quelle est la nature du triangle EFC ?

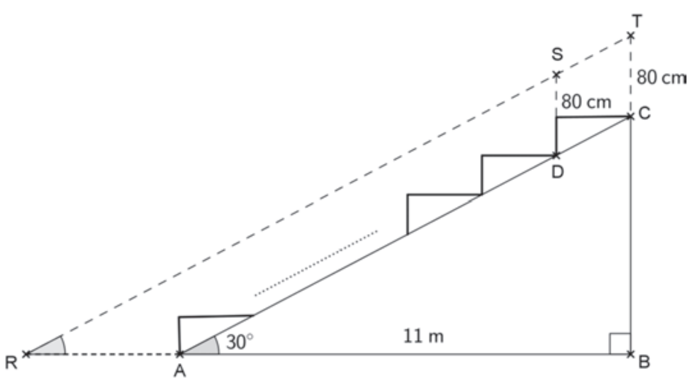
c. Donne l'arrondi à l'unité de la mesure de l'angle $\widehat{FCE}$.

1 Pour toucher le chapeau d'Averell, Lucky Luke va devoir incliner son pistolet avec précision. On suppose que les deux cow-boys se tiennent perpendiculairement au sol.

Taille d'Averell : 7 pieds soit 2,13 m
Distance du sol au pistolet : PS = 1m
Distance du pistolet à Averell : PA = 6m
Le triangle PAC est rectangle en A.

Calcule l'angle d'inclinaison $\widehat{APC}$ formé par la trajectoire de la balle et l'horizontale. Arrondis le résultat au degré près.

2 La figure ci-dessous représente le plan de coupe d'une tribune d'un gymnase. Pour voir le déroulement du jeu, un spectateur du dernier rang assis en C doit regarder au-dessus du spectateur placé devant lui et assis en D. Une partie du terrain devant la tribune lui est alors masquée. On considèrera que la hauteur moyenne d'un spectateur assis est de 80 cm (CT = DS = 80 cm).



Sur ce plan de coupe de la tribune :

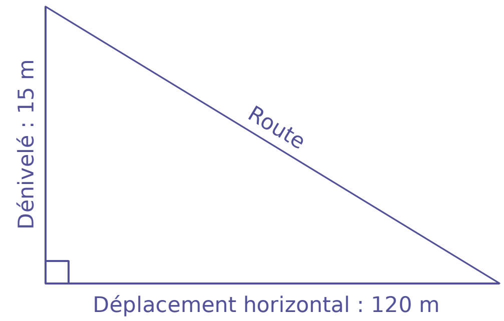
- les points R, A et B sont alignés horizontalement et les points B, C et T sont alignés verticalement ;
- les points R, S et T sont alignés parallèlement à l'inclinaison (AC) de la tribune ;
- on considèrera que la zone représentée par le segment [RA] n'est pas visible par le spectateur du dernier rang ;
- la largeur au sol AB de la tribune est de 11 m et l'angle $\widehat{BAC}$ d'inclinaison de la tribune mesure 30°.

a. Montre que la hauteur BC de la tribune mesure 6,35 m, arrondie au centième de mètre près.

b. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{BRT}$?

c. Calcule la longueur RA en centimètres. Arrondis le résultat au centimètre près.

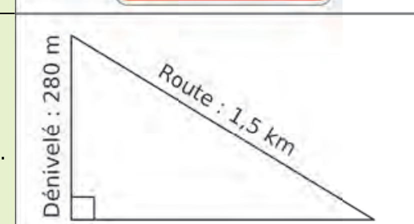
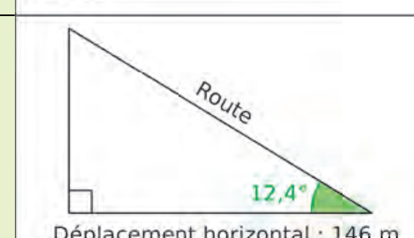
3 On obtient la pente d'une route en calculant le quotient du dénivelé (c'est-à-dire du déplacement vertical) par le déplacement horizontal correspondant. Une pente s'exprime sous forme d'un pourcentage.



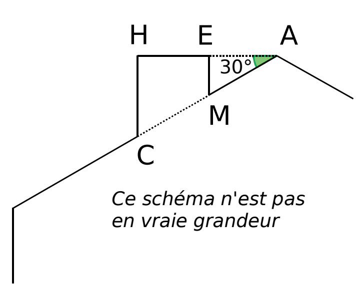
Sur l'exemple ci-dessus, la pente de la route est :

$$\frac{\text{dénivelé}}{\text{déplacement horizontal}} = \frac{15}{120} = 0{,}125 = 12{,}5\ \%.$$

Classe les pentes suivantes dans l'ordre décroissant, c'est-à-dire de la pente la plus forte à la pente la moins forte.

Route descendant du château des Adhémar, à Montélimar.	
Tronçon d'une route descendant du col du Grand Colombier (Ain).	
Tronçon d'une route descendant de l'Alto de l'Angliru (région des Asturies, Espagne).	

4 On désire rajouter une sortie de cheminée au tracé d'une maison.



Ce schéma n'est pas en vraie grandeur

- les points H, E et A sont alignés ;
- les points C, M et A sont alignés ;
- [CH] et [EM] sont perpendiculaires à [HA] ;
- AM = 16 ;
- MC = 10 ;
- $\widehat{HAC}$ = 30°.

Calcule EM, HC et HE afin de pouvoir obtenir une belle sortie de cheminée.

G5 Espace

g5.re/qd5

g5.re/j4q

g5.re/th5

1 La sphère et la boule

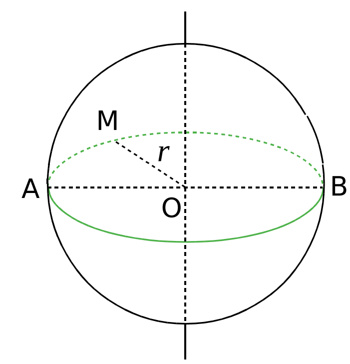
A Définitions

Définitions

- La **sphère** de centre O et de rayon r ($r > 0$) est **l'ensemble des points M** de l'espace tels que $OM = r$.
- La **boule** de centre O et de rayon r ($r > 0$) est **l'ensemble des points M** de l'espace tels que $OM \leqslant r$.

Exemple :

- [AB] est un diamètre de la sphère (segment qui joint deux points de la sphère passant par le centre de la sphère).
- Le cercle vert est un **grand cercle** de la sphère (cercle de centre O et de **rayon** r).



Remarque :

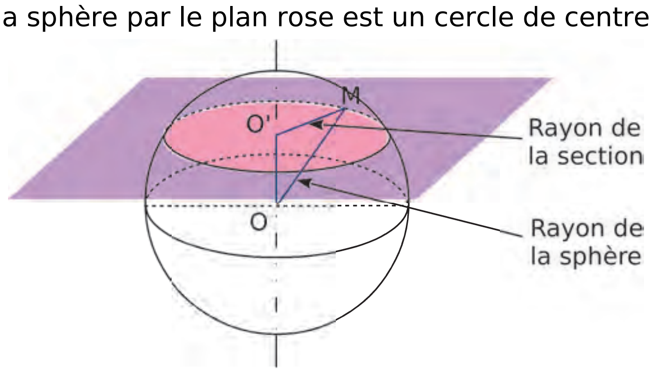
On peut dire que la sphère est l'enveloppe de la boule (comme la peau d'une orange) tandis que la boule est l'intérieur.

B Section

Propriété La section d'une sphère de centre O par un plan est un **cercle**.

Exemple :

Ci-dessous, la section de la sphère par le plan rose est un cercle de centre O' et de rayon O'M.



Remarques :

- Lorsque le plan ne passe pas par le centre de la sphère, la droite (OO') est perpendiculaire au plan de section.
- La section d'une boule par un plan est un disque.
- Le rayon de la section est toujours plus petit ou égal au rayon de la sphère.
- Dans le cas où le plan de section passe par le centre de la sphère, le rayon de la section est égal au rayon de la sphère. La section est alors appelée **grand cercle**.

2 Repérage sur une sphère

On assimile la Terre à une sphère. On la quadrille de **parallèles** qui sont des cercles situés dans les plans parallèles au plan de l'**Équateur**, et de **méridiens** qui sont des demi-cercles passant par les pôles, le méridien d'origine étant le **méridien de Greenwich**.

Définition Tout point sur Terre est repéré par ses **coordonnées géographiques** (**latitude** ; **longitude**)

- La **latitude** d'un point est la mesure de l'angle entre l'**Équateur** et le **parallèle** passant par ce point, orienté Nord ou Sud.
- La **longitude** d'un point est la mesure de l'angle entre le **méridien de Greenwich** et le **méridien** passant par ce point, orienté Ouest ou Est.

Remarque : Les latitudes sont comprises entre 0° et 90° Nord ou Sud ;
les longitudes sont comprises entre 0° et 180° Est ou Ouest.

3 Volume

A Volume de la boule

Propriété Pour calculer le **volume $\mathcal{V}$ d'une boule**, on utilise la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 \text{ où } r \text{ désigne le rayon.}$$

Exemple : Calcule le volume $\mathcal{V}$ d'une boule de rayon 5 cm.
Donne la valeur exacte puis une valeur approchée au dixième près.

$\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times rayon^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3$

$\mathcal{V} = \frac{500}{3}\pi$ cm³ **valeur exacte**

$\mathcal{V} \approx 523{,}6$ cm³ **valeur approchée**

B Agrandissement et réduction

Propriété Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de **rapport k**,

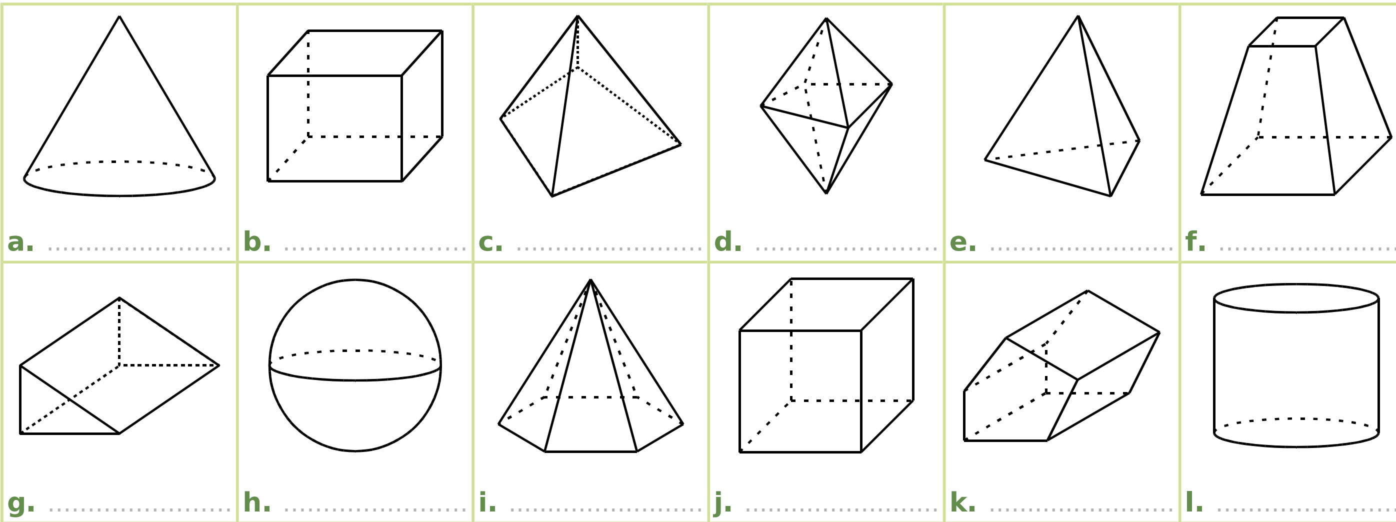
- les longueurs sont **multipliées par k**,
- les aires sont **multipliées par k^2**,
- les volumes sont **multipliés par k^3**.

Exemple : Dans une réduction de rapport $k = 0{,}5$:

- les longueurs sont multipliées par 0,5 ;
- les aires sont multipliées par $0{,}5^2 = 0{,}25$;
- les volumes sont multipliés par $0{,}5^3 = 0{,}125$.

Fiche 1 : reconnaitre différents solides

1 Voici plusieurs solides, représentés en perspective cavalière. Donne le nom de chacun d’eux.

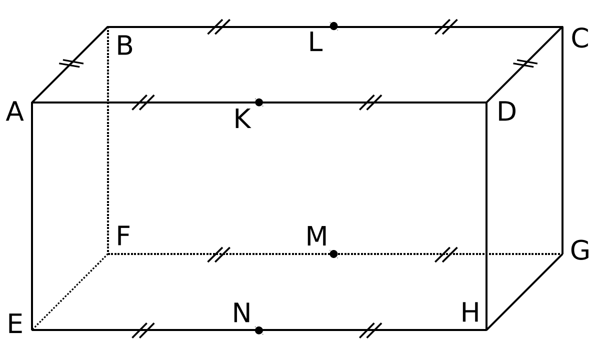


2 Complète à l'aide des figures précédentes.

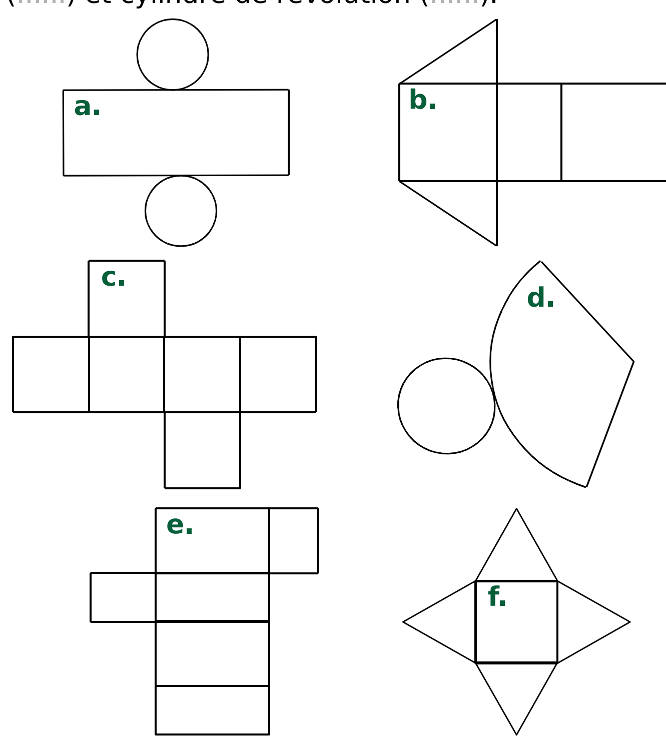
	b.	c.	d.	g.	i.
Nombre de faces					
Nombre de sommets					
Nombre d'arêtes					

3 ABCDEFGH est un pavé droit. Complète.

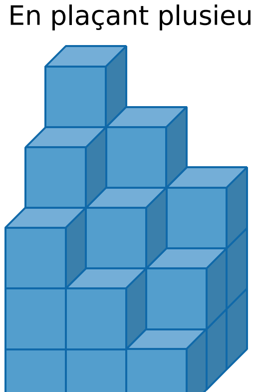
- ABLKEFMN est ....
- MDCGH est ....
- ALKN est ....



4 Associe chaque patron au nom du solide qui lui correspond : prisme droit (......), pyramide (......), cône de révolution (......), cube (......), pavé droit (......) et cylindre de révolution (......).



5 En plaçant plusieurs cubes unités, on construit le solide ci-dessous.



a. Combien de cubes unités au minimum manque-t-il pour compléter ce solide et obtenir un pavé droit ?

....

....

....

b. Combien de cubes compte alors ce pavé droit ?

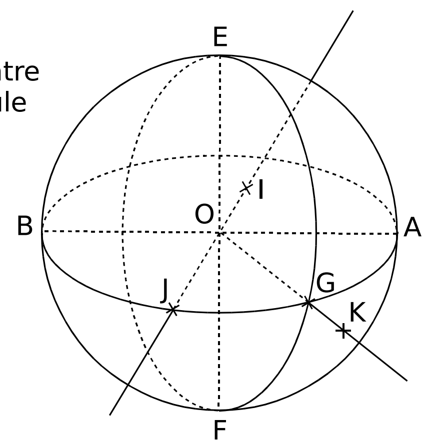
....

1 Dans chaque cas, précise si l'objet peut être assimilé à une sphère ou à une boule.

a. une balle de tennis
b. une balle de ping-pong
c. une bille
d. un ballon de baudruche
e. une boule de billard
f. la lune
g. un ballon de basket
h. une orange
i. une boule de glace
j. une boule de polystyrène

Sphère	Boule

2 La figure ci-contre représente une boule de centre O et de diamètre 5 cm.



a. Complète le tableau ci-dessous.

Points appartenant à...

la sphère de centre O de rayon OA	
la boule de centre O de rayon OA	
aucune des deux	

b. Place, sur la figure, le point H, diamétralement opposé à G. Puis place, sur la demi-droite [OG), un point L qui appartient à la boule de rayon OA.

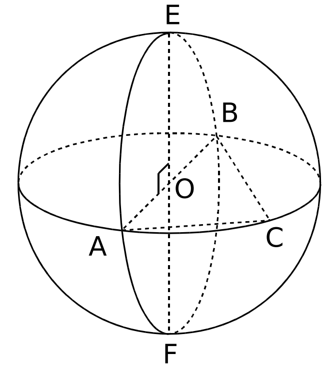
c. Complète.

- [AB] est un .... de la sphère.
- [OG] est un .... de la sphère.
- [OJ] est un .... de la sphère.
- [GH] est un .... de la sphère.
- Le cercle de centre O et de diamètre [EF] est appelé .... de la sphère.

d. Quel est le périmètre du cercle de centre O et de diamètre [EF] ?

....

3 La figure ci-dessous représente une sphère de centre O et de rayon 3 cm. [AB] et [EF] sont deux diamètres perpendiculaires, et C est un point d'un grand cercle tel que AC = 4 cm.



a. Complète.

AB = ... cm ; AO = ... cm.

b. Quelle est la nature du triangle EAO ? Justifie.

....

....

....

c. Construis, en vraie grandeur, le triangle EAO.

d. Construis, en vraie grandeur, le triangle ABC rectangle en C.

e. Calcule la longueur BC. Arrondis au dixième.

....

....

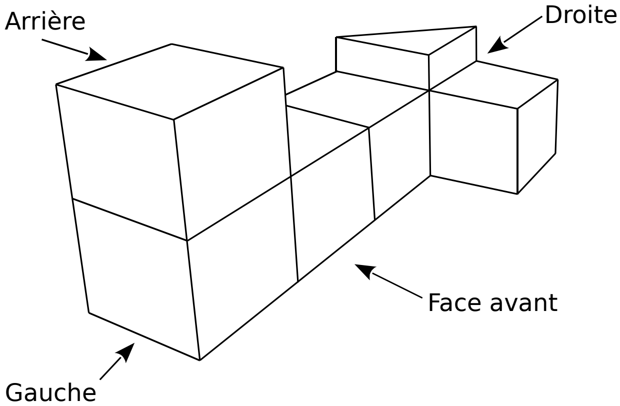
....

....

....

Fiche 3 : calculer des volumes (1)

1 Pour obtenir le solide représenté ci-dessous, on a empilé et collé 6 cubes de 4 cm d'arête et un prisme droit. La hauteur du prisme est égale à la moitié de l'arête des cubes.



Calcule le volume du solide, en cm^3.

....

....

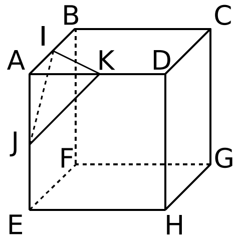
....

....

....

....

2 ABCDEFGH est un cube d'arête AB = 12 cm.



I est le milieu du segment [AB] ;
J est le milieu du segment [AE] ;
K est le milieu du segment [AD].

a. Calcule l'aire du triangle AIK.

....

....

....

b. Calcule le volume de la pyramide AIKJ de base AKI.

....

....

....

c. Quelle fraction du volume du cube représente le volume de la pyramide AIKJ ? Écris le résultat sous forme d'une fraction de numérateur 1.

....

....

....

3 Georges a acheté, pour ses enfants, un ballon gonflable en forme de sphère. Le diamètre de ce ballon est de 30 cm.

a. Calcule le volume du ballon, arrondi au cm^3.

....

....

....

....

b. À présent, Georges doit le gonfler. À chaque expiration, il souffle 500 cm^3 d'air dans le ballon. Combien de fois devra-t-il souffler pour le gonfler au maximum ?

....

....

....

....

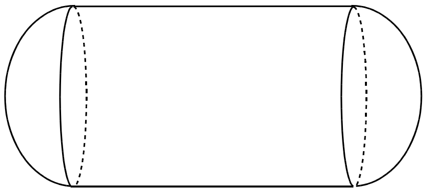
c. Quelle est la surface de ce ballon ?

....

....

....

4 Une gélule a la forme d'un cylindre droit, de longueur 1 cm, avec une demi-sphère collée à chacune de ses bases, de rayon 3 mm.



a. Reporte sur la figure les longueurs de l'énoncé, exprimées en millimètre.

b. Calcule le volume total exact de la gélule, puis son volume arrondi à l'unité.

....

....

....

....

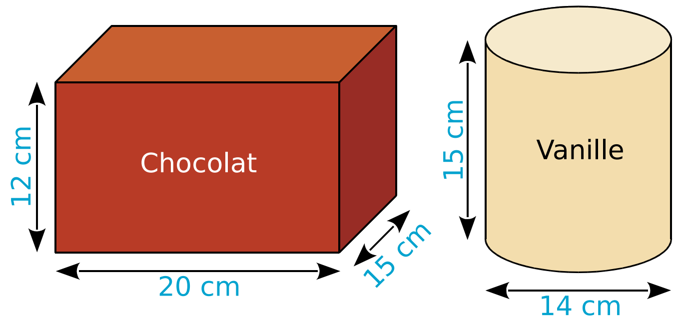
....

....

....

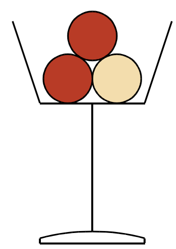
....

1 Un restaurant propose en dessert des coupes de glace composées de trois boules, supposées parfaitement sphériques, de diamètre 4,2 cm.



Le pot de glace au chocolat ayant la forme d'un parallélépipède rectangle est plein, ainsi que le pot de glace cylindrique à la vanille.

Le restaurateur veut constituer des coupes avec deux boules au chocolat et une boule à la vanille.



a. Montre que le volume d'un pot de glace au chocolat est 3 600 cm³.

b. Calcule la valeur, arrondie au cm³, du volume d'un pot de glace à la vanille.

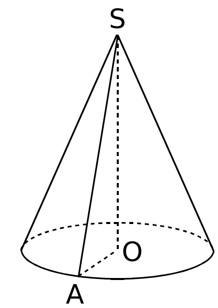
c. Calcule la valeur, arrondie au cm³, du volume d'une boule de glace contenue dans la coupe.

d. Sachant que le restaurateur doit faire 100 coupes de glace, combien doit-il acheter de pots au chocolat et de pots à la vanille ?

2 On considère une bougie conique représentée ci-contre.

Le rayon OA de sa base est 2,5 cm.
La longueur du segment [SA] est 6,5 cm.

La figure n'est pas aux dimensions réelles.



a. Sans justifier, donne la nature du triangle SAO et construis-le en vraie grandeur.

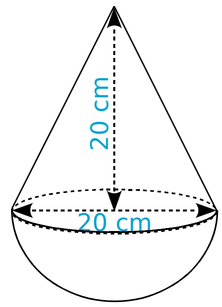
b. Montre que la hauteur SO de la bougie est 6 cm.

c. Calcule le volume de cire nécessaire à la fabrication de cette bougie ; on donnera la valeur arrondie au dixième de cm³.

d. Calcule l'angle $\widehat{ASO}$; on donnera la valeur arrondie au degré.

Fiche 5 : calculer des volumes (3)

1 Le culbuto ci-contre est un jouet pour enfant qui oscille sur une base sphérique.



a. Calcule son volume exact, puis arrondis au cm^3.

....

....

....

....

....

....

b. La base sphérique est remplie de sable. Quelle proportion du jouet est occupée par le sable ?

....

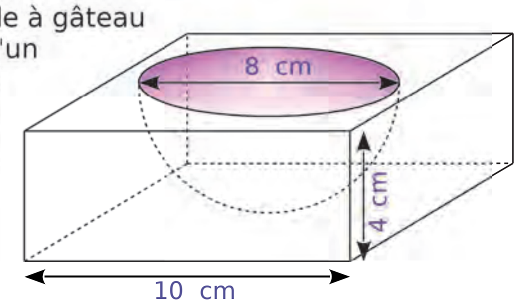
....

....

....

....

2 Ce moule à gâteau a la forme d'un pavé droit à base carrée dans lequel on a évidé une demi-boule.



a. Calcule le volume de plastique nécessaire pour fabriquer ce moule, arrondi au centième de cm^3.

....

....

....

....

b. Ce moule a servi à Catherine pour faire un gâteau qu'elle veut à présent napper de chocolat. Détermine la surface de gâteau à recouvrir, arrondie au centième de cm^2.

....

....

....

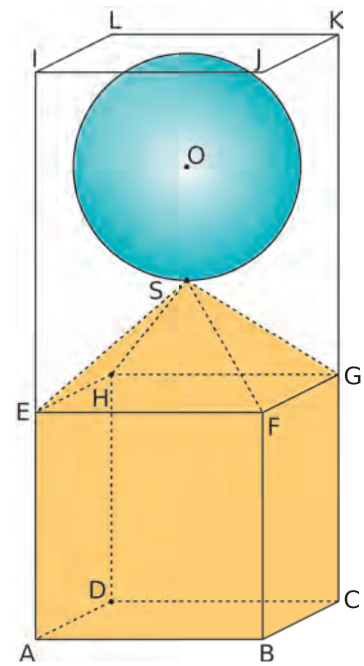
....

3 On considère les trois solides suivants :

- la boule de centre O et de rayon SO tel que SO = 3 cm ;
- la pyramide SEFGH de hauteur 3 cm dont la base est le carré EFGH de côté 6 cm ;
- le cube ABCDEFGH d'arête 6 cm.

Ces trois solides sont placés dans un récipient.

Ce récipient est représenté par le pavé droit ABCDIJKL, de hauteur 15 cm, dont la base est le carré ABCD de côté 6 cm.



La figure n'est pas en vraie grandeur.

a. Calcule le volume du cube ABCDEFGH, en cm^3.

....

....

b. Calcule le volume de la pyramide SEFGH, en cm^3.

....

....

....

c. Calcule le volume de la boule, en cm^3. (On arrondira à l'unité près.)

....

....

....

d. Déduis-en le volume occupé par les trois solides à l'intérieur du pavé ABCDIJKL, en cm^3.

....

....

....

e. Pourrait-on verser dans ce récipient 20 cl d'eau sans qu'elle ne déborde ?

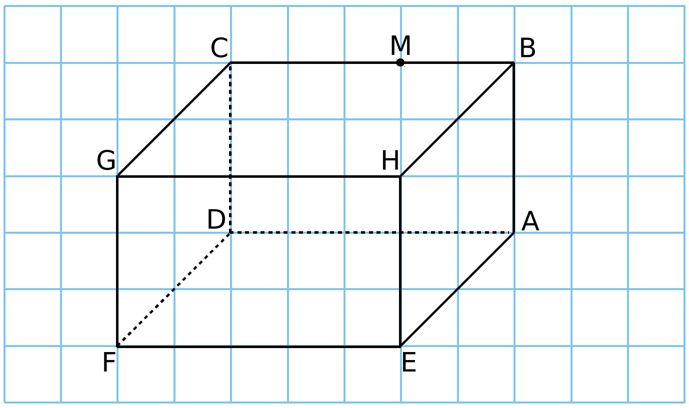
....

....

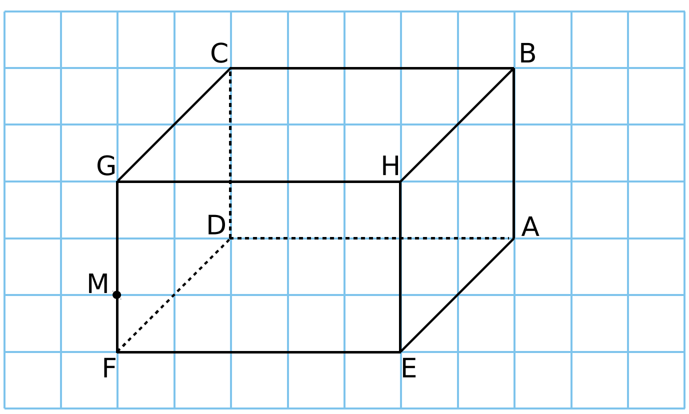
....

1 *Avec un quadrillage*

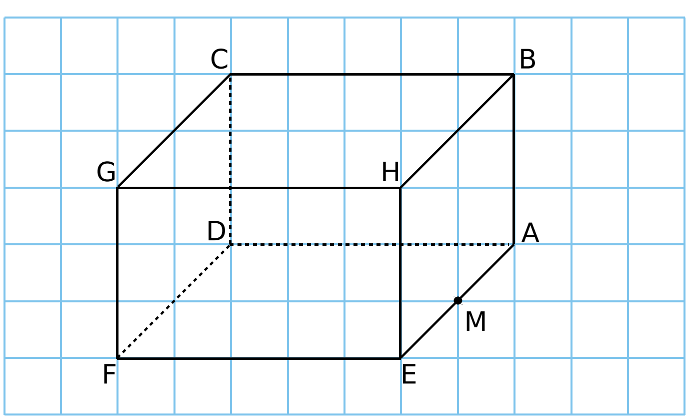
a. Dessine en rouge la section du pavé ABCDEHGF par le plan contenant M et parallèle à la face DFGC.



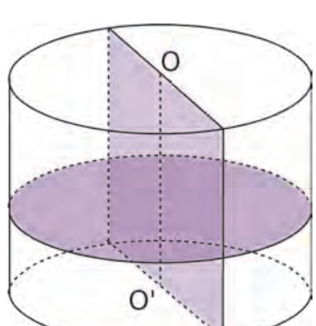
b. Dessine en bleu la section du pavé ABCDEHGF par le plan contenant M et parallèle à la face ADFE.



c. Dessine en vert la section du pavé ABCDEHGF par le plan contenant M et perpendiculaire à l'arête [BH].



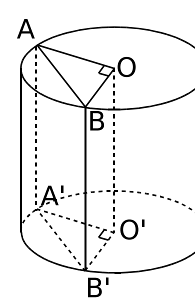
2 On considère un cylindre de révolution de rayon 2,5 cm et de hauteur 3,5 cm.



a. Dessine ci-dessous, en vraie grandeur, la section du cylindre par un plan perpendiculaire à son axe (OO').

b. Dessine ci-dessous, en vraie grandeur, la section de ce cylindre par un plan parallèle à son axe contenant O et O'.

3 On réalise la section ABB'A' par un plan parallèle à l'axe d'un cylindre de hauteur [OO'] mesurant 5 cm et de rayon [OA] mesurant 3 cm, de sorte que le triangle AOB soit rectangle en O.



a. Précise la nature du triangle AOB.

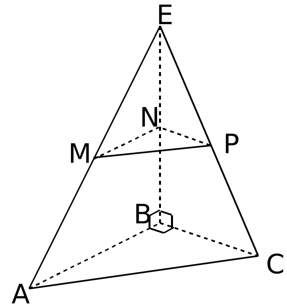
b. Quelle est la nature de la section ABB'A' ?

c. Calcule l'aire de ABB'A', arrondie au dixième.

Fiche 7 : construire des sections de solides (2)

1 EABC est un tétraèdre tel que AB = 12 cm ; BC = 8 cm et BE = 16 cm.

MNP est la section de la pyramide par un plan, parallèle à la base, passant par le point N de [EB] tel que EN = 6,4 cm.



a. Quelle est la nature du triangle MNP ?

....

....

b. Calcule la valeur exacte de MN.

....

....

....

....

....

c. Calcule la valeur exacte de NP.

....

....

....

....

....

d. Trace le triangle MNP en vraie grandeur.

e. Calcule la valeur exacte de MP.

....

....

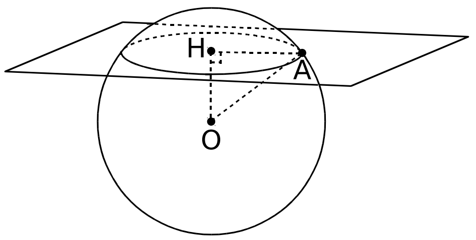
....

....

....

2 *Section d'une sphère*

On réalise la section de la sphère, de centre O et de rayon OA = 7 cm, par un plan représenté ci-contre.



a. Quelle est la nature de cette section ?

....

....

b. Calcule la valeur exacte du rayon HA de cette section, sachant que OH = 4 cm.

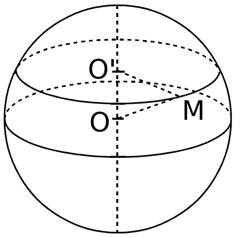
....

....

....

....

3 On réalise la section d'une sphère, de centre O et de rayon 4 cm, par un plan passant par le point O' situé à 2 cm de O.



a. M étant un point de la section, quelle est la nature du triangle OO'M ?

....

....

b. Calcule la valeur exacte du rayon de la section, puis donne la valeur arrondie au millimètre.

....

....

....

....

....

....

c. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{O'OM}$ à 1° près.

....

....

....

....

1 Un triangle A'B'C', rectangle en A' et d'aire 27 cm^2, est un agrandissement d'un triangle ABC, rectangle en A, tel que AB = 3 cm et AC = 2 cm.

Calcule les longueurs A'B' et A'C'.

....

....

....

....

....

....

....

....

2 Une figure a une aire de 124 cm^2.
Après réduction, on obtient une nouvelle figure dont l'aire est 89,59 cm^2.

Détermine le rapport de réduction.

....

....

....

....

3 Soit un cube d'arête 5 cm.

a. Quelle est, en cm^2, l'aire de sa surface totale (c'est-à-dire la surface composée par ses 6 faces) ?

....

....

....

b. Calcule le volume de ce cube, en cm^3.

....

....

....

c. Un autre cube a une surface totale 16 fois plus grande. Quel est le volume de ce cube, en cm^3 ?

....

....

....

....

....

4 Un cylindre a un volume de 51 cm^3.
Quel est le volume du cylindre obtenu après une réduction de rapport 0,6 ?

....

....

....

....

5 On fait subir un agrandissement de coefficient 5 à une pyramide. La pyramide obtenue a un volume de 2 000 cm^3. Quel était le volume de la pyramide de départ ?

....

....

....

....

6 La pyramide du Louvre est une pyramide régulière, à base carrée, de 35 m de côté et de 22 m de hauteur.

a. Fais un schéma.

b. Calcule le volume $\mathcal{V}$ de cette pyramide. Donne la valeur exacte en m^3, puis la valeur arrondie à l'unité.

....

....

....

c. Sur une maquette, on construit une réduction de cette pyramide. Le côté de la base carrée mesure 7 cm. Calcule le coefficient de réduction.

....

....

....

....

d. Déduis-en le volume $\mathcal{V}'$ de la pyramide sur la maquette. Donne la valeur exacte en cm^3, puis la valeur arrondie à l'unité.

....

....

Fiche 9 : se repérer sur une sphère

1 Sur ce globe, quelles villes se trouvent entre...

a. l'équateur et la latitude 20°N ?

....

b. le méridien de Greenwich et la longitude 30°O ?

....

2 Observe le globe ci-dessus. À quelles villes correspondent les coordonnées géographiques suivantes ? Complète le tableau.

33°S 18°E		38°N 9°O	
51°N 0°O		55°N 37°E	
14°N 17°O		5°S 35°O	

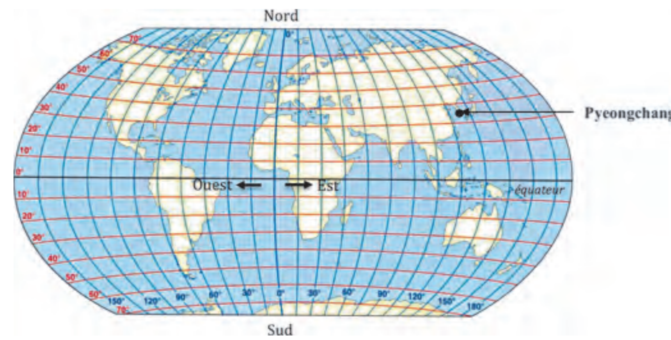
3 Observe le globe ci-dessus. Complète avec les coordonnées géographiques de chaque ville.

Le Caire	
Saint Denis de la Réunion	
Bombay	
Reykjavik	
Libreville	
Kaboul	

4 Le *gros globe de cristal* est un trophée attribué au vainqueur de la Coupe du monde de ski. Ce trophée pèse 9 kg et mesure 46 cm de hauteur.

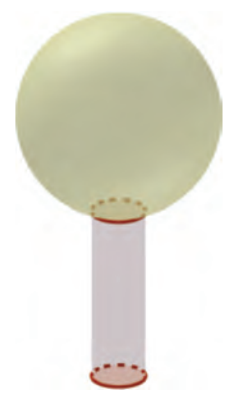
a. Le biathlète français Martin Fourcade a remporté le sixième *gros globe de cristal* de sa carrière en 2017 à Pyeongchang en Corée du Sud.

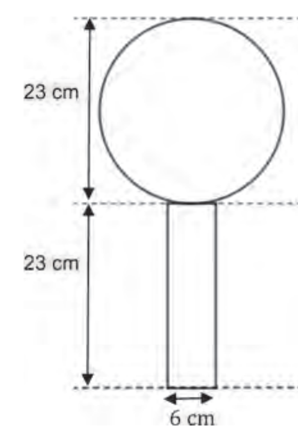
Donne approximativement la latitude et la longitude de ce lieu repéré sur la carte ci-dessous.



....

b. On considère que ce globe est composé d'un cylindre en cristal de diamètre 6 cm, surmonté d'une boule de cristal. Voir schéma ci-dessous. Montre qu'une valeur approchée du volume de la boule de ce trophée est de 6 371 cm^3.





....

....

....

....

c. Marie affirme que le volume de la boule de cristal représente environ 90 % du volume total du trophée. A-t-elle raison ?

....

....

....

....

....

....

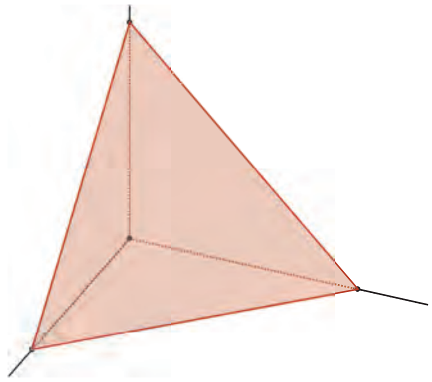
....

....

....

Géométrie dynamique

1 *Agrandissement de tétraèdre*



a. Effectue cette construction.

- Affiche la fenêtre *Graphique*.
- Crée un curseur n entier de 1 à 10, avec un incrément de 1.
- Dans la zone de saisie, entre les coordonnées de ces points pour les placer dans le repère : $\boxed{O=(0,0,0)}$; $\boxed{A=(n,0,0)}$; $\boxed{B=(0,n,0)}$; $\boxed{C=(0,0,n)}$.
- Construis le tétraèdre OABC à l'aide du bouton *Pyramide*. On s'intéresse à son volume.

b. Complète le tableau.

n	1	2	3	4	5
Volume					

n	6	7	8	9	10
Volume					

c. Est-ce un tableau de proportionnalité ?

....

....

....

2 On considère une coupe en forme de cône.

a. Effectue les constructions suivantes.

- Affiche la fenêtre *Graphique*.
- Trace le cercle de centre A(0, 0) passant par le point B(3, 0).
- Dans la fenêtre *Graphique 3D*, place le point C(0, 0, – 8).
- Construis le cône de base le cercle de centre A, de sommet C et de rayon [AB].
- Place un point D sur le segment [AC]. Trace le segment [CD].
- Construis le plan, passant par D, parallèle au plan du cercle.
- Construis l'intersection de ce plan et du cône. Place un point E sur ce cercle.
- Construis le cône de base le cercle de centre D, de sommet C et de rayon [DE].

b. Lorsque la coupe est à moitié pleine (en volume), quelle hauteur le liquide atteint-il ? Réponds avec une précision au dixième.

....

....

3 On considère une bouteille de parfum en forme de pyramide telle que celle ci-dessous.

a. Effectue les constructions suivantes.

- Affiche la fenêtre *Graphique*.
- Construis le carré ABCD de centre O(0, 0) avec : A(– 3, 3) ; B(3, 3) ; C(3, – 3) et D(– 3, – 3).
- Dans la fenêtre *Graphique 3D*, place le point E(0, 0, 8).
- Construis la pyramide, de base le carré ABCD, et de sommet E.
- Place un point F sur le segment [OE]. Trace le segment [OF].
- Construis le plan, passant par F, parallèle au plan du carré.
- Construis l'intersection GHIJ de ce plan et de la pyramide.
- Construis la pyramide, de base le carré GHIJ, et de sommet E.
- Affiche le volume du solide ABCDGHIJ.

b. Lorsque la bouteille de parfum est remplie aux deux tiers (en volume), quelle hauteur le liquide atteint-il ? Réponds avec une précision au dixième.

....

....

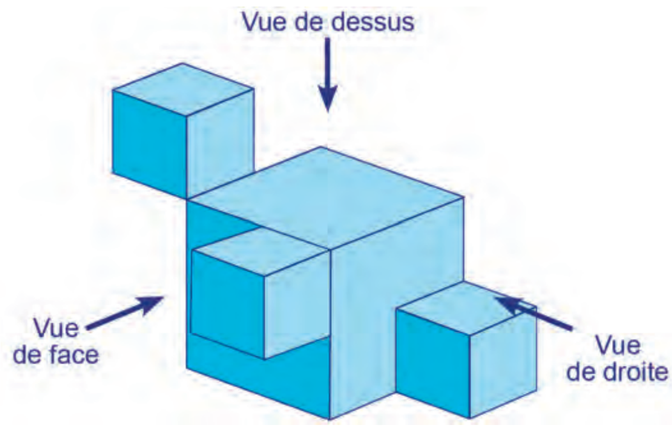
....

....

Fiche 11 : préparer le Brevet (1)

1 La figure ci-dessous représente un solide constitué de l'assemblage de quatre cubes :

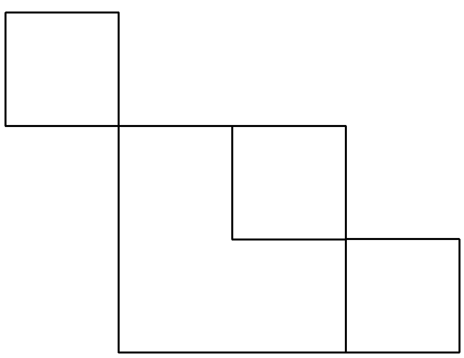
- trois cubes d'arête 2 cm ;
- un cube d'arête 4 cm.



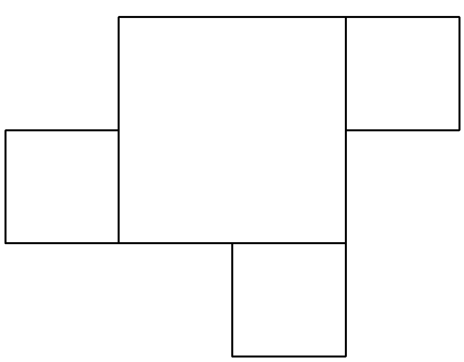
a. Quel est le volume de ce solide ?

b. On a dessiné deux vues de ce solide (elles ne sont pas en vraie grandeur). Dessine la **vue de droite** de ce solide **en vraie grandeur**.

Vue de face



Vue de dessus



2 Léo a ramassé des fraises pour faire de la confiture.

a. Il utilise les proportions de sa grand-mère : 700 g de sucre pour 1 kg de fraises. Il a ramassé 1,8 kg de fraises. De quelle quantité de sucre a-t-il besoin ?

b. Après cuisson, Léo a obtenu 2,7 litres de confiture. Il verse la confiture dans des pots cylindriques de 6 cm de diamètre et de 12 cm de haut, qu'il remplit jusqu'à 1 cm du bord supérieur. Combien pourra-t-il remplir de pots ?

Rappels : 1 litre = 1 000 cm^3
Volume d'un cylindre = $\pi \times R^2 \times h$

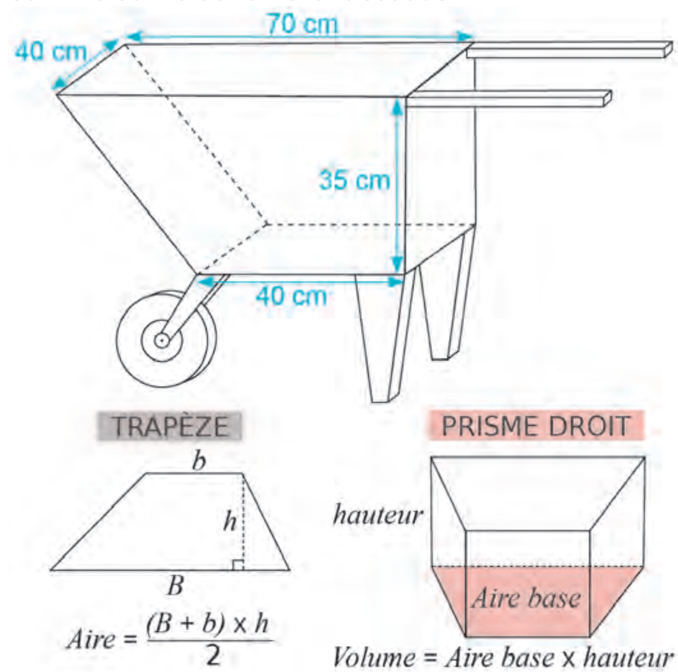
Il colle ensuite sur ses pots une étiquette rectangulaire de fond blanc qui recouvre toute la surface latérale du pot.

c. Montre que la longueur de l'étiquette est d'environ 18,8 cm.

d. Dessine l'étiquette à l'échelle $\frac{1}{3}$.

3 *Marais salants*

La fleur de sel est la mince couche de cristaux blancs qui se forme et affleure la surface des marais salants. Chaque soir, Jean cueille la fleur de sel à la surface des carreaux.
Pour transporter sa récolte, il utilise une brouette comme sur le schéma ci-dessous.

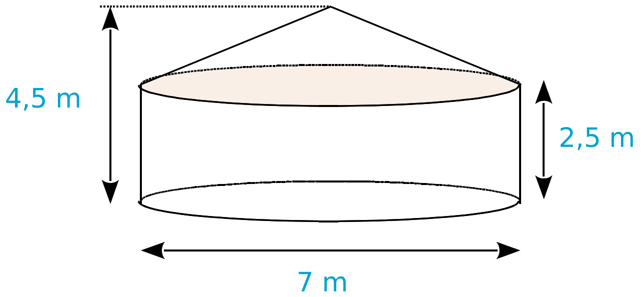


a. Montre que cette brouette a un volume de 77 litres.

b. Sachant que 1 litre de fleur de sel pèse 900 grammes, calcule la masse en kg du contenu d'une brouette remplie de fleur de sel.

1 Samia vit dans un appartement dont la surface au sol est de 35 m². Elle le compare avec une yourte, l'habitat traditionnel mongol.

On modélise cette yourte par un cylindre et un cône.



On rappelle les formules suivantes :

Aire du disque = $\pi \times rayon^2$

Volume du cylindre = $\pi \times rayon^2 \times hauteur$

Volume du cône = $\frac{1}{3} \times \pi \times rayon^2 \times hauteur$

a. Montre que l'appartement de Samia offre une plus petite surface au sol que celle de la yourte.

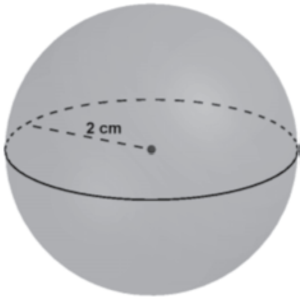
b. Calcule le volume de la yourte en m^3.

c. Samia réalise une maquette de cette yourte à l'échelle $\frac{1}{25}$.
Quelle est la hauteur de la maquette ?

2 Voici les dimensions de quatre solides :

- Une pyramide de 6 cm de hauteur dont la base est un rectangle de 6 cm de longueur et de 3 cm de largeur.
- Un cylindre de 2 cm de rayon et de 3 cm de hauteur.
- Un cône de 3 cm de rayon et de 3 cm de hauteur.
- Une boule de 2 cm de rayon.

a. Représente approximativement les trois premiers solides comme l'exemple ci-contre :



b. Place les dimensions données sur les représentations.

c. Classe ces quatre solides dans l'ordre croissant de leur volume.

Quelques formules :

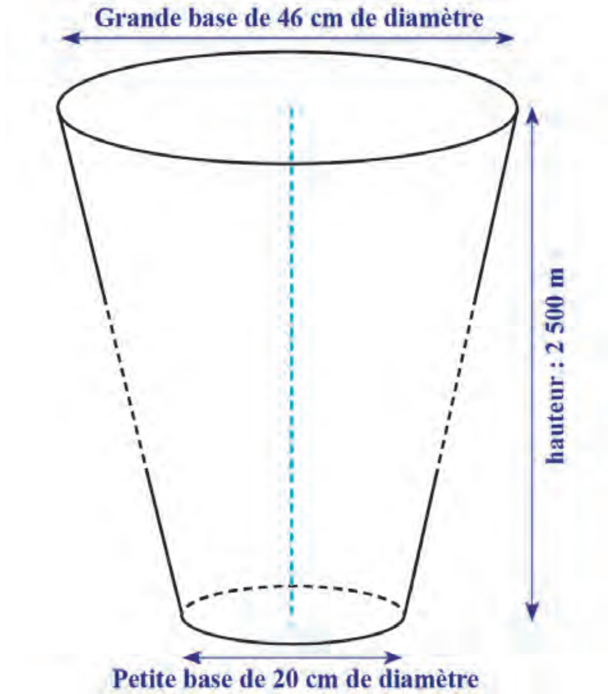
$\frac{4}{3} \times \pi \times rayon^3$ $\frac{1}{3} \times aire\ de\ la\ base \times hauteur$

$\frac{1}{3} \times \pi \times rayon^2 \times hauteur$

$\pi \times rayon^2 \times hauteur$

3 La centrale géothermique de Rittershoffen (Bas-Rhin) a été inaugurée le 7 juin 2016. On y a creusé un puits pour capter de l'eau chaude sous pression, à 2 500 m de profondeur, à une température de 170 degrés Celsius.

Ce puits a la forme du tronc de cône représenté ci-dessous. Les proportions ne sont pas respectées.



On calcule le volume d'un tronc de cône grâce à la formule suivante :

$$\mathcal{V} = \frac{\pi}{3} \times h \times (R^2 + R \times r + r^2)$$ où

- h désigne la hauteur du tronc de cône ;
- R le **rayon** de la grande base ;
- r le **rayon** de la petite base.

a. Vérifie que le volume du puits est environ égal à 225 m^3.

b. La terre est tassée quand elle est dans le sol. Quand on l'extrait, elle n'est plus tassée et son volume augmente de 30 %. Calcule le volume final de terre à stocker après le forage du puits.

D1 Généralités sur les fractions

g5.re/3mp g5.re/gnw g5.re/usj

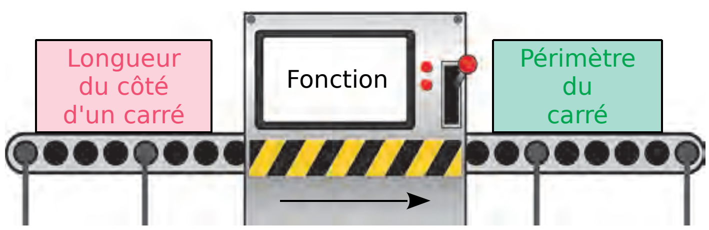
1 Généralités

A Notion de fonction

Définition

Une fonction est un **processus** qui, à un nombre, associe un unique nombre.

Exemple :
On appelle f la fonction qui, à la longueur du côté d'un carré, associe le périmètre du carré.



La fonction f associe au nombre 5 le nombre 20.
Plus généralement, elle associe au nombre x, le nombre $4x$.
On note $f : x \longmapsto 4x$ ou encore $f(x) = 4x$.

Remarque :
Pour une fonction f, on utilise la notation $f : x \longmapsto f(x)$ qui se lit :
« f est la fonction qui, à x, associe le nombre $f(x)$ ».

B Image et antécédent

Définitions Soit f une fonction qui, au nombre a, associe le nombre b.

Ce qui peut se noter $f(a) = b$.
On dit alors que :
- b est **l'image** de a par f
- a est **un antécédent** de b par f

Remarque :
L'image d'un nombre est **unique**. Par contre, un nombre peut avoir **plusieurs antécédents**.

Exemple 1 : Soit f une fonction telle que $f(-2) = 0$.
- 0 est **l'image** de -2 par la fonction f.
- -2 est **un antécédent** du nombre 0 par la fonction f.

Exemple 2 : Soit la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 4$.
Cela signifie qu'à tout nombre, ici noté x, la fonction f associe un unique nombre qui se calcule avec la formule : $x^2 - 4$. On dit que **l'image** de x par la fonction f est $x^2 - 4$ et on note $f(x) = x^2 - 4$.

$f(x) = x^2 - 4$ $\quad$ $f(x) = x^2 - 4$

$f(-5) = (-5)^2 - 4$ $\quad$ $f(5) = 5^2 - 4$ ⟶ On remplace x par -5 puis par 5.

$f(-5) = 25 - 4$ $\quad$ $f(5) = 25 - 4$ ⟶ On calcule.

$f(-5) = 21$ $\quad$ $f(5) = 21$ ⟶ L'image de -5 par la fonction f est 21 et celle de 5 est 21 également.

On remarque que -5 et 5 ont **la même image** : 21 par la fonction f.
Donc 21 a au moins **deux antécédents** par la fonction f.

Définition Les images respectives de certaines valeurs de x par la fonction f peuvent être présentées dans un tableau appelé **tableau de valeurs**.

Exemple 3 :
Voici un **tableau de valeurs** de la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 4$.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12

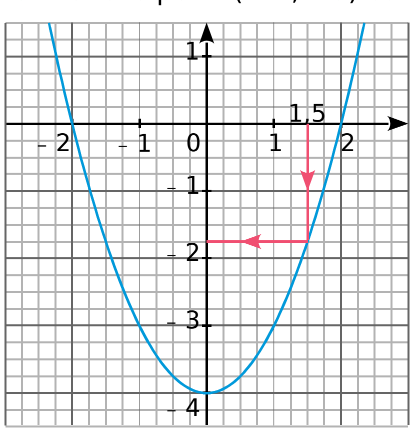
La 2^{nde} ligne du tableau donne les images des nombres de la 1^{re} ligne par la fonction f.

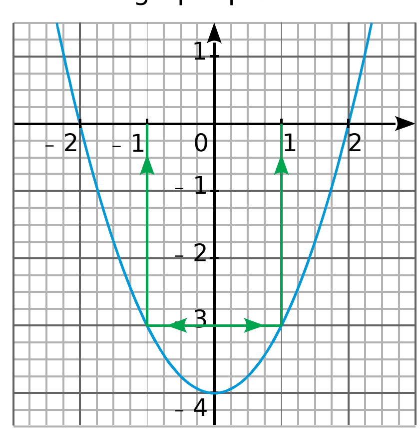
- Pour déterminer l'image de 0 par la fonction f, on cherche 0 sur la 1^{re} ligne du tableau et on lit son **image** sur la 2^{nde} ligne. **L'image** de 0 par la fonction f est -4. On écrit : $\boxed{f(0) = -4}$.
- Pour déterminer le (ou les) antécédent(s) de 5 par la fonction f, on cherche 5 sur la 2^{nde} ligne du tableau et on lit **son (ses) antécédent(s)** sur la 1^{e} ligne.
  Les antécédents de 5 par la fonction f sont -3 et 3. On écrit : $\boxed{f(-3) = f(3) = 5}$.

2 Représentation graphique

Définition La **représentation graphique** d'une fonction f est la courbe constituée de l'ensemble des points de coordonnées $(x\,;\,f(x))$.

Exemple : Les graphiques ci-dessous représentent la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 4$.
$f(-1) = -3$. Donc le point $(-1\,;\,-3)$ est un point de la représentation graphique de la fonction f.





Pour déterminer graphiquement l'image de $1{,}5$ par la fonction f, on cherche l'ordonnée du point de la représentation graphique de f qui a pour abscisse $1{,}5$.

Il semble que cette ordonnée soit égale à $-1{,}75$.

On peut le vérifier par le calcul :
$f(1{,}5) = 1{,}5^2 - 4 = 2{,}25 - 4 = -1{,}75$

Pour déterminer graphiquement le (ou les) antécédent(s) de -3 par la fonction f, on cherche l'abscisse du (ou des) point(s) de la représentation graphique de f ayant pour ordonnée -3.

Deux points ont pour ordonnée -3.

Ils semblent avoir pour abscisse -1 et 1 donc -3 admet deux antécédents.

On peut le vérifier par le calcul :
$f(-1) = (-1)^2 - 4 = 1 - 4 = -3$ et

$f(1) = 1^2 - 4 = 1 - 4 = -3$

Fiche 1 : utiliser le vocabulaire des fonctions

1 Traduis chaque phrase par une égalité.

a. 4 a pour image 5 par la fonction f.

b. – 3 a pour image 0 par la fonction g.

c. L'image de 17,2 par la fonction h est – 17.

d. L'image de – 31,8 par la fonction k est – 3.

e. 4 a pour antécédent 5 par la fonction f.

f. – 3 a pour antécédent 0 par la fonction g.

g. Un antécédent de 7,2 par la fonction h est – 1.

h. Un antécédent de – 5 par la fonction k est – 8.

a. .... **e.** ....

b. .... **f.** ....

c. .... **g.** ....

d. .... **h.** ....

2 Voici un tableau de valeurs d'une fonction f.

x	– 3	– 1	0	2	4	5
$f(x)$	7	– 2	3	5	– 3	6

Quelle est l'image par la fonction f de...

a. 0 ? .... **b.** 5 ? .... **c.** – 3 ? ....

Donne un antécédent par la fonction f de...

d. 7 .... **e.** 5 .... **f.** – 3 ....

3 Voici des indications sur une fonction k.

- L'image de 2 par k est 5,5.
- $k : -10 \longmapsto -6$ et $k(-6) = 2$.
- Un antécédent de – 4 par k est 5,5.
- Les antécédents de 5,5 sont 2, – 4 et 125.

Complète le tableau grâce à ces indications.

x						
$k(x)$						

4 Voici un tableau de valeurs d'une fonction g.

x	– 2	– 1	0	1	2
$g(x)$	1	2	– 1	– 4	3

Complète avec « image » ou « antécédent ».

a. 1 est .... de – 2 par g.

b. 2 est .... de 3 par g.

c. – 4 est .... de 1 par g.

d. 2 est .... de – 1 par g.

e. 0 est .... de – 1 par g.

f. Combien d'image(s) a le nombre 1 par g ? ....

5 Voici un tableau de valeurs d'une fonction h.

x	– 3	– 2,5	– 2	– 1,5	– 1	– 0,5	0
$h(x)$	– 1,5	– 2	1,4	– 1,8	– 1,5	0,25	2

Complète chacune des égalités suivantes.

a. $h(-2{,}5) =$ .... **d.** $h($..........$) = -1{,}5$

b. $h($..........$) = -1{,}8$ **e.** $h(-0{,}5) =$ ....

c. $h(0) =$ .... **f.** $h($..........$) = 1{,}4$

6 Complète ce tableau de données et les phrases concernant une fonction p.

x		4	– 2	12	7		– 10
$p(x)$	4			– 17	2		12

a. – 8 est l'image de 4 par la fonction p.

b. Un antécédent de 4 par la fonction p est – 3.

c. – 8 a pour antécédent 15 par la fonction p.

d. $p(-2) = 7$ et $p(7) =$ ....

e. 12 a pour image .... par la fonction p.

f. L'image de .... par la fonction p est 12.

7 Complète le tableau de valeurs de chacune des fonctions vérifiant toutes ces conditions.

a.
- $q(-3) = -9$
- $q(0) = -5$
- $q(1) = -\dfrac{11}{3}$
- $q(2) = -\dfrac{7}{3}$
- L'image de 6 par la fonction q est 3.
- 9 a pour image 7 par la fonction q.

x						
$q(x)$						

b.
- $w(-1) = 1{,}5$
- $w(4) = 46{,}5$
- $w(1) = -4{,}5$
- Un antécédent de 13,5 par la fonction w est 3.
- – 1,5 a pour antécédents 0 et 2 par la fonction w.

x						
$w(x)$						

1 On considère la fonction f qui, à tout nombre, associe son carré. Calcule.

a. $f(2)$ = ...

c. $f(1{,}2)$ = ...

b. $f(-3)$ = ...

d. $f(-3{,}6)$ = ...

e. Donne un antécédent de 4 par f : ....

f. Donne un antécédent de 5 par f : ....

2 On considère la fonction h définie par :

$$h : x \longmapsto -2x + 5.$$

a. Complète le tableau.

x	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8
$h(x)$						

b. Donne un antécédent de 0 par h : ....

3 Soit la fonction k qui, à tout nombre x, associe le nombre $6x^2 - 7x - 3$. Calcule.

a. $k(0)$ = ...

....

b. $k(-1)$ = ...

....

c. $k\left(\frac{3}{2}\right)$

....

....

....

....

d. $k\left(-\frac{1}{3}\right)$

....

....

....

....

e. Déduis-en des antécédents de 0 : ....

4 On appelle h la fonction qui, à un nombre, associe le résultat obtenu avec le programme de calcul suivant.

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter -5.
- Calculer le carré de la somme obtenue.

a. Complète le tableau de valeurs suivant.

x	-3	-2	0	2	5	π
$h(x)$						

b. Quelle est l'image de 0 par h ? ....

c. Donne un antécédent de 0 par h : ....

5 On considère la fonction f définie par :

$$f : x \longmapsto \frac{x+2}{x-1}.$$

a. Pour quelle valeur de x cette fonction n'est-elle pas définie ? Justifie.

....

....

Calcule.

b. $f(-2)$ = ...

c. $f(-1)$ = ...

d. $f(-0{,}5)$ = ...

e. $f(0)$ = ...

f. $f(2)$ = ...

g. $f(4)$ = ...

Déduis-en un antécédent par f du nombre...

h. -2 : ....

i. -1 : ....

j. $-0{,}5$: ....

k. 0 : ....

l. 2 : ....

m. 4 : ....

6 On considère un rectangle ABCD tel que AB = 16 cm et AD = 6 cm. On place un point M sur le segment [DC]. Fais une figure à main levée.

a. Exprime l'aire de AMCB en fonction de MC.

....

....

....

b. On pose MC = x. Donne un encadrement des valeurs possibles de x puis indique une expression de la fonction f qui, à x, associe l'aire de AMCB.

....

....

....

c. Calcule, en utilisant la fonction f, l'aire du trapèze AMCB si MC = 7.

....

....

....

Fiche 3 : connaitre la notion d'image et d'antécédent (2)

1 *Dégagement d'un gardien de but*

Soit t le temps écoulé en secondes depuis le tir, et $h(t)$ la hauteur en mètres du ballon au-dessus du sol.

La fonction h est définie par : $t \longmapsto -5t^2 + 20t$.

a. À quelle hauteur se trouvera le ballon au bout d'une seconde ? Et au bout de deux secondes ?

b. Calcule $h(4)$. Déduis-en un encadrement des valeurs possibles de t.

c. Complète le tableau de valeurs suivant.

t	0	1	1,5	2	2,5	3	4
$h(t)$							

d. Au bout de combien de temps le ballon semble-t-il avoir atteint sa hauteur maximale ?

2 On considère ce programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 5.
- Multiplier cette somme par 3.
- Soustraire 6 à ce produit.

a. Teste ce programme avec le nombre 2.

b. En notant x le nombre choisi au départ, détermine la fonction g qui associe à x le résultat obtenu avec le programme.

c. Détermine $g(0)$.

d. Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 18 ?

3 Soit f la fonction définie par $f(x) = -2x^2 + 8$.
Détermine les images de...

a. 3 **b.** -8 **c.** 2,5 **d.** $-0,1$ **e.** $\frac{4}{5}$ **f.** $\sqrt{5}$

a.

b.

c.

d.

e.

f.

Quelles assertions ci-dessous sont vraies ?
Justifie chaque réponse par un calcul.

g. $f(-1) = 10$

h. $f(0) = 6$

i. $f : 9 \longmapsto -154$

j. $f(5) = -42$

g.

h.

i.

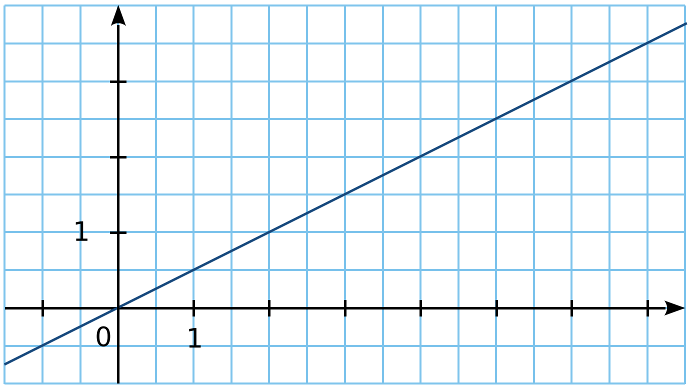
j.

k. Détermine le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 0 par f.

l. Détermine le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 8 par f.

m. Détermine le (ou les) nombre(s) éventuel(s) qui ont pour image 16 par f.

1 Ce graphique représente une fonction f.



a. Place le point A de la courbe d'abscisse 4.

b. Quelle est l'ordonnée de A ? ....

c. Place le point B de la courbe d'abscisse 7.

d. Quelle est l'ordonnée de B ? ....

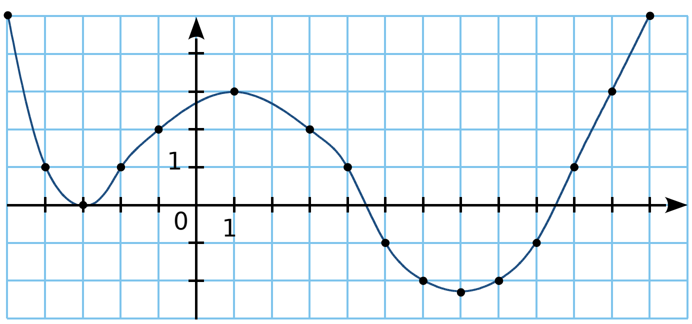
e. Place le point C de la courbe d'ordonnée 1.

f. Quelle est l'abscisse de C ? ....

g. Place le point D de la courbe d'ordonnée 2,5.

h. Quelle est l'abscisse de D ? ....

2 Ce graphique représente une fonction g, pour x compris entre – 5 et 12.



a. Place le point E de la courbe d'abscisse 1.

b. Quelle est l'ordonnée de E ? ....

c. Place le point F de la courbe d'abscisse 8.

d. Quelle est l'ordonnée de F ? ....

e. Place, sur la courbe, les points G_1, G_2, G_3… qui ont pour ordonnée 1.

f. Donne les coordonnées de chacun de ces points.

....

g. Combien de points ont pour ordonnée – 2 ? Écris les coordonnées de ces points.

....

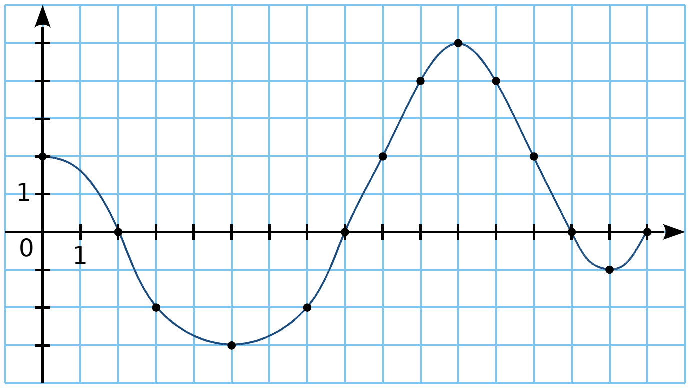
....

3 Reprends la représentation graphique de l'exercice **2** et complète ce tableau de valeurs.

x	– 5	– 4	– 3	– 2	– 1	1	3
$g(x)$							

x	4	5	6	8	9	10	12
$g(x)$							

4 Le graphique suivant représente une fonction k, pour x compris entre 0 et 16. Complète les phrases et réponds aux questions.



a. L'image de 5 par la fonction k est ....

b. L'image de 8 par la fonction k est ....

c. Quels sont les antécédents de 2 par k ?

....

d. Quels nombres ont pour image – 2 par k ?

....

e. Quels sont les antécédents de 0 par k ?

....

f. Quels nombres entiers ont deux antécédents ?

....

g. Quels nombres ont un unique antécédent ?

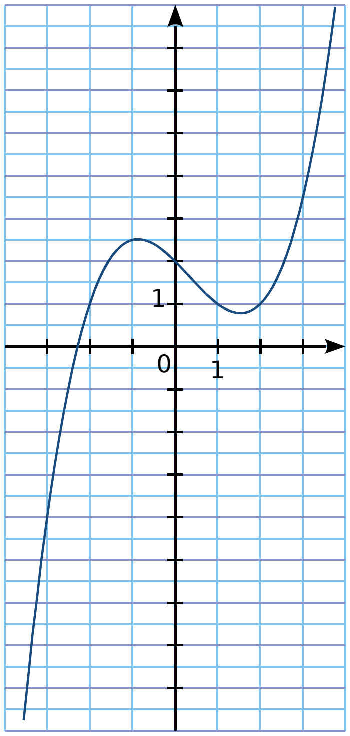
....

5 Reprends la représentation graphique de l'exercice **4** et complète ce tableau de valeurs.

x	0	2	3		7	8	9
$k(x)$				– 3			

x	10		12	13	14	15	16
$k(x)$		5					

1 Ce graphique représente une fonction h.



Complète.

a. $h(-2) =$ ....

b. $h(-1) =$ ....

c. $h($...........$) = -4$

d. $h(0) =$ ....

e. $h(1) =$ ....

f. $h(2) =$ ....

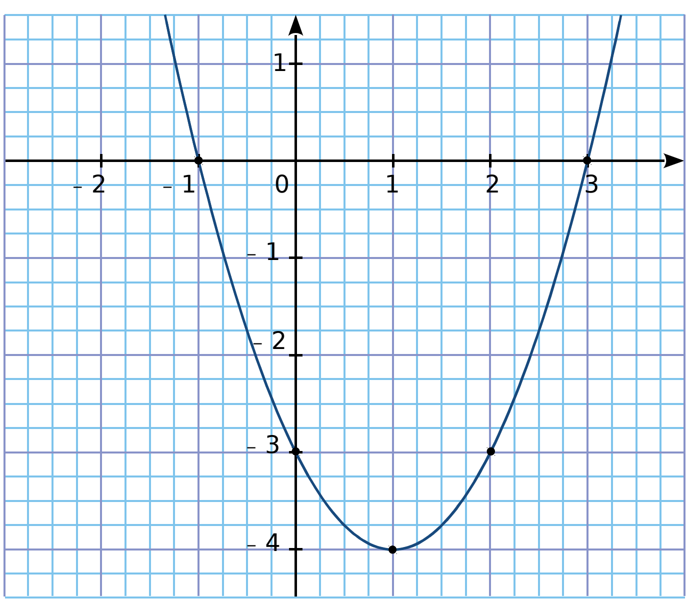
g. $h($........$) = 3{,}5$

h. Quels sont les antécédents de 1 par h ?

....

....

2 Ce graphique représente la courbe d'une fonction g.



Par lecture graphique, complète les phrases. (Tu feras apparaitre sur le graphique les tracés nécessaires pour la lecture.)

a. L'image de 1 par la fonction g est ....

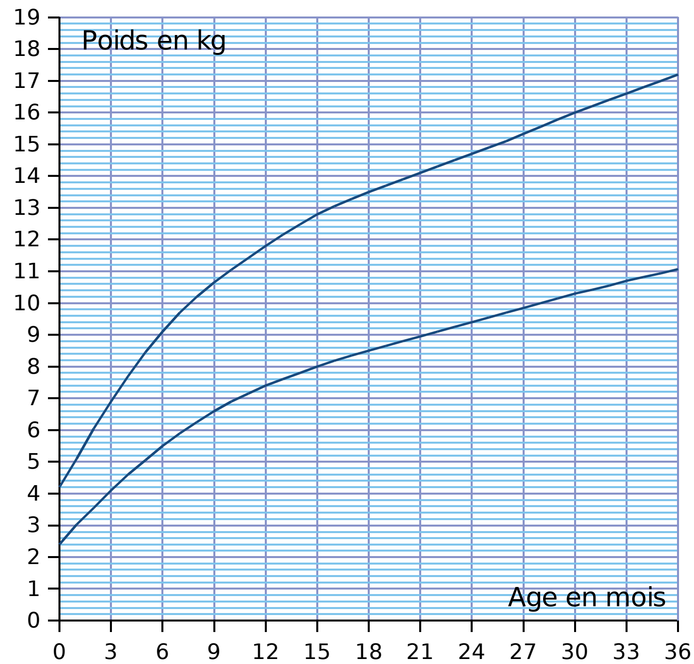
b. Les antécédents de 0 par la fonction g sont

....

c. $g(2) =$ ....

d. Les nombres qui ont pour image -3 par la fonction g sont ....

3 Voici un extrait du carnet de santé donné à chaque enfant. (*source :* www.sante.gouv.fr)



Les deux courbes indiquent les limites basses et hautes de l'évolution du poids d'un enfant : sa courbe de poids doit, à priori, se situer entre ces deux courbes.

On considère la fonction f qui, à un âge en mois, associe le poids minimum en kg et la fonction g qui, à un âge en mois, associe le poids maximum en kg.

a. Complète le tableau suivant par des valeurs approchées lues sur le graphique.

x	3	12		24		33
$f(x)$			8			
$g(x)$					16	

b. Interprète la colonne $x = 12$.

....

....

....

c. Voici ce que le père d'Ahmed, matheux, a noté pour son fils, sachant que p est la fonction qui, à l'âge d'Ahmed en mois, associe son poids en kg.

x	0	3	6	9	12	18	24	30	36
$p(x)$	3,4	6	7,4	8,4	9	9,6	10	10,8	12

Reporte les données de ce tableau sur le graphique. Commente ce que tu obtiens.

....

....

1 On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 2x - 1$, pour x compris entre – 1 et 4.

a. Complète le tableau de valeurs de la fonction f.

x	– 1	0	1	2	3	4
$f(x)$						

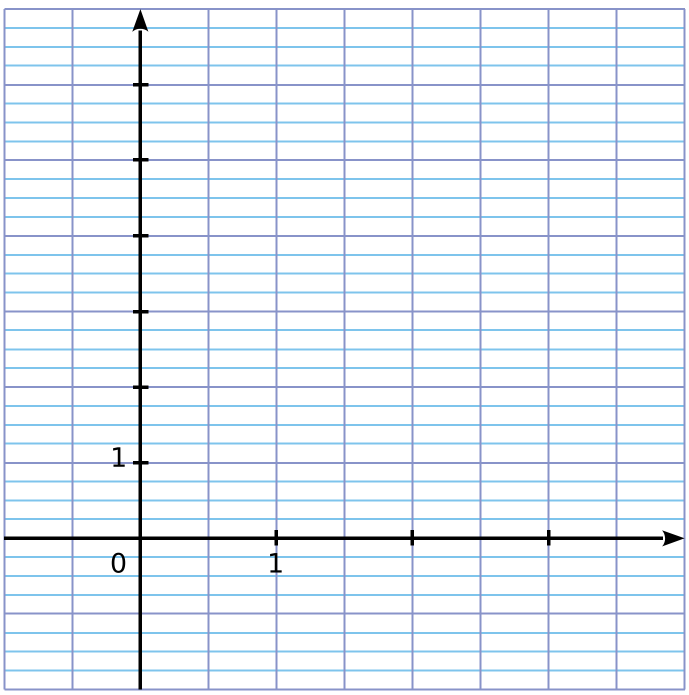
b. Donne les coordonnées des six points A, B, C, D, E et F, appartenant au graphique de f, d'abscisses respectives – 1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 et 4.

....

....

....

c. Place ces points dans le repère ci-dessous et trace une ébauche de courbe au crayon gris.



d. Pour être plus précis dans le tracé, on détermine d'autres points appartenant à cette courbe. Complète le tableau de valeurs de la fonction f.

x	– 0,5	0,5	1,5	2,5	3,5
$f(x)$					

e. Donne les coordonnées des cinq points G, H, I, J et K, appartenant au graphique de f, d'abscisses respectives – 0,5 ; 0,5 ; 1,5 ; 2,5 et 3,5.

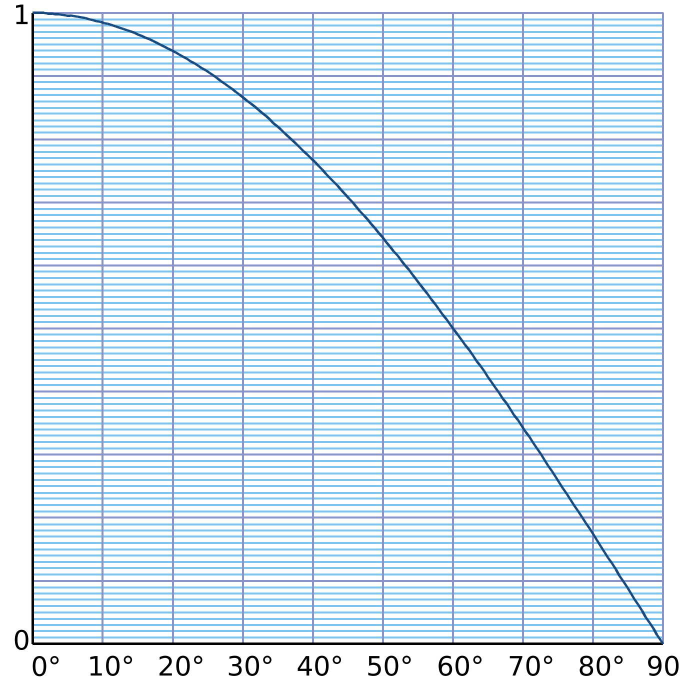
....

....

....

f. Relie ensuite harmonieusement tous ces points.

2 Ce graphique représente la fonction f qui, à un angle aigu, associe le cosinus de cet angle.



a. Lis $f(0)$ et $f(90)$. Déduis-en cos 0° et cos 90°.

....

b. Quel angle a pour cosinus 0,5 ?

....

c. Complète le tableau de valeurs suivant, en arrondissant au centième.

x en °	0	10	20	30	40
sin(x)					

x en °	50	60	70	80	90
sin(x)					

d. On appelle g la fonction qui, à un angle aigu, associe le sinus de cet angle. Construis le graphique de cette fonction dans le même repère que f.

e. Quelle est la valeur de l'angle pour laquelle le sinus et le cosinus sont égaux ?

....

f. Résous graphiquement $f(x) > g(x)$ pour $0 \leqslant x \leqslant 90$. Que signifie ce résultat ?

....

....

....

....

1 Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{4}{1+x^2}$ pour x compris entre – 4 et 4.

a. Détermine l'image de $\dfrac{3}{4}$ par la fonction f. Tu donneras le résultat sous forme d'un décimal.

....

....

b. Calcule $f\left(\dfrac{2}{3}\right)$. Tu donneras le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

....

....

c. Quelle est l'ordonnée du point A, d'abscisse 3, appartenant à la courbe de la fonction f ?

....

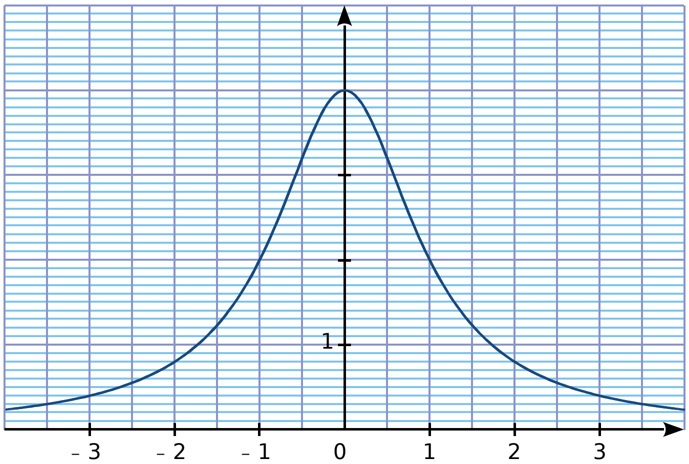
....

d. Montre qu'un antécédent de 3,2 est $\dfrac{1}{2}$.

....

....

Voici le graphique de la fonction f.



e. Détermine graphiquement $f(0)$, $f(2)$ et $f(-2)$.

....

f. Détermine graphiquement les antécédents de 2.

....

2 t minutes après le départ, la vitesse d'un train en km/h vaut $3t^2$, pour $0 \leqslant t \leqslant 10$.
On appelle v la fonction qui, au temps écoulé depuis le départ, exprimé en minutes, associe la vitesse du train, en km/h.

a. Calcule $v(5)$.
Donne une interprétation du résultat.

....

....

....

b. Quel est l'antécédent de 168,75 par v ?
Donne une interprétation du résultat.

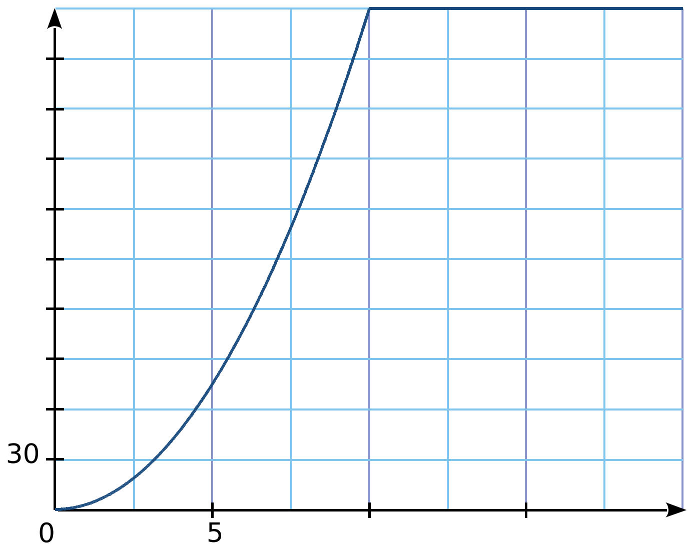
....

....

....

....

Le graphique ci-dessous représente l'évolution de la vitesse, en km/h, du train en fonction du temps écoulé, en minutes, depuis son départ.



c. Combien de temps, environ, met le train pour atteindre 120 km/h ?

....

d. Quelle est la vitesse maximale du train ?
Au bout de combien de temps est-elle atteinte ?

....

....

e. Précise une expression de la fonction v pour $0 \leqslant x \leqslant 20$.

....

....

En Nouvelle-Calédonie

Fanny et Franck vont à Koumac. Franck part de Nouméa et Fanny part de Tontouta.
Les communes de Nouméa, Tontouta, La Foa et Koumac sont situées dans cet ordre, sur une même route, la RT1, comme le représente le schéma ci-dessous qui n'est pas à l'échelle.

Le tableau suivant indique la distance de Nouméa à ces villes, en kilomètres.

Commune	Tontouta	La Foa	Koumac
Distance de Nouméa en kilomètres	50	110	365

Source : *Country guide "Le petit futé"*

Fanny et Franck partent en même temps.
Ils font une pause au bout de deux heures de trajet comme le recommande la Sécurité routière : « *Toutes les deux heures, la pause s'impose !* »

Partie 1 : Trajet de Fanny et Franck avant leur pause

Fanny roule à la vitesse moyenne de 70 km/h.
Franck roule à la vitesse moyenne de 85 km/h.
Après avoir roulé une heure, Fanny est à 70 km de Tontouta sur la RT1 direction Koumac, et Franck est à 85 km de Nouméa sur la RT1 direction Koumac.

a. Explique pourquoi, au bout d'une heure, Fanny est à 120 km de Nouméa.

b. À combien de kilomètres de Nouméa se trouve Fanny, au bout de deux heures de trajet ?

c. Au bout de combien de temps Franck se trouve-t-il à La Foa ? Exprime la durée, en heures, arrondie au dixième.

d. On note x la durée du voyage exprimée en heures (avant la pause : $0 \leqslant x \leqslant 2$). On note $f(x)$ la distance qui sépare Fanny de Nouméa, et $g(x)$ celle qui sépare Franck de Nouméa.
Exprime $f(x)$ puis $g(x)$ en fonction de x.

Partie 2 : Interprétation du graphique donné ci-dessous

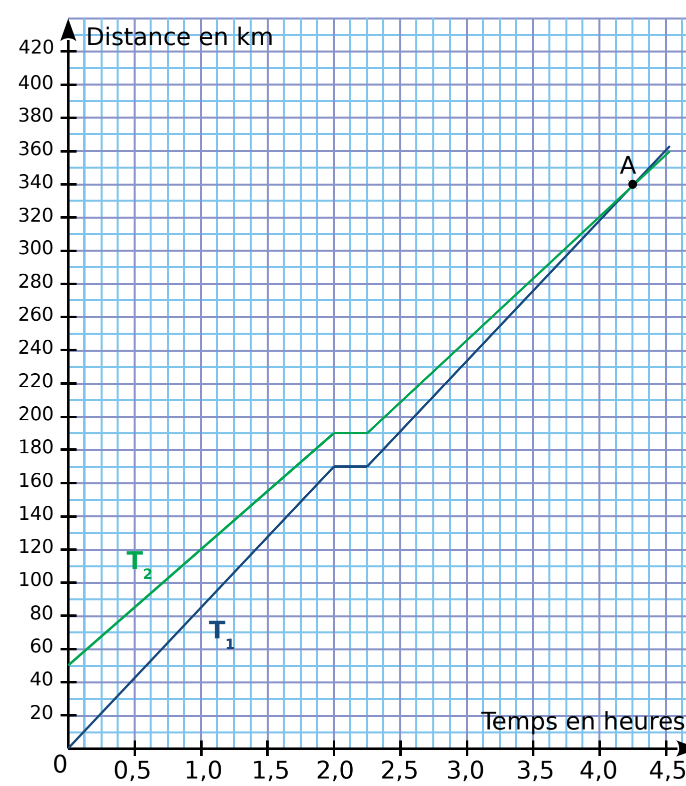
Par simple lecture du graphique, réponds aux questions suivantes.

e. Quel tracé (T_1 ou T_2) correspond au trajet de Fanny ? Au trajet de Franck ? Justifie.

f. Combien de temps dure la pause de Fanny et Franck ?

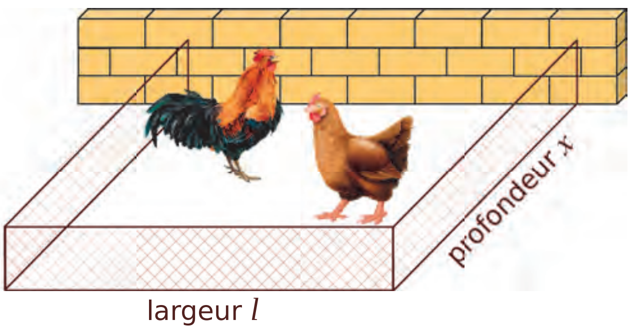
g. Au bout de combien de temps Franck rattrape-t-il Fanny ?

h. À combien de kilomètres de Nouméa se trouvent-ils à ce moment-là ?



Histoire de poules

Un agriculteur souhaite réaliser un enclos rectangulaire contre un mur pour ses poules. Il dispose de 21 m de grillage et doit tout utiliser.



On cherche à déterminer les dimensions de l'enclos afin que son aire soit maximale. Soit l la largeur de l'enclos et x sa profondeur, en mètres.

a. Quelle est l'aire de l'enclos si x = 3 m ?

b. Quelles sont les valeurs possibles de x ?

c. On note $\mathscr{A}$ la fonction qui, à x, associe l'aire de l'enclos correspondant. Détermine $\mathscr{A}$.

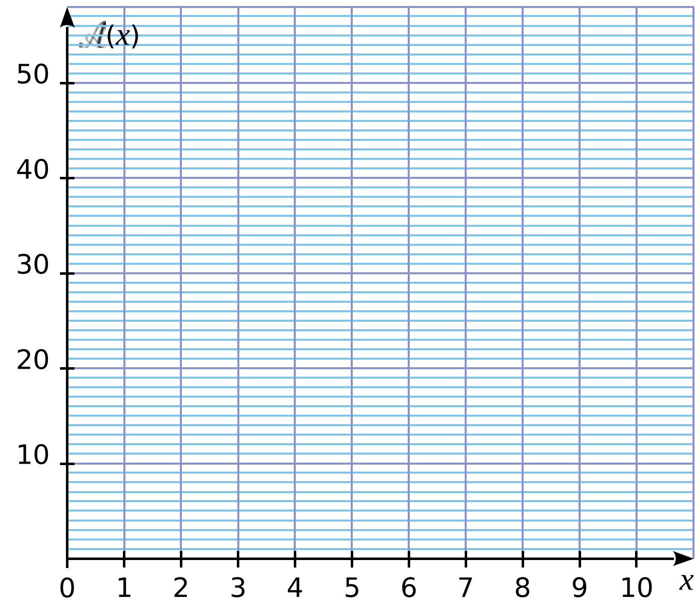
d. Avec l'aide de ta calculatrice ou d'un tableur, complète le tableau de valeurs de la fonction $\mathscr{A}$.

x	0	1	2	3	4	5
$\mathscr{A}(x)$						

x	6	7	8	9	10	10,5
$\mathscr{A}(x)$						

e. À l'aide du tableau, décris l'évolution de $\mathscr{A}(x)$ en fonction de x, et donne un encadrement du nombre x pour lequel $\mathscr{A}(x)$ semble maximal.

f. Construis la courbe représentative de $\mathscr{A}$.



g. Complète ce nouveau tableau de valeurs, puis donne un encadrement au dixième du nombre x pour lequel $\mathscr{A}(x)$ semble maximal.

x	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3	5,4
$\mathscr{A}(x)$							

h. Calcule : $\mathscr{A}(5{,}25) - \mathscr{A}(x)$. Puis montre que cette expression est égale à $2(x - 5{,}25)^2$.

i. Détermine le signe de cette expression et déduis-en la valeur du nombre x pour laquelle $\mathscr{A}(x)$ est maximal.

j. Déduis-en les dimensions de l'enclos d'aire maximale.

1 **Tableur** On a utilisé un tableur pour calculer les images de différentes valeurs de x par une fonction affine f et par une autre fonction g. Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

C2 =-5*C1+7

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$	22	17	12	7	2	-3	-8
3	$g(x)$	13	8	5	4	5	8	13
4								

a. Quelle est l'image de – 3 par f ?

....

b. Calcule $f(7)$.

....

....

....

c. Donne l'expression de $f(x)$.

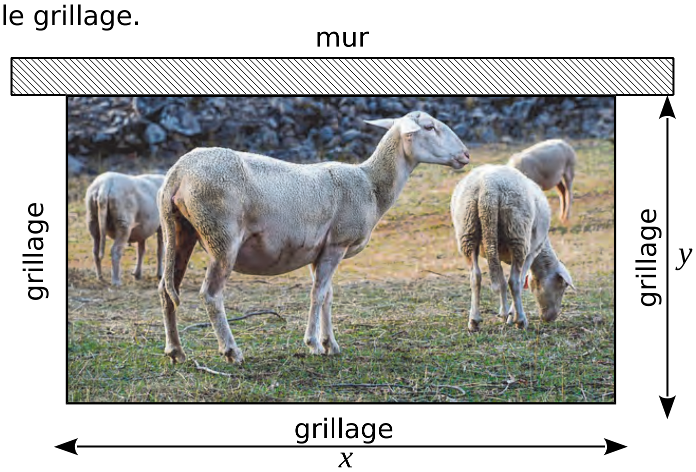
....

d. On sait que $g(x) = x^2 + 4$. Une formule a été saisie dans la cellule B3 et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellules C3:H3.

Quelle est cette formule ?

....

2 **Tableur** Un éleveur a acheté 40 m de grillage ; il veut adosser un enclos rectangulaire à sa grange, contre un mur de 28 m de long. Il souhaite offrir ainsi le maximum de place à ses brebis en utilisant tout le grillage.



a. Pour $x = 4$ m, calcule la longueur y, puis l'aire S de l'enclos en m^2.

....

....

....

b. Complète le tableau.

x (en m)	4	10	20	28
y (en m)				
S (en m^2)				

c. Détermine y en fonction de x.
Déduis-en que $S = 20x - 0{,}5x^2$.

....

....

d. Voici la plage de cellules, réalisée dans un tableur-grapheur, qui permettra de calculer la valeur de S.
Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B2 et qui pourra être étendue sur toute la colonne B ?

....

	A	B
1	Valeur de x	Valeur de S
2	4	
3	6	
4	8	
5	10	
6	12	
7	14	
8	16	
9	18	
10	20	
11	22	
12	24	
13	26	
14	28	

1 **Tableur** La copie d'écran ci-dessous montre le travail qu'a effectué Camille, à l'aide d'un tableur, à propos des fonctions g et h définies par : $g(x) = 5x^2 + x - 7$ et $h(x) = 2x - 7$.

Elle a recopié vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2 et B3.

B2 =5*B1*B1+B1-7

	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	-1	0	1	2
2	$g(x)=5x^2+x-7$	11	-3	-7	-1	15
3	$h(x)=2x-7$	-11	-9	-7	-5	-3

a. Donne un nombre qui a pour image – 1 par la fonction g.

....

b. Écris les calculs montrant que : $g(-2) = 11$.

....

....

....

c. Quelle formule Camille a-t-elle saisie dans la cellule B3 ?

....

d. Déduis du tableau une solution de l'équation $5x^2 + x - 7 = 2x - 7$.

....

e. Cette équation a-t-elle une autre solution que celle trouvée grâce au tableur ?

....

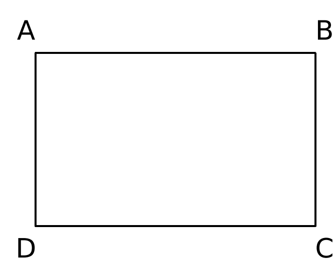
....

....

....

....

2 **Tableur** On considère le rectangle ABCD ci-dessous tel que son périmètre soit égal à 32 cm.



a. Si un tel rectangle a pour longueur 10 cm, quelle est sa largeur ?

....

b. On appelle x la longueur AB. En utilisant le fait que le périmètre de ABCD est de 32 cm, exprime la longueur BC en fonction de x.

....

c. Déduis-en l'aire du rectangle ABCD en fonction de x.

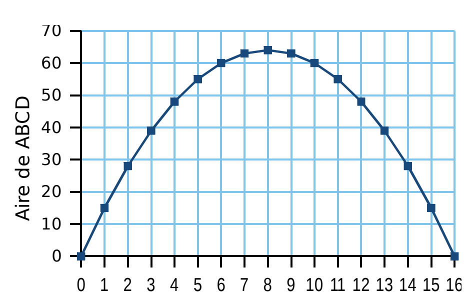
....

d. Dans un tableur, recopie la feuille de calcul suivante.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	Aire de ABCD																	

e. Programme la cellule B2 pour qu'elle calcule l'aire du rectangle ABCD. Étire cette formule vers la droite, puis complète le tableau ci-dessus.

f. Sélectionne la plage de cellules B1 à R2, puis l'icône *Diagramme*. Sélectionne ensuite : *Ligne* ; *Points et lignes* ; *Séries de données en ligne* et *Première ligne comme étiquette*.
Saisis pour l'axe X : *Valeur de* x et pour l'axe Y : *Aire de ABCD*.

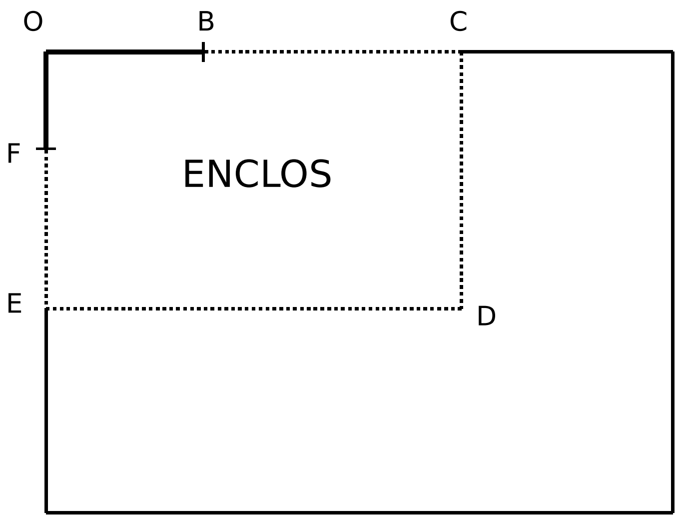


g. Quelle est l'aire maximale de ce rectangle ? ....

Pour quelle valeur de x est-elle obtenue ? ....

h. Que peut-on dire du rectangle ABCD lorsque AB vaut 8 cm ? ....

1 Le schéma ci-dessous représente le jardin de Leïla. Il n'est pas à l'échelle. [OB] et [OF] sont des murs, OB = 6 m et OF = 4 m. La ligne pointillée BCDEF représente le grillage que Leïla veut installer pour délimiter un enclos rectangulaire OCDE. Elle dispose d'un rouleau de 50 m de grillage qu'elle veut utiliser entièrement.



Leïla envisage plusieurs possibilités pour placer le point C.

a. En plaçant C pour que BC = 5 m, elle obtient que FE = 15 m.

- Vérifie qu'elle utilise les 50 m de grillage.
- Justifie que l'aire A de l'enclos OCDE est 209 m².

b. Pour avoir une aire maximale, Leïla fait appel à sa voisine professeure de mathématiques qui, un peu pressée, lui écrit sur un bout de papier : « En notant BC = x, on a $A(x) = -x^2 + 18x + 144$. » Vérifie que la formule de la voisine est bien cohérente avec le résultat de la question **a**.

*Les questions **c** et **d** ne nécessitent pas de justification.*

c. Leïla a saisi une formule en B2 puis l'a étirée jusqu'à la cellule I2.

B2 =-B1*B1+18*B1+144

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	x	5	6	7	8	9	10	11	12
2	$A(x) = -x^2 + 18x + 144$	209	216	221	224	225	224	221	216
3									

Quelle formule est alors inscrite dans la cellule F2 ?

d. Parmi les valeurs figurant dans le tableau, quelle est celle que Leïla va choisir pour BC afin d'obtenir un enclos d'aire maximale ?

e. Donne les dimensions de l'enclos ainsi obtenu.

2 Après un de ses entrainements de course à pied, Bob reçoit de la part de son entraineur le récapitulatif de sa course, reproduit ci-dessous.

Entrainement course à pied

10,5 km	1 h 03 min	6 min/km
Distance	Durée	Allure moyenne
851		35 m
Calories		Gain altitude

L'**allure** moyenne du coureur est le quotient de la durée de la course par la distance parcourue et s'exprime en min/km.

Exemple : si Bob met 18 min pour parcourir 3 km, son allure est de 6 min/km.

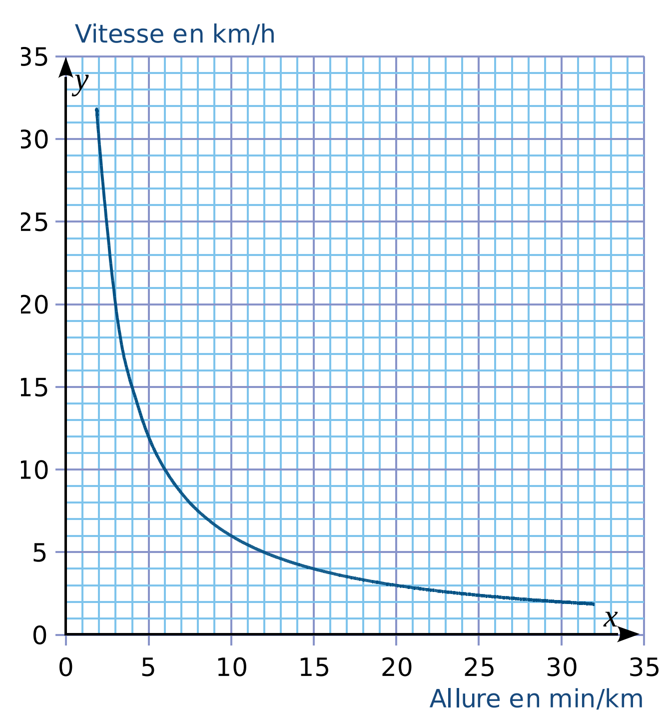
a. Bob s'étonne de ne pas voir apparaitre sa vitesse moyenne. Calcule cette vitesse moyenne en km/h.

Soit f la fonction définie pour tout $x > 0$ par : $f(x) = \dfrac{60}{x}$, où x est l'allure en min/km et $f(x)$ est la vitesse en km/h. Cette fonction permet donc de connaitre la vitesse (en km/h) en fonction de l'allure (en min/km).

b. La fonction f est-elle une fonction linéaire ? Justifie.

c. Lors de sa dernière course, l'allure moyenne de Bob était de 5 min/km. Calcule l'image de 5 par f. Que représente le résultat obtenu ?

Réponds aux questions suivantes en utilisant la représentation graphique de la fonction f ci-dessous.



d. Donne un antécédent de 10 par la fonction f.

e. Un piéton se déplace à environ 14 min/km. Donne une valeur approchée de sa vitesse en km/h.

Fiche 13 : préparer le Brevet (2)

1 Pour ses 32 ans, Denis a acheté un vélo d'appartement afin de pouvoir s'entrainer pendant l'hiver. La fréquence cardiaque (FC) est le nombre de pulsations (ou battements) du cœur par minute.

a. Denis veut estimer sa fréquence cardiaque : en quinze secondes, il a compté 18 pulsations. À quelle fréquence cardiaque, exprimée en pulsations par minute, cela correspond-il ?

b. Son vélo est équipé d'un cardiofréquencemètre qui lui permet d'optimiser son effort en enregistrant, dans ce cardiofréquencemètre, toutes les pulsations de son cœur. À un moment donné, le cardiofréquencemètre a mesuré un intervalle de 0,8 seconde entre deux pulsations. Calcule la fréquence cardiaque qui sera affichée par le cardiofréquencemètre.

Après une séance d'entrainement, le cardiofréquencemètre lui a fourni les renseignements suivants :

Nombre de pulsations enregistrées	**Fréquence minimale enregistrée**	**Fréquence moyenne**	**Fréquence maximale enregistrée**
3 640	65 pulsations/minute	130 pulsations/minute	182 pulsations/minute

c. Quelle est l'étendue des fréquences cardiaques enregistrées ?

d. Denis n'a pas chronométré la durée de son entrainement. Quelle a été cette durée ?

Denis souhaite connaitre sa fréquence cardiaque maximale conseillée (FCMC) afin de ne pas la dépasser et ainsi de ménager son cœur. La FCMC d'un individu dépend de son âge a, exprimé en années, elle peut s'obtenir grâce à la formule suivante établie par Astrand et Ryhming :

Fréquence cardiaque maximale conseillée = 220 – âge

On note $f(a)$ la FCMC en fonction de l'âge a, on a donc $f(a) = 220 - a$.

e. Vérifie que la FCMC de Denis est égale à 188 pulsations/minute.

f. Compare la FCMC de Denis avec la FCMC d'une personne de 15 ans.

Après quelques recherches, Denis trouve une autre formule permettant d'obtenir sa FCMC de façon plus précise. Si a désigne l'âge d'un individu, sa FCMC peut être calculée à l'aide de la formule de Gellish :

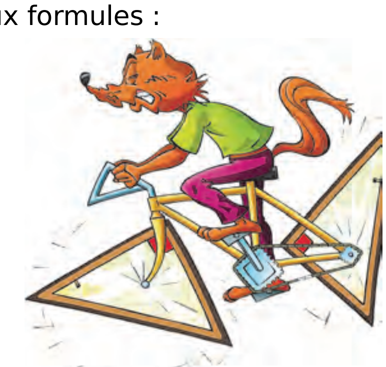
Fréquence cardiaque maximale conseillée = 191,5 – 0,007 × âge²

On note $g(a)$ la FCMC en fonction de l'âge a, on a donc $g(a) = 191{,}5 - 0{,}007 \times a^2$.

Denis utilise un tableur pour comparer les résultats obtenus à l'aide des deux formules :

B2 =220-A2

	A	B	C
1	Age a	FCMC $f(a)$ (Astrand et Ryhming)	FCMC $g(a)$ (Gellish)
2	30	190	185,2
3	31	189	184,773
4	32	188	184,332
5	33	187	183,877



g. Quelle formule faut-il insérer dans la cellule C2, puis recopier vers le bas, pour pouvoir compléter la colonne « FCMC $g(a)$ *(Gellish)* » ?

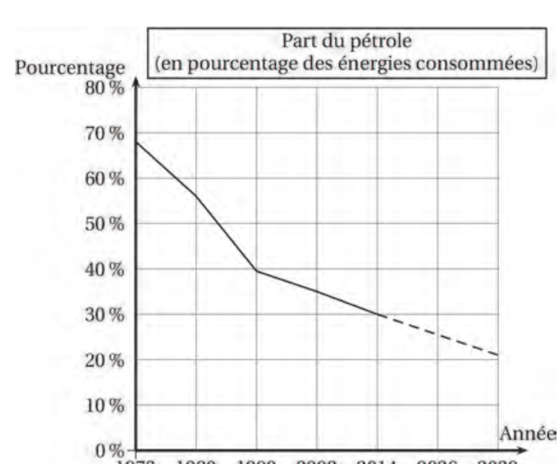
2 *La part du pétrole*

On peut observer l'évolution de la part du pétrole au fil des années à partir d'une représentation graphique comme celle proposée ci-contre. Les pointillés indiquent que l'on suppose que la baisse de la part du pétrole va se poursuivre sur le rythme observé depuis 2002.

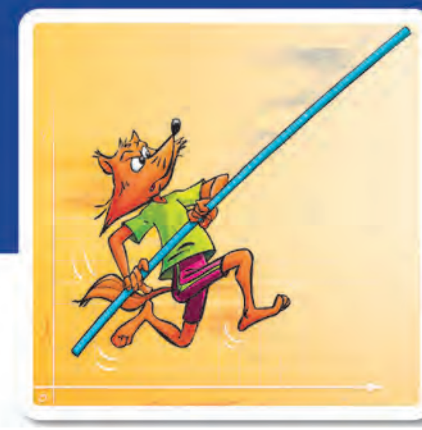
En suivant cette supposition, on peut modéliser la part du pétrole (exprimée en pourcentage) en fonction de l'année a par la fonction P, définie ainsi : $P(a) = \frac{-17}{48}a + 743{,}5$.

a. Écris le calcul permettant de vérifier que $P(1990) \approx 38{,}7$.

b. D'après ce modèle, à partir de quelle année la part du pétrole sera-t-elle nulle ?



D2 Fonctions linéaires et affines



g5.re/869 g5.re/5gp g5.re/5wu

1 Fonction affine

A Définition

Définition

On appelle **fonction affine** une fonction qui, à tout nombre noté x,
associe le nombre $a \times x + b$ (c'est-à-dire $x \longmapsto a \times x + b$), où a et b sont deux nombres fixés.

Exemple :

- La fonction f définie par $f(x) = 3x - 2$ est une **fonction affine** (avec $a = 3$ et $b = -2$).

Remarques :

- Lorsque $a = 0$, la fonction est une **fonction constante**.
  À tout nombre x, cette fonction associe le nombre b.
- Lorsque $b = 0$, la fonction est une **fonction linéaire**.
  À tout nombre x, cette fonction associe le nombre ax.

B Image et antécédent

Propriété

Tout nombre admet un **unique antécédent** par une fonction affine non constante.

Exemple : Soit f la fonction affine telle que $f(x) = 3x - 2$.

- Calcule l'image de -7 par la fonction f.

$f(x) = 3x - 2$ ⟶ On remplace x par -7.

$f(-7) = 3 \times (-7) - 2$ ⟶ On calcule.

$f(-7) = -21 - 2 = -23$ ⟶ L'image de -7 par la fonction f est -23.

- Calcule l'antécédent de 13 par la fonction f.

$f(x) = 13$ ⟶ On cherche le nombre x qui a pour image 13.

$3x - 2 = 13$ ⟶ On résout l'équation.

$3x = 15$ donc $x = 5$ ⟶ L'antécédent de 13 par f est donc 5.

C Représentation graphique

Propriété

La représentation graphique d'une **fonction affine** $f : x \longmapsto a \times x + b$ est une **droite**.

Définitions Soit f une fonction qui, au nombre a, associe le nombre b.

On peut écrire : $\boxed{f(a) = b}$. On dit alors que :

- a s'appelle le **coefficient directeur** de la droite : il donne l'accroissement de $f(x)$ lorsque x augmente d'une unité
- b s'appelle l'**ordonnée à l'origine** : $f(0) = b$
  La droite passe par le point de coordonnées (0 ; b).

Exemple : Représente graphiquement la fonction affine f définie par $f : x \longmapsto 3x - 2$.

f est une fonction affine. Sa représentation graphique est donc une droite.

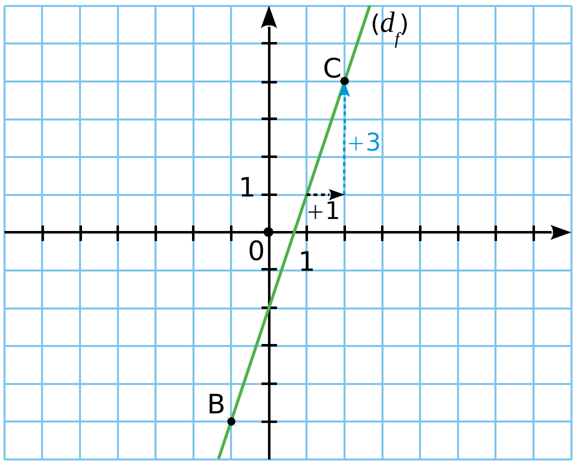
Pour la tracer, il suffit de connaitre les coordonnées de deux de ses points.

- $f(-1) = 3 \times (-1) - 2 = -3 - 2 = -5$
- $f(2) = 3 \times (2) - 2 = 6 - 2 = 4$

On trace (d_f) qui passe par les points B(-1 ; -5) et C(2 ; 4).

On vérifie que la droite passe bien par le point de coordonnées (0 ; – 2).

Le coefficient directeur de cette droite est positif : la droite « monte » donc quand on regarde de gauche à droite.



2 Fonction linéaire

A Définition

Définition On appelle **fonction linéaire** de coefficient a la fonction qui, à tout nombre noté x, associe le nombre $a \times x$ (c'est-à-dire $x \longmapsto a \times x$), où a est un nombre fixé.

Exemples : Les fonctions f et g, définies par $f(x) = 2{,}5x$ et $g(x) = -0{,}5x$, sont linéaires.

Remarque : Une fonction linéaire est une fonction affine particulière (cas où $b = 0$).

B Représentation graphique

Propriété La représentation graphique d'une **fonction linéaire** $g : x \longmapsto a \times x$ est une **droite** passant par l'**origine** du repère.

Exemple : Représente graphiquement la fonction linéaire g définie par $g(x) = -0{,}5x$.

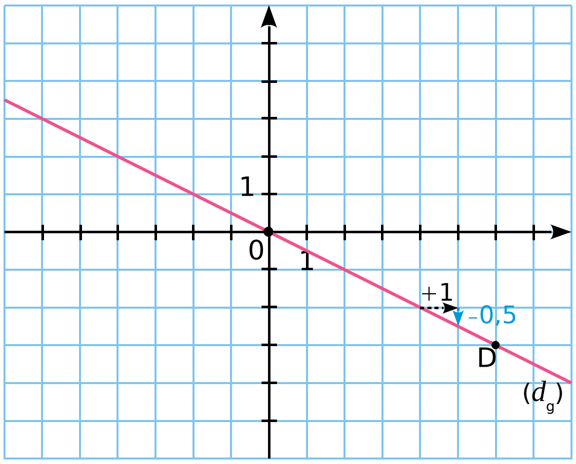
g est une fonction linéaire. Sa représentation graphique est donc une droite qui passe par l'origine du repère.

Pour la tracer, il suffit de connaitre les coordonnées d'un de ses points : on calcule l'image d'un nombre par la fonction g.

$g(6) = -0{,}5 \times (6) = -3$

On trace (d_g) qui passe par les points D(6 ; -3) et O.

Le coefficient directeur de cette droite est négatif : la droite « descend » donc quand on regarde de gauche à droite.



3 Proportionnalité

A Fonction linéaire et proportionnalité

Propriété

Toute situation de **proportionnalité** peut être modélisée par une fonction linéaire.

Exemple 1 :

- Le périmètre d'un carré est proportionnel à la mesure de son côté.
  Cette situation peut être modélisée par la fonction linéaire p qui, à tout nombre x, associe $4x$.

Exemple 2 :

Un marchand vend ses pommes à 2,50 € le kilo. Le prix des pommes est proportionnel à leur masse. La fonction linéaire $f(x) = 2{,}50x$ traduit cette situation de proportionnalité.

L'image de 5 par f est : $f(5) = 12{,}5$. Cela signifie que 5 kg de pommes valent 12,50 €.

La représentation graphique de f représente donc le prix payé en fonction de la masse des pommes.

B Pourcentages

Propriétés

- Pour augmenter un nombre de x %, on multiplie ce nombre par $1 + \frac{x}{100}$.
- Pour diminuer un nombre de x %, on multiplie ce nombre par $1 - \frac{x}{100}$.

Preuve :

- Quand on augmente un nombre de x %, on ajoute à ce nombre le produit de ce nombre par $\frac{x}{100}$, donc cela revient à multiplier ce nombre par $1 + \frac{x}{100}$.
- Quand on diminue un nombre de x %, on soustrait à ce nombre le produit de ce nombre par $\frac{x}{100}$, donc cela revient à multiplier ce nombre par $1 - \frac{x}{100}$.

Exemples 1 :

- Une augmentation de 5 % se traduit par une multiplication par $1 + \frac{5}{100} = 1{,}05$.
- Une diminution de 5 % se traduit par une multiplication par $1 - \frac{5}{100} = 0{,}95$.

Exemple 2 :

Un pantalon coute 70 €. Son prix augmente de 20 %.

Pour trouver le nouveau prix, il suffit donc de multiplier le prix de départ par $1 + \frac{20}{100} = 1{,}20$.

$70 \times 1{,}20 = 84$. Après augmentation, le prix est de 84 €.

Exemple 3 :

Un village comptait 800 habitants.
En 5 ans, la population a diminué de 7,5 %.
Pour trouver le nouveau nombre d'habitants, il suffit de multiplier le nombre de départ par $1 - \frac{7{,}5}{100} = 0{,}925$

$800 \times 0{,}925 = 740$

Ce village compte désormais 740 habitants.

Fiche 1 : utiliser la définition des fonctions linéaires et affines

1 Complète le tableau ci-dessous, en indiquant les fonctions linéaires et leur coefficient.

$f : x \longmapsto 6x - 1$

$g : x \longmapsto \dfrac{x}{5}$

$h : x \longmapsto \dfrac{5}{x}$

$j : x \longmapsto -3x^2$

$k : x \longmapsto -\dfrac{2}{7}x$

$l : x \longmapsto 5x - 3{,}2x$

$m : x \longmapsto -3(x-2)$

$n : x \longmapsto 3(1-x) - 3$

Fonction linéaire					
Coefficient					

2 f est une fonction linéaire de coefficient – 5.

a. Complète le tableau de valeurs suivant.

x	– 3	– 0,5			5		10
$f(x)$			0,5	0		– 18	

b. Que peux-tu dire de ce tableau ? Justifie.

....

....

....

3 On considère la fonction $g : x \longmapsto 9x$.

a. Complète.

$g(5)$ = ...

$g(-5)$ = ...

b. Quelle est l'image de 7 ? ....

c. Quelle est l'image de – 3 ? ....

d. Quel est l'antécédent de 54 ?

....

e. Quel est l'antécédent de – 4,5 ?

....

4 On considère la fonction $h : x \longmapsto -2{,}4x$.

a. Complète.

$h(5)$ ....

$h(-5)$ ....

b. Quelle est l'image de 7 ? ....

c. Quelle est l'image de – 3 ? ....

d. Quel est l'antécédent de 24 ?

....

e. Quel est l'antécédent de – 0,6 ?

....

5 j est une fonction linéaire telle que $j(4) = 3$.

a. Est-il possible que $j(-8) = -5$? Justifie.

....

....

b. Sans déterminer le coefficient de j, calcule.

- $j(24)$ = ...
- $j(-2)$ = ...

c. Quel est le coefficient de j ?

....

....

6 k est une fonction linéaire telle que $k(7) = -2$.

a. Sans déterminer le coefficient de k, calcule.

- $k(21)$ ....
- $k(-3{,}5)$ ....

b. Quel est le coefficient de k ?

....

....

7 Pour mesurer la température en France, on utilise le degré Celsius (°C) alors qu'aux États-Unis, on utilise le degré Fahrenheit (°F). Pour passer des °C aux °F, on multiplie le nombre de départ par 1,8 puis on ajoute 32 au résultat.

On note x la température en degrés Celsius et $f(x)$ la même température en degrés Fahrenheit.

a. Exprime $f(x)$ en fonction de x.

....

b. Comment nomme-t-on ce type de fonction ?

....

c. Calcule $f(10)$ et $f(-30)$.

....

....

d. Quel est l'antécédent de 41 par la fonction f ?

....

....

....

1 Parmi les fonctions suivantes, détermine...

$f : x \longmapsto 4x - 3$	$j : x \longmapsto 3x^2 + 5$
$g : x \longmapsto 5 - 2x$	$k : x \longmapsto -4$
$h : x \longmapsto 4{,}5x$	$l : x \longmapsto \dfrac{1}{x}$

a. celles qui sont affines : ....

b. celles qui sont linéaires : ....

c. celles qui sont constantes : ....

d. celles qui ne sont pas affines : ....

2 Dans chacun des cas ci-dessous, indique si la fonction est affine et justifie.

a. La fonction qui, à un nombre, associe le résultat du programme de calcul suivant.

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 1.
- Multiplier le tout par 3.
- Annoncer le résultat.

....

....

....

....

b. La fonction par laquelle la longueur du rayon d'un cercle a pour image le périmètre de ce cercle.

....

....

....

c. La fonction qui, à la longueur du rayon d'un disque, associe l'aire de ce disque.

....

....

....

3 g est la fonction définie par $g(x) = 2x - 5$.

a. Complète le tableau de valeurs ci-dessous.

x	$-5{,}5$	-3		0		15	
$g(x)$			0		5		$2{,}4$

b. Est-ce un tableau de proportionnalité ? Justifie.

....

....

4 On considère la fonction $f : x \longmapsto -3x + 7$.

a. Calcule $f(8)$.

....

b. Calcule l'image de 0.

....

c. Calcule l'antécédent de 2.

....

....

....

5 Une agence de location de voitures propose le tarif suivant : un forfait de 100 € auquel s'ajoute 0,70 € par kilomètre parcouru.

a. Calcule le prix à payer pour 540 km parcourus.

....

....

b. Avec un budget de 275 €, combien de kilomètres peut-on parcourir ?

....

....

....

c. On considère la fonction f qui, au nombre de kilomètres parcourus d, associe le prix à payer. Donne une expression de f, ainsi que sa nature.

....

d. Traduis les réponses des questions **a** et **b** en utilisant la fonction f.

....

6 Soit h la fonction affine qui, à un nombre x, associe le nombre $7x + 3$.

a. Calcule les rapports suivants.

$$\frac{h(3) - h(2)}{3 - 2} = \text{..................................}$$

$$\frac{h(5) - h(-1)}{5 - (-1)} = \text{..................................}$$

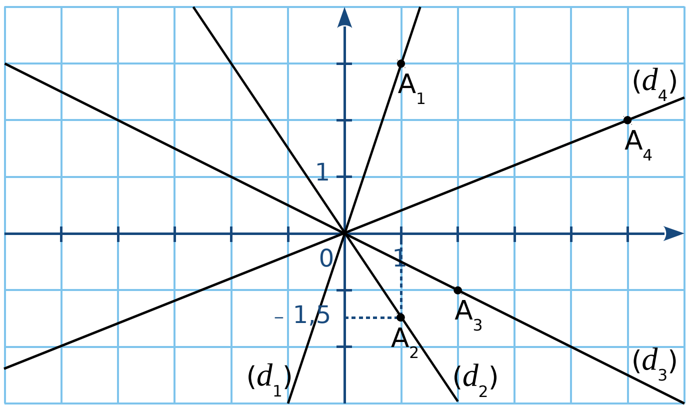
$$\frac{h(-3) - h(4)}{-3 - 4} = \text{..................................}$$

b. Que remarques-tu ?

....

....

1 Les droites (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4) sont les représentations graphiques respectives de quatre fonctions linéaires f_1, f_2, f_3 et f_4.



a. Quelles sont les coordonnées de A_1, A_2, A_3 et A_4 ?

....

....

b. Déduis-en quatre égalités avec f_1, f_2, f_3 et f_4.

....

....

c. Déduis-en le coefficient de f_1, f_2, f_3 et f_4.

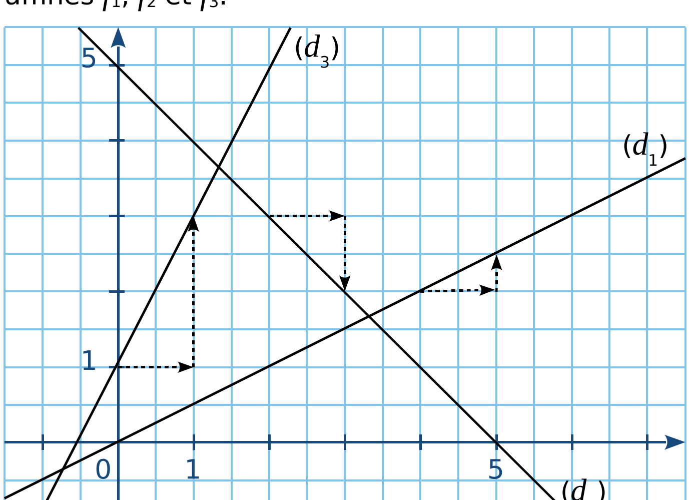
Fonction	f_1	f_2	f_3	f_4
Coefficient				

d. Déduis-en l'expression de chaque fonction.

....

....

2 Les droites (d_1), (d_2) et (d_3) sont les représentations graphiques respectives de trois fonctions affines f_1, f_2 et f_3.



a. Indique la (les) fonction(s) qui ont un coefficient négatif.

....

b. Indique le coefficient de chaque fonction.

Fonction	f_1	f_2	f_3
Coefficient			

c. Indique l'ordonnée à l'origine de chaque droite.

Droite	(d_1)	(d_2)	(d_3)
Ordonnée à l'origine			

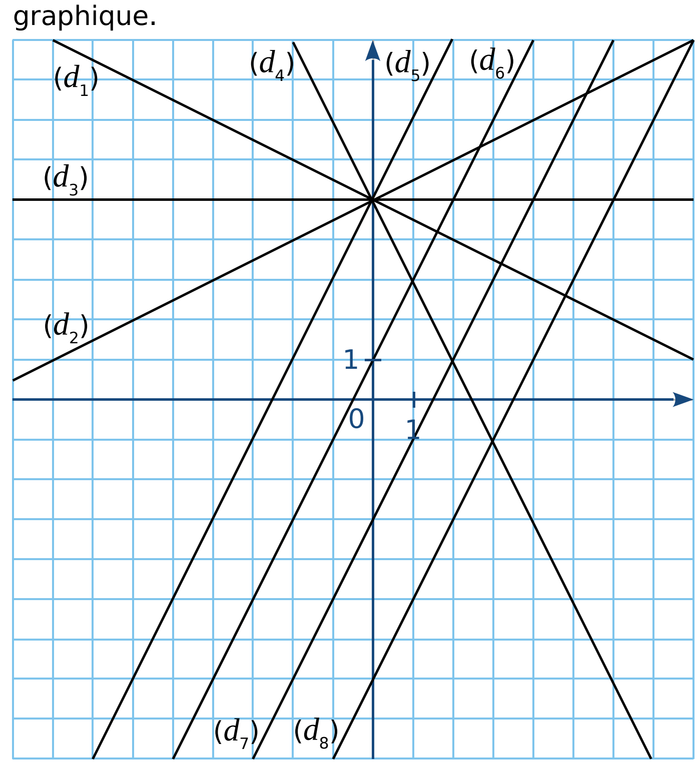
d. Déduis-en l'expression de chaque fonction.

....

....

....

3 Par lecture graphique, indique pour chaque fonction affine quelle droite est sa représentation graphique.



Fonction	Droite
$x \longmapsto 2x + 1$	($d_{\dots}$)
$x \longmapsto \dfrac{1}{2}x + 5$	($d_{\dots}$)
$x \longmapsto -2x + 5$	($d_{\dots}$)
$x \longmapsto 5$	($d_{\dots}$)

Fonction	Droite
$x \longmapsto 2x - 3$	($d_{\dots}$)
$x \longmapsto 2x - 7$	($d_{\dots}$)
$x \longmapsto -\dfrac{1}{2}x + 5$	($d_{\dots}$)
$x \longmapsto 2x + 5$	($d_{\dots}$)

1 Soient les fonctions $f : x \longmapsto 4x$ et $g : x \longmapsto -4x$.

a. Quelle est la nature de leur représentation graphique ? Justifie.

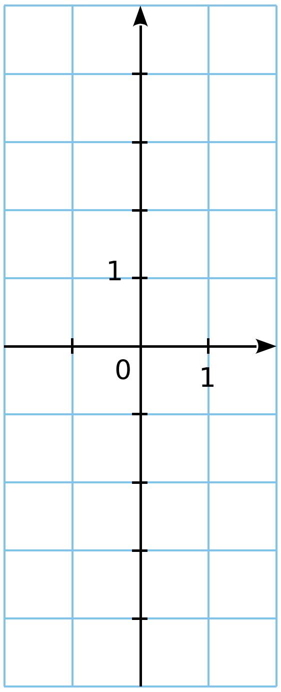
……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

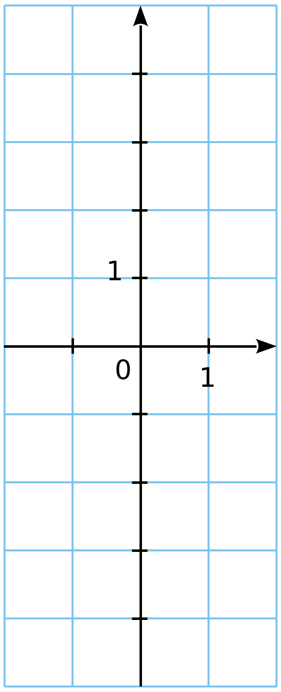
b. Calcule les coordonnées des points F et G d'abscisse 1 de la courbe de f puis de celle de g.

……………………………………………………………………

c. Trace la courbe de f.

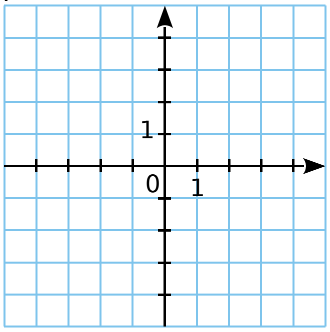


d. Trace la courbe de g.

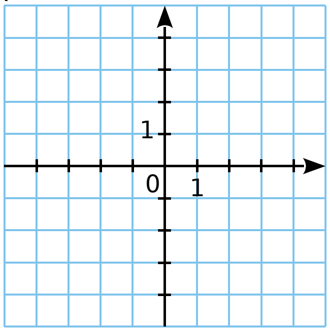


2 Trace la représentation graphique de chaque fonction dans le repère correspondant.

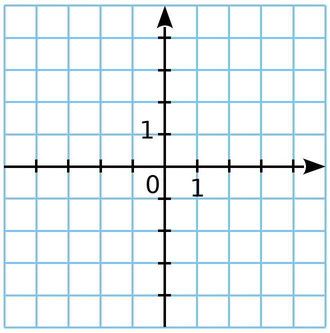
$f_1(x) = 2x$



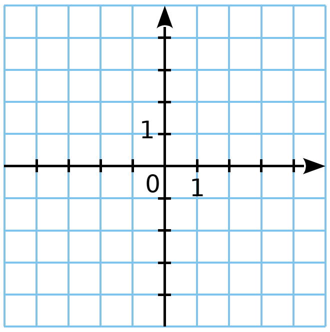
$f_2(x) = -3x$



$f_3(x) = -1{,}5x$



$f_4(x) = \dfrac{1}{2}x$



3 Soit la fonction $g : x \longmapsto 2x - 1$.

a. Quelle est la nature de sa représentation graphique ? Justifie.

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

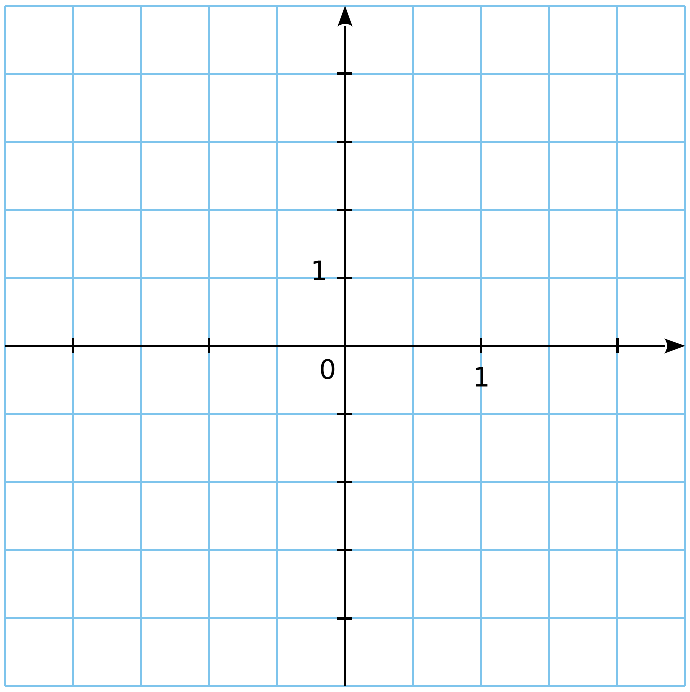
b. Complète le tableau suivant.

x	0	1
$g(x)$		

c. Déduis-en les coordonnées de deux points appartenant à cette représentation graphique.

……………………………………………………………………

d. Trace la représentation graphique de la fonction g dans le repère ci-dessous.



e. Par lecture graphique, complète le tableau de valeurs suivant.

x	-2	-1	0,5		
$g(x)$				2	3

f. Quelle est l'image de 2 par g ? ……..

g. Quel nombre a pour image 2 par g ? ……..

h. Quelle est l'image de 0,5 par g ? ……..

i. Quel est l'antécédent de -3 par g ? ……..

j. $g(-1{,}5) =$ ………

k. $g(4) =$ ………

l. $g($……..$) = 1$

m. $g($………..$) = -1{,}5$

Fiche 5 : représenter graphiquement (2)

1 On veut tracer la représentation graphique (d_f) de la fonction $f : x \longmapsto 3x + 3$.

a. Quelles sont les coordonnées du point A de (d_f) d'abscisse 0 ? Comment appelle-t-on son ordonnée ? Place le point A dans le repère ci-dessous.

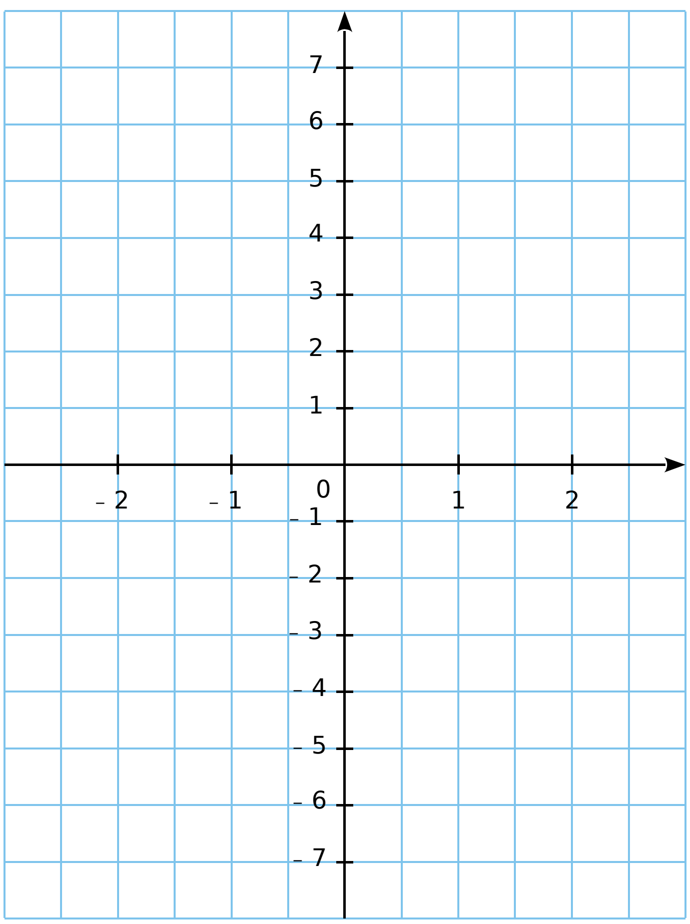
....

....

b. En utilisant le coefficient de la fonction f, place un deuxième point B de (d_f).
Quelles sont ses coordonnées ?

....

c. Trace la courbe (d_f) représentative de f.



d. Trace les courbes (d_g) et (d_h) des fonctions g et h définies par $g(x) = 3x$ et $h(x) = 3x - 4$.

e. Que remarques-tu ? Justifie pourquoi.

....

....

....

f. Place les points F, G et H d'abscisse – 1, appartenant respectivement à (d_f), (d_g) et (d_h).

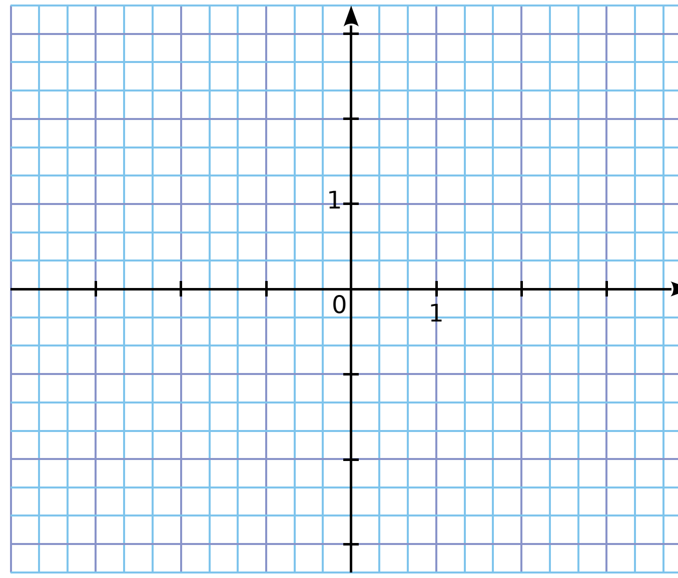
g. Donne les coordonnées de ces points.

....

2 On considère les fonctions suivantes.

$$f : x \longmapsto \frac{2}{3}x - 1 \text{ et } g : x \longmapsto -\frac{1}{3}x + 2$$

On appelle (d_f) et (d_g) leur représentation graphique.



a. Détermine les coordonnées des points F_0 et G_0 d'abscisse 0, respectivement sur (d_f) et (d_g).

....

b. Détermine le coefficient de f et de g.

....

c. Déduis-en les coordonnées des points F_1 et G_1 d'abscisse 1, respectivement sur (d_f) et (d_g).

....

d. Ces deux points suffisent-ils à tracer précisément chaque courbe ? Justifie.

....

....

e. Détermine les coordonnées des points F_{-3} et G_{-3} d'abscisse – 3, respectivement sur (d_f) et (d_g).

....

f. Place ces différents points puis trace (d_f) et (d_g).

g. Ces deux droites sont sécantes en un point I.
Lis les coordonnées de ce point I.

....

h. Résous graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
À quoi cela correspond-il graphiquement ?

....

....

....

1 Soient f_1 et f_2 deux fonctions linéaires telles que $f_1(3) = 18$ et $f_2(-3) = 27$.

Détermine les fonctions f_1 et f_2.

....

....

....

2 Soient f et g deux fonctions affines telles que $f(0) = 2$ et $f(4) = -18$; $g(0) = -1$ et $g(4) = 13$.

a. Quelle est l'ordonnée à l'origine b_f et b_g correspondant à chaque fonction ?

....

b. Détermine les fonctions f et g.

....

....

....

....

....

....

3 $f(x)$ est une fonction affine de la forme $ax + b$ telle que $f(-3) = -10$ et $f(3) = 2$.

On souhaite déterminer l'expression de f, c'est-à-dire déterminer a et b.

a. Calcule le coefficient de f en utilisant la formule $a = \dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$.

....

....

b. Détermine l'expression de f.

....

....

....

c. Vérifie que la fonction trouvée convient.

....

....

....

....

4 Détermine les fonctions affines f_1 et f_2 telles que $f_1(1) = 4$ et $f_1(4) = 7$; $f_2(2) = -1$ et $f_2(-1) = 2$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

5 Détermine la fonction affine f telle que $f(9) = -1$ et $f(18) = -8$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Fiche 7 : résoudre des problèmes (1)

1 Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées mais une seule est exacte : entoure la bonne réponse.

Soit la fonction définie par $f(x) = -2x + 3$.	**Réponse A**	**Réponse B**	**Réponse C**
1. $f(x)$ est de la forme $ax + b$. La valeur de a est...	3	-2	2
2. L'image de 0 par f est...	1	1,5	3
3. La droite qui représente la fonction f passe par le point...	A(-1 ; 1)	A(-1 ; 5)	A(1 ; -18)
4. L'antécédent de 4 par la fonction f est...	-5	$\frac{7}{2}$	$-\frac{1}{2}$
5. La droite qui représente la fonction f coupe l'axe des ordonnées en...	D(1,5 ; 0)	E(0 ; 3)	F(0 ; 2)

2 Soient f et g deux fonctions telles que :
$f(0) = -2$ et $f(5) = 6,5$; $g(0) = 0,8$ et $g(5) = 6,8$

a. Justifie que ces fonctions ne sont pas linéaires.

b. Écris f et g sous la forme $ax + b$, où a et b sont des nombres à préciser.

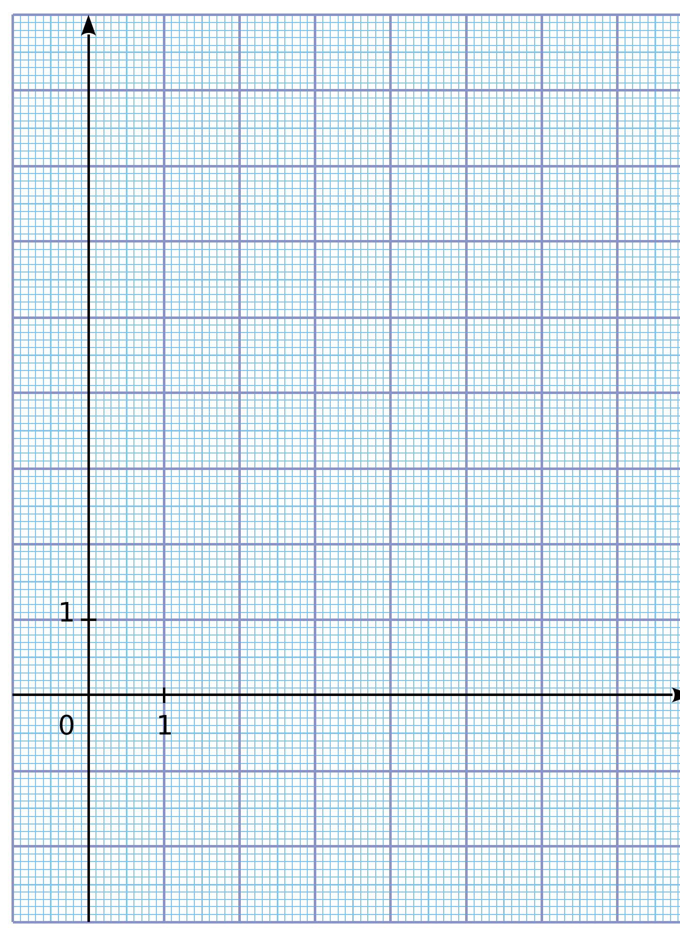
c. Détermine, par le calcul, la valeur de x pour laquelle $f(x) = g(x)$.

d. Complète les tableaux de valeurs suivants.

x	0	2	4	6	8	10
$f(x)$						

x	0	2	4	6	8	10
$g(x)$						

e. Construis les courbes représentatives (d_f) et (d_g) des fonctions f et g dans le repère ci-dessous.



f. Retrouve sur le graphique la valeur de x pour laquelle $f(x) = g(x)$. Trace les pointillés nécessaires.

g. (d_f) et (d_g) se coupent en K. Calcule les coordonnées de ce point d'intersection.

1 L'école I.Parcours décide d'acheter un logiciel pour gérer sa bibliothèque. Il y a trois tarifs :

Tarif A : 19 euros ;
Tarif B : 10 centimes par élève ;
Tarif C : 8 euros + 5 centimes par élève.

a. Complète le tableau.

Nombre d'élèves	100	200	300
Tarif A	19 €		
Tarif B			30 €
Tarif C		18 €	

b. Si x représente le nombre d'élèves, entoure la fonction qui correspond au tarif C.

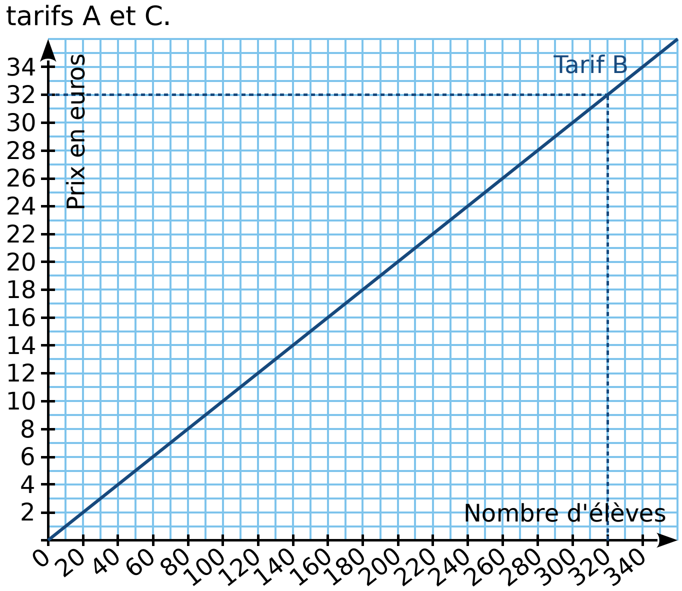
$x \longmapsto 8 + 5x$ $\quad$ $x \longmapsto 8 + 0{,}05x$ $\quad$ $x \longmapsto 0{,}05 + 8x$

c. Quelle est la nature de cette fonction ?

....

....

d. Sur le graphique ci-dessous, on a représenté le tarif B. Sur ce même graphique, représente les tarifs A et C.



e. Par lecture graphique, à partir de combien d'élèves le tarif A est-il plus intéressant que le tarif C ? (Fais apparaitre sur le graphique les tracés nécessaires à la lecture.)

....

....

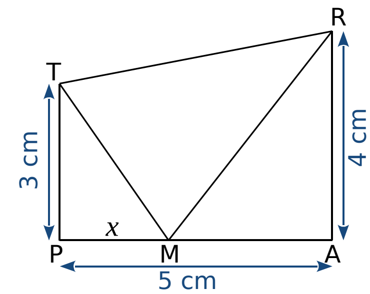
f. Dans l'école I.Parcours, il y a 209 élèves. Quel est le tarif le plus intéressant pour cette école ?

....

....

....

2 TRAP est un trapèze, rectangle en A et en P, tel que : TP = 3 cm ; PA = 5 cm et AR = 4 cm.
M est un point variable du segment [PA] et on note x la longueur du segment [PM] en cm.



a. Donne les valeurs entre lesquelles x peut varier.

....

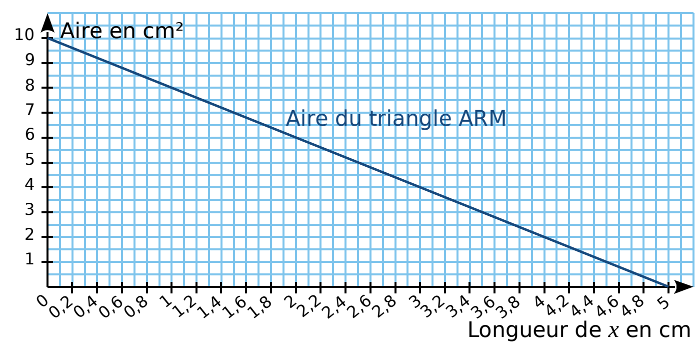
b. Montre que l'aire du triangle PTM est $1{,}5x$ et que l'aire du triangle ARM est $10 - 2x$.

....

....

....

Cette droite est la représentation graphique de la fonction qui, à x, associe l'aire du triangle ARM.



Réponds aux questions **c**, **d** et **f** en utilisant ce graphique. Laisse apparents les traits nécessaires.

c. Pour quelle valeur de x l'aire du triangle ARM est-elle égale à 6 cm² ?

....

d. Lorsque x est égal à 4 cm, quelle est l'aire du triangle ARM ?

....

e. Sur ce graphique, trace la droite représentant la fonction : $x \longmapsto 1{,}5x$.

f. Estime, à un millimètre près, la valeur de x pour laquelle les triangles PTM et ARM ont la même aire.

....

g. Montre par le calcul que la valeur exacte de x pour laquelle les deux aires sont égales est $\dfrac{100}{35}$.

....

....

....

1 Complète le tableau ci-dessous.

a.	Augmentation de 23 %	× 1,23
b.	Augmentation de 7 %	
c.	Augmentation de 110 %	
d.		× 1,01
e.		× 1,58
f.		× 2,09
g.	Baisse de 15 %	
h.	Baisse de 4 %	
i.	Baisse de 0,1 %	
j.		× 0,855
k.		× 0,53
l.		× 0,91

2 Complète les étiquettes ci-dessous.
Détaille tes calculs.

a.

Ancien prix : 99 €
Soldes : – 20 %
Nouveau prix : €

b.

Ancien prix : 45 €
Soldes : – 15 %
Nouveau prix : €

c.

Ancien prix : €
Soldes : – 30 %
Nouveau prix : 30 €

d.

Ancien prix : 60 €
Soldes : – %
Nouveau prix : 54 €

3 Au cours d'une épreuve sportive, un athlète perd du poids à cause de la déshydratation liée à l'effort, à la température extérieure... Les conséquences sont plus ou moins importantes selon la perte de poids.
Un sportif pesait 75 kg avant sa course. Il ne pesait plus que 71 kg à l'arrivée. En t'aidant du tableau ci-dessous, étudie dans quel état arrive ce sportif après sa course.

Perte de poids en %	Effet sur la performance
Jusqu'à 2 %	Perte d'endurance
2 % à 4 %	Perte de puissance
Plus de 4 %	Risque de malaise

4 *Sécurité routière*

a. En 2012, 60 437 accidents corporels ont eu lieu sur les routes. Calcule le nombre d'accidents corporels en 2013, sachant que ce nombre avait baissé d'environ 6 % par rapport à 2012.

b. En 2012, la vitesse moyenne des motocyclettes était de 86,1 km/h, alors qu'elle était de 84,8 km/h en 2011. Calcule le pourcentage d'augmentation de la vitesse moyenne des motocyclettes entre 2011 et 2012.

c. Dans les départements d'outre-mer, 159 personnes sont mortes sur la route en 2013 ; c'est une baisse d'environ 15,9 % par rapport à l'année précédente. Calcule le nombre de morts sur la route en 2012 dans ces départements.

1 Introduit en Australie en 1935 pour lutter contre les insectes rongeant la canne à sucre, le crapaud buffle, qui est venimeux, ravage désormais la faune locale.

a. La taille des 100 spécimens introduits à l'origine était au maximum de 14 cm, mais un spécimen de 38 cm a été capturé en 2007. De quel pourcentage sa taille a-t-elle augmenté ?

....

....

....

b. Une estimation donne la population actuelle de crapauds buffles en Australie de l'ordre de 200 millions d'individus. De quel pourcentage leur nombre a-t-il augmenté par rapport à 1935 ?

....

....

....

....

2 Voici un tableau donnant l'évolution en eau et en salinité de la mer d'Aral, de 1960 à 1985.

	1960	1965	1970	1975	1980	1985
Surface d'eau (km²)	69 790	62 380	58 920	54 670	49 210	43 080
Salinité (g/L)	9,9					

Mer d'Aral en 1985

Mer d'Aral en 2014

a. Le tableau ci-dessous donne l'évolution, en pourcentage, de la surface de l'eau et de la salinité de la mer d'Aral. Complète-le à partir des données du tableau précédent. Arrondis au dixième.

	1 entre 1960 et 1965	2 entre 1965 et 1970	3 entre 1970 et 1975	4 entre 1975 et 1980	5 entre 1980 et 1985
Surface d'eau					
Salinité	+ 9,1 %	+ 3,7 %	+ 19,6 %	+ 25,4 %	+ 36,3 %

b. Complète le premier tableau, concernant la salinité en g/L de la mer d'Aral, à l'aide du deuxième. Arrondis au dixième.

c. Compare ces deux évolutions. Que remarques-tu ?

....

....

....

....

3 Voici un tableau donnant l'évolution de la population de l'ile de Ré, entre 2012 et 2014.

	2012	2014
Population des 5 communes du nord de l'ile	4 454	
Population des 5 communes du sud de l'ile		13 505
Total de la population de l'ile de Ré		

a. La population des 5 communes du nord de l'ile a augmenté de 3,19 % entre 2012 et 2014. Complète la première ligne du tableau. Arrondis à l'unité.

b. La population des 5 communes du sud de l'ile a augmenté de 1,78 % entre 2012 et 2014. Complète la deuxième ligne du tableau. Arrondis à l'unité.

c. Complète la dernière ligne du tableau et calcule l'augmentation de la population totale de l'ile entre 2012 et 2014. Arrondis au centième.

....

....

d. Compare avec les augmentations précédentes.

....

....

1 Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Ajouter 1 à ce nombre.
- Calculer le carré du résultat.
- Soustraire le carré du nombre de départ au résultat précédent.
- Écrire le résultat.

a. On choisit 4 comme nombre de départ. Prouve par le calcul que le résultat obtenu avec le programme est 9.

On note x le nombre choisi.

b. Exprime le résultat du programme en fonction de x.

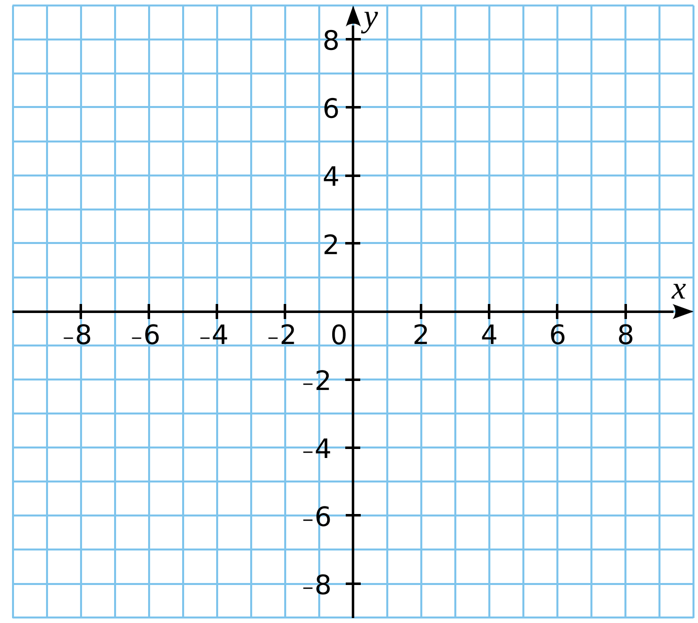
c. Prouve que ce résultat est égal à $2x + 1$.

Soit f la fonction définie par $f(x) = 2x + 1$.

d. Calcule l'image de 0 par f.

e. Détermine par le calcul l'antécédent de 5 par f.

f. Trace la droite représentative de la fonction f.



g. Par lecture graphique, détermine le résultat obtenu, en choisissant –3 comme nombre de départ dans le programme de calcul. Laisse les traits de construction apparents.

2 Le 17 juillet 2016, une spectatrice regarde l'étape « Bourg-en-Bresse / Culoz » du Tour de France. Elle note, toutes les demi-heures, la distance parcourue par le cycliste français Thomas VOECKLER qui a mis 4 h 30 min pour parcourir cette étape de 160 km ; elle oublie seulement de noter la distance parcourue par celui-ci au bout de 1 h de course. Elle obtient le tableau suivant :

Temps en h	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
Distance en km	0	15	...	55	70	80	100	110	135	160

a. Quelle distance a-t-il parcourue au bout de 2 h 30 min de course ?

b. Montre qu'il a parcouru 30 km lors de la troisième heure de course.

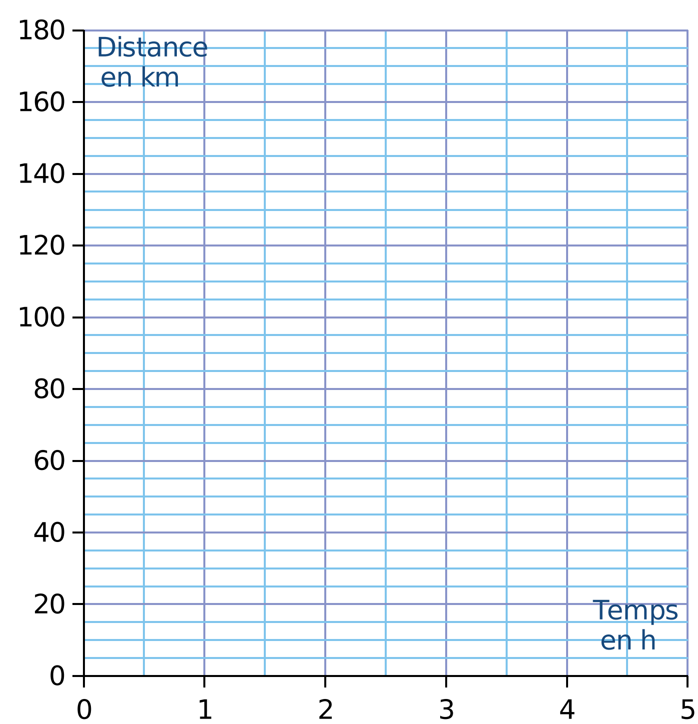
c. A-t-il été plus rapide lors de la troisième ou bien lors de la quatrième heure de course ?

d. Place les 9 points du tableau dans le repère. On ne peut pas placer le point d'abscisse 1 puisque l'on ne connaît pas son ordonnée. En utilisant votre règle, relier les points consécutifs entre eux.

e. En considérant que la vitesse du cycliste est constante entre deux relevés, détermine, par lecture graphique, le temps qu'il a mis pour parcourir 75 km.

f. On considère que la vitesse du cycliste est constante entre le premier relevé effectué au bout de 0,5 h de course et le relevé effectué au bout de 1,5 h de course ; détermine par lecture graphique la distance parcourue au bout de 1 h de course.

g. Soit f la fonction qui, au temps de parcours du cycliste Thomas VOECKLER, associe la distance parcourue. La fonction f est-elle linéaire ?

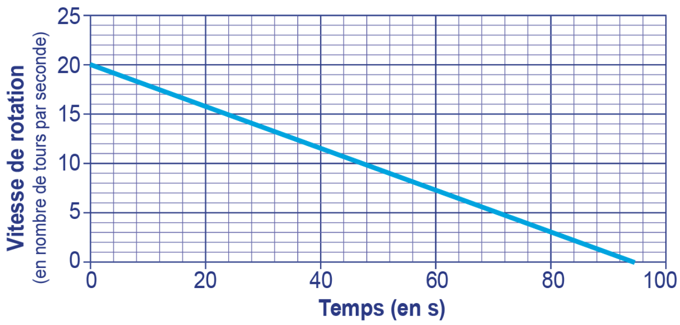


Le hand-spinner

Le hand-spinner est une sorte de toupie plate qui tourne sur elle-même. On donne au hand-spinner une vitesse de rotation initiale au temps $t = 0$, puis, au cours du temps, sa vitesse de rotation diminue jusqu'à son arrêt complet. Sa vitesse de rotation est alors égale à 0.

Grâce à un appareil de mesure, on a relevé la vitesse de rotation exprimée en nombre de tours par seconde.

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté cette vitesse en fonction du temps, exprimé en seconde.



Inspiré de : https://www.sciencesetavenir.fr/fondamental/combien-de-temps-peut-tourner-votre-hand-spinner_112808

a. Le temps et la vitesse de rotation du hand-spinner sont-ils proportionnels ? Justifie.

....

....

....

Par **lecture graphique**, réponds aux questions suivantes :

b. Quelle est la vitesse de rotation initiale du hand-spinner (en nombre de tours par seconde) ?

....

....

c. Quelle est la vitesse de rotation du hand-spinner (en nombre de tours par seconde) au bout d'une minute et vingt secondes ?

....

....

d. Au bout de combien de temps le hand-spinner va-t-il s'arrêter ?

....

....

Pour calculer la vitesse de rotation du hand-spinner en fonction du temps t, notée $V(t)$, on utilise la fonction suivante :

$$V(t) = -0{,}214 \times t + V_{\text{initiale}}$$

- t est le temps (exprimé en s) qui s'est écoulé depuis le début de rotation du hand-spinner.
- V_{initiale} est la vitesse de rotation à laquelle on a lancé le hand-spinner au départ.

e. On lance le hand-spinner à une vitesse initiale de 20 tours par seconde. Sa vitesse de rotation est donc donnée par la formule :

$$V(t) = -0{,}214 \times t + 20$$

Calcule sa vitesse de rotation au bout de 30 s.

....

....

....

....

f. Au bout de combien de temps le hand-spinner va-t-il s'arrêter ? Justifie par un calcul.

....

....

....

....

....

....

g. Est-il vrai que, d'une manière générale, si l'on fait tourner le hand-spinner deux fois plus vite au départ, il tournera deux fois plus longtemps ? Justifie.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

D3 Grandeurs composées

g5.re/315 g5.re/x1h g5.re/tuk

1 Grandeur quotient

Définition
Une **grandeur quotient** est obtenue en effectuant le quotient de deux grandeurs.

Exemples : Voici différentes grandeurs quotients.

- La vitesse v en km/h : $\boxed{v = \dfrac{d}{t}}$ où d est la distance en km et t est le temps en h.
- La masse volumique ρ en kg/m³ : $\boxed{\rho = \dfrac{m}{\mathcal{V}}}$ où m est la masse en kg et $\mathcal{V}$ le volume en m³.
- Le débit D en m³/s : $\boxed{D = \dfrac{\mathcal{V}}{t}}$ où $\mathcal{V}$ est le volume en m³ et t le temps en s.

Attention : Il faut veiller à la cohérence des unités dans les calculs !

2 Grandeur produit

Définition
Une **grandeur produit** est obtenue en effectuant le produit de deux grandeurs.

Exemples : Voici différentes grandeurs produits.

- L'aire $\mathcal{A}$ d'un rectangle en m² :
  $\boxed{\mathcal{A} = L \times l}$ où L et l sont la longueur et la largeur en m.
- L'énergie électrique consommée E en Wh :
  $\boxed{E = P \times t}$ où P est la puissance en W (Watt) et t le temps en h.

3 Conversion d'unités

Exemple 1 : Convertis la vitesse de 54 km/h en m/s.

- On sait que 1 km = 1 000 m et 1 h = 3 600 s

  On peut écrire 54 km/h $= \dfrac{54\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = \dfrac{54\,000}{3\,600}$ m/s = 15 m/s

Exemple 2 : Convertis l'énergie électrique consommée de 3 kWh en Wmin.

- On sait que 1 kW = 1 000 W et 1 h = 60 min

  On peut écrire 3 kWh = 3 000 W × 60 min = 180 000 Wmin

1 *Des vitesses (1)*

a. Convertis 90 $km \cdot h^{-1}$ en $m \cdot s^{-1}$.

b. Convertis 3,5 $m \cdot s^{-1}$ en $km \cdot h^{-1}$.

2 *Des vitesses (2)*

a. Convertis 17,3 $m \cdot s^{-1}$ en $km \cdot h^{-1}$.

b. Convertis 99 $km \cdot h^{-1}$ en $m \cdot s^{-1}$.

c. Convertis 600 $m \cdot s^{-1}$ en $km \cdot min^{-1}$.

3 *Des masses volumiques*

a. Convertis 35,6 $g \cdot cm^{-3}$ en $kg \cdot m^{-3}$.

b. Convertis 5 640 $kg \cdot m^{-3}$ en $g \cdot cm^{-3}$.

4 *Des énergies*

a. Convertis 2,5 kWj en Wh.

b. Convertis 1,2 MWh en kWj.

5 Convertis le débit 5,04 $m^3 \cdot h^{-1}$ en $L \cdot s^{-1}$.

6 Le grammage d'un papier est l'unité qui en mesure la « force » : c'est la masse du papier par unité de surface. On l'exprime souvent en grammes par mètre carré (g/m^2). Combien pèse la ramette dont voici l'étiquette ?

Copie, Laser & Fax

A4 210 mm x 297 mm

80 g/m² | **500** feuilles

1 Une piscine olympique mesure 50 m de long sur 20 m de large et a une profondeur moyenne de 1,70 m.

Combien de temps faut-il pour la remplir à l'aide d'une pompe dont le débit est de 7 500 $L \cdot h^{-1}$? Donne le résultat en jours, heures et minutes.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2 Fabriquée en série dans l'usine de Molsheim en Alsace, la Bugatti Veyron a atteint les 415 $km \cdot h^{-1}$ sur le grand Lac Salé, situé dans l'Utah. Cela en fait la voiture de série la plus rapide au monde.

a. Sa consommation en utilisation normale est de 24,1 L/100 km, et la capacité de son réservoir est de 98 litres. Calcule son autonomie, en utilisation normale, arrondie au kilomètre.

....

....

b. À la vitesse de 400 $km \cdot h^{-1}$, sa consommation atteint 90 L/100 km. Calcule alors son autonomie, arrondie au kilomètre.

....

....

c. Calcule sa vitesse maximale en $m \cdot s^{-1}$. Donne la valeur arrondie au dixième.

....

....

3 Le césium est un métal qui a été découvert en 1861. Il est liquide à température ambiante, et sa masse volumique est de 1 879 $kg \cdot m^{-3}$. Il est utilisé dans différents domaines, dont la médecine ; il permet aussi de définir la durée de la seconde.

a. Exprime la masse volumique du césium, en $g \cdot cm^{-3}$.

....

....

....

....

b. Calcule la masse, en kg, de 5,4 dm^3 de ce métal. Donne la valeur arrondie au dixième.

....

....

....

....

4 L'eau d'un bassin est une solution saline dont la concentration en sel est égale à 35 $g \cdot L^{-1}$.
Le bassin est semblable à un pavé droit dont les dimensions sont 5 m ; 3 m et 2,5 m.

Calcule la quantité de sel, en kg, dans ce bassin.

....

....

....

....

....

....

5 Un téléviseur à écran plat a une puissance P de 180 W. On le fait fonctionner pendant une durée t de deux heures et quarante-cinq minutes.

a. Calcule l'énergie E consommée par ce téléviseur ($E = P \times t$), exprimée en kWh.

....

....

....

b. Exprime cette énergie en joules (1 J = 1 Ws).

....

....

1 Le parsec (pc) est une unité de longueur utilisée en astronomie. Un parsec vaut environ 3,261 années-lumière (al). Pour inspecter les contrées lointaines de l'Empire, Dark Vador doit parcourir 12 523 pc à bord de son croiseur-amiral.

Quelle doit être la vitesse de son navire (en al·h^{-1}) pour que le voyage dure six mois (180 jours) ? Donne la valeur arrondie au dixième.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2 La VO_2max est le volume maximal d'oxygène qu'un sujet humain peut consommer, par unité de temps, au cours d'un effort. Elle s'exprime en L/min. Afin de personnaliser la mesure, la valeur observée est le plus souvent rapportée à l'unité de masse, et s'exprime alors en mL/min/kg (VO_2max dite « spécifique »).

a. Chez un sujet jeune et sain, on observe des VO_2max de l'ordre de 45 mL/min/kg chez l'homme, et 35 mL/min/kg chez la femme.

- Calcule la quantité d'oxygène consommée, en L, pour un effort de 12 minutes chez un homme de 78 kg.

....

....

- Même question chez une femme de 52 kg et pour un effort de 14 minutes.

....

....

b. Chez l'athlète de haut niveau, on peut observer des VO_2max spécifiques atteignant 90 mL/min/kg chez l'homme, et 75 mL/min/kg chez la femme (*source INSEP*). Reprends la question **a**, en tenant compte de ces nouvelles données.

....

....

3 Le braquet est le rapport de démultiplication entre le pédalier et le pignon arrière d'un vélo.
Ainsi, un cycliste qui utilise un pédalier de 28 dents et un pignon de 26 dents, avec des roues de 650 (soit environ 63 cm de diamètre et donc 1,98 m de circonférence), avance à chaque tour de pédalier de : $1{,}98 \text{ m} \times \frac{28}{26} \approx 2{,}13 \text{ m}$.

On dit alors que le braquet est 28×26 et que le développement est 2,13 m·tour^{-1}.

a. Lorsque le cycliste roule en plaine, il peut utiliser un « grand braquet », par exemple un 52×14.
Calcule alors sa vitesse, en km·h^{-1}, en supposant qu'il effectue 80 tours de pédale à la minute. Donne la valeur arrondie au dixième.

....

....

....

....

....

b. Lorsqu'il roule en montagne, il utilise plutôt un « petit braquet », par exemple un 26×30.
Calcule alors sa vitesse, en km·h^{-1}, s'il roule à la même cadence que dans le **a**. Donne la valeur arrondie au dixième.

....

....

....

....

c. Lors du Tour de France 2003, le coureur français Sébastien Hinault est interviewé. À la question « *Quel braquet comptez-vous utiliser pour grimper le col de Bagargui ?* », il répond : « *On a prévu le 39 × 25 et je pense qu'on va le mettre.* ».
Sachant que ce coureur utilise des roues de 2,08 m de circonférence et que sa cadence de rotation varie de 80 à 100 tours·min^{-1}, calcule sa vitesse minimale et sa vitesse maximale en km·h^{-1}. Donne les valeurs arrondies au dixième.

....

....

....

....

....

....

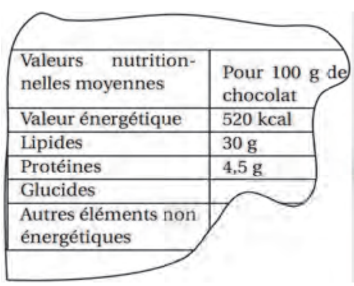
1 Le tableau ci-dessous indique l'apport énergétique, en kilocalories par gramme (kcal/g), de quelques nutriments.

Apport énergétique pour quelques nutriments	
Lipides	9 kcal/g
Protéines	4 kcal/g
Glucides	4 kcal/g

a. Un œuf de 50 g est composé de :
- 5,3 g de lipides ;
- 6,4 g de protéines ;
- 0,6 g de glucides ;
- 37,7 g d'autres éléments non énergétiques.

Calcule la valeur énergétique totale de cet œuf en kcal.

b. On a retrouvé une partie de l'étiquette d'une tablette de chocolat. Dans cette tablette de 200 g de chocolat, quelle est la masse de glucides ?



Valeurs nutritionnelles moyennes	Pour 100 g de chocolat
Valeur énergétique	520 kcal
Lipides	30 g
Protéines	4,5 g
Glucides	
Autres éléments non énergétiques	

2 Pour mesurer les précipitations, Météo France utilise deux sortes de pluviomètres :

- des pluviomètres à lecture directe ;

- des pluviomètres électroniques.

La mesure des précipitations s'exprime en millimètres. On donne ainsi la hauteur d'eau H qui est tombée en utilisant la formule $H = \dfrac{V}{S}$, où V est le volume d'eau tombé sur une surface S. Pour H exprimée en mm, V est exprimé en mm^3 et S en mm^2.

Partie I : Pluviomètres à lecture directe

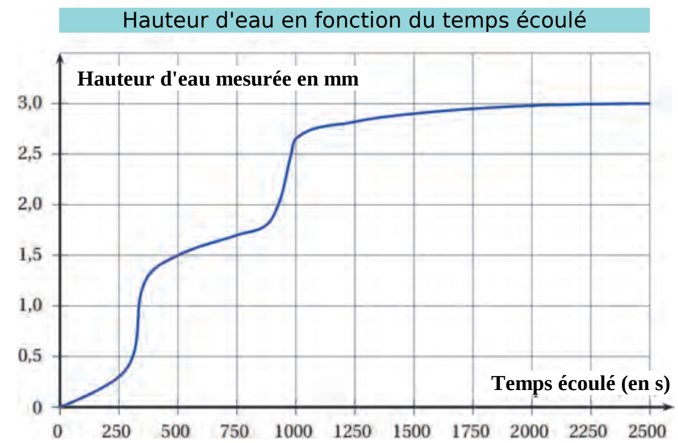
Ces pluviomètres sont composés d'un cylindre de réception et d'un réservoir conique gradué.

a. Vérifie à l'aide de la formule que, lorsqu'il est tombé 1 mm de pluie, cela correspond à 1 L d'eau tombé sur une surface de 1 m^2.

b. Un pluviomètre indique 10 mm de pluie. La surface qui reçoit la pluie est de 0,01 m^2. Quel est le volume d'eau dans ce pluviomètre ?

Partie II : Pluviomètres électroniques

Durant un épisode pluvieux, on a obtenu le graphique suivant grâce à un pluviomètre électronique :



c. L'épisode pluvieux a commencé à 17 h 15.
Vers quelle heure la pluie s'est-elle arrêtée ?

d. On qualifie les différents épisodes pluvieux de la façon suivante :

Types de pluie	Vitesse d'accumulation
Pluie faible	Jusqu'à 2,5 mm/h
Pluie modérée	Entre 2,6 à 7,5 mm/h
Pluie forte	Supérieure à 7,5 mm/h

À l'aide des informations données par le graphique et le tableau ci-dessus, cette pluie serait-elle qualifiée de faible, modérée ou forte ?

3 Pour respecter la norme RT2012 des maisons BBC (Bâtiments Basse Consommation), il faut que la résistance thermique des murs, notée R, soit supérieure ou égale à 4. Pour calculer cette résistance thermique, on utilise la relation $R = \dfrac{e}{c}$, où e désigne l'épaisseur de l'isolant en mètre, et c désigne le coefficient de conductivité thermique de l'isolant. Ce coefficient permet de connaitre la performance de l'isolant.

a. Noa a choisi comme isolant la laine de verre dont le coefficient de conductivité thermique est : $c = 0{,}035$. Il souhaite mettre 15 cm de laine de verre sur ses murs.

Sa maison respecte-t-elle la normé RT2012 des maisons BBC ?

b. Camille souhaite obtenir une résistance thermique de 5 ($R = 5$). Elle a choisi comme isolant du liège dont le coefficient de conductivité thermique est : $c = 0{,}04$.

Quelle épaisseur d'isolant doit-elle mettre sur ses murs ?

D4 Statistiques

g5.re/b9s g5.re/7tx g5.re/t3g

1 Histogramme

Définition

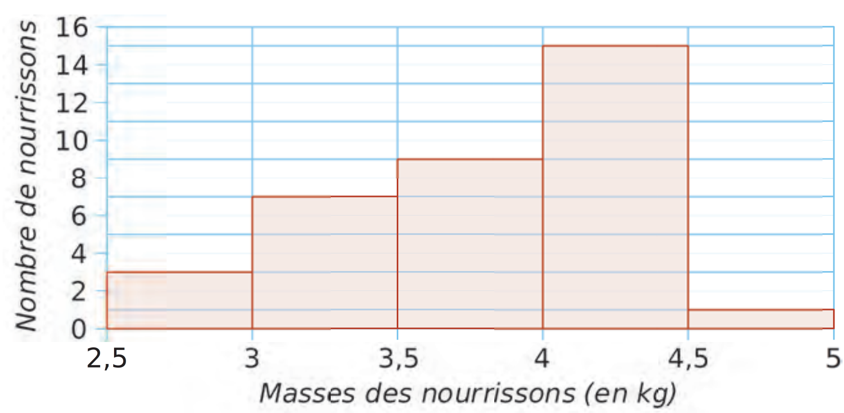
Lorsque le caractère est **quantitatif continu**, la série statistique peut être représentée par un **histogramme**, où l'aire de chaque rectangle est proportionnelle à l'effectif ou à la fréquence associée à chaque classe.

Remarque :
En 3e, on s'intéresse uniquement aux cas où les classes ont la même **amplitude**.
Dans ce cas, la hauteur de chaque rectangle est proportionnelle à l'effectif ou à la fréquence.

Exemple 1 : Le tableau ci-dessous donne la masse en kilogrammes des nourrissons nés à Épinal, dans les Vosges, pendant une semaine.

Masse des nourrissons (en kg)	Nombre de nourrissons
[2 ; 2,5[	3
[2,5 ; 3[	7
[3 ; 3,5[	9
[3,5 ; 4[	15
[4 ; 4,5[	1

Voici l'histogramme qui illustre ces données.



2 Indicateurs de position

A Moyenne pondérée

Définition On considère la série statistique suivante :

Valeur du caractère	x_1	x_2	x_3	...	x_p
Effectif	n_1	n_2	n_3	...	n_p
Fréquence f_i	$\frac{n_1}{N}$	$\frac{n_2}{N}$	$\frac{n_3}{N}$	...	$\frac{n_p}{N}$

L'**effectif total** est : $N = n_1 + n_2 + n_3 + ... + n_p$

La **moyenne** de la série est : $M = \dfrac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + ... + n_p x_p}{N}$

En utilisant les **fréquences** : $M = f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + ... + f_p x_p$

Exemple 2 : En cours d'EPS, les élèves de 3ᵉB pratiquent la course de fond. Pour réaliser le test du demi-Cooper, ils doivent parcourir la plus grande distance possible en six minutes. Chaque élève calcule ensuite sa vitesse moyenne sur cette course. Le résultat obtenu est appelé VMA (Vitesse Maximale Aérobie). L'enseignante a récolté les résultats suivants, en km/h :

11 10 12 11 13 14 12 12 10 14 13 15 13
11 12 9 13 14 10 13 11 14 13 11 15

La **population** étudiée est constituée des élèves de 3ᵉB.
Le **caractère** étudié est la VMA : c'est un **caractère quantitatif**.
L'**effectif total** est 25.

On peut regrouper ces données dans un tableau de valeurs et ainsi calculer la moyenne pondérée.

VMA en km/h	9	10	11	12	13	14	15
Effectif	1	3	5	4	6	4	2

$$M = \frac{9\times1 + 10\times3 + 11\times5 + 12\times4 + 13\times6 + 14\times4 + 15\times2}{25} = \frac{306}{25} = 12{,}24$$

La VMA moyenne des élèves de 3ᵉB est de 12,24 km/h.

B Médiane

Définition La **médiane** d'une série statistique dont les valeurs sont ordonnées est le nombre qui partage cette série en deux groupes de même effectif.

Remarques :

- Si l'effectif total est impair alors la médiane est la valeur centrale.
- Si l'effectif total est pair alors la médiane est la moyenne des deux valeurs centrales.

Exemple 2 : On reprend l'exemple précédent.

On commence par ranger les valeurs dans l'ordre croissant puis on partage la série en deux groupes de même effectif. Comme l'effectif total est 25, la valeur médiane est la 13ᵉ valeur.

$$\underbrace{9\ 10\ 10\ 10\ 11\ 11\ 11\ 11\ 11\ 12\ 12\ 12}_{\text{groupe des 12 valeurs inférieures}}\ \underset{\text{médiane}}{12}\ \underbrace{13\ 13\ 13\ 13\ 13\ 13\ 14\ 14\ 14\ 14\ 15\ 15}_{\text{groupe des 12 valeurs supérieures}}$$

La VMA médiane de cette série statistique est 12 km/h.

3 Indicateur de dispersion

Étendue

Définition L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur du caractère.

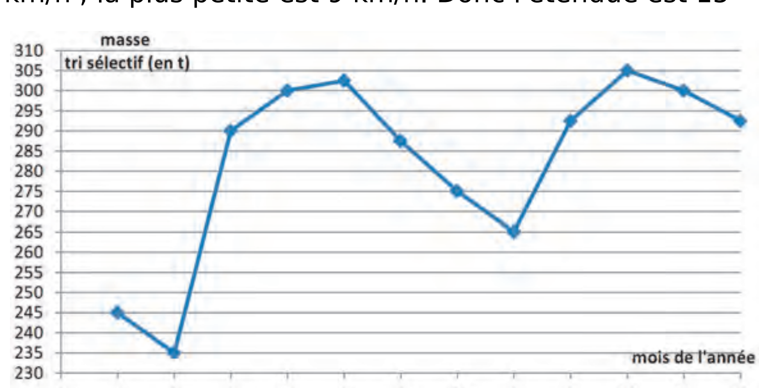
Exemple 2 : On reprend l'exemple précédent.

▶ La plus grande valeur est 15 km/h ; la plus petite est 9 km/h. Donc l'étendue est 15 – 9 = 6 km/h.

Exemple 3 :

Le diagramme ci-contre indique la masse du tri sélectif des déchets d'une commune, en tonnes par mois.

▶ L'étendue est 305 – 235 = 70 t.



1 Voici le poids (en kg) de tous les licenciés d'un club de boxe.

75	57	73	63	70	74	73	65
60	76	67	61	81	72	56	77
77	72	90	88	55	76	76	93
73	57	75	71	76	82	65	68
71	91	66	100	92	58	80	79
55	72	98	54	75	77	78	97
84	89	73	111	72	65	80	66
66	61	107	62	79	80	75	88
96	60	63	76	59	68	59	71
80	79	73	67	73	72	84	74

a. Regroupe ces données par catégorie.

Poids	Plumes	Légers	Super-légers	Welters
	54 à 56	57 à 59	60 à 63	65 à 68
Effectif				

Poids	Moyens	Mi-lourds	Lourds	Super-lourds
	70 à 74	75 à 80	81 à 90	supérieur à 91
Effectif				

Pour répondre, utilise les valeurs du tableau.

b. Combien de boxeurs pèsent 59 kg et moins ?

....

c. Combien de boxeurs pèsent 76 kg ?

....

d. Combien pèsent entre 65 et 80 kg ?

....

e. Les boxeurs des catégories « Moyens » et inférieures représentent-ils plus ou moins de 50 % des boxeurs du club ?

....

....

....

2 Voici les heures et coefficients de marées hautes d'un mois de juillet, à Belle-Ile-en-Mer.

Date		Matin	Hauteur	Coef.	Soir	Hauteur	Coef.
1	J	8 h 11	4,40 m	**69**	20 h 32	4,55 m	**66**
2	V	8 h 45	4,25 m	**63**	21 h 10	4,40 m	**59**
3	S	9 h 22	4,15 m	**56**	21 h 54	4,20 m	**52**
4	D	10 h 09	4,00 m	**48**	22 h 47	4,05 m	**45**
5	L	11 h 12	3,90 m	**43**	23 h 55	3,95 m	**41**
6	M	.. ..	.. ..	..	12 h 36	3,85 m	**40**
7	M	1 h 13	3,95 m	**41**	13 h 53	4,00 m	**43**
8	J	2 h 23	4,05 m	**47**	14 h 53	4,20 m	**51**
9	V	3 h 23	4,25 m	**56**	15 h 44	4,45 m	**62**
10	S	4 h 15	4,50 m	**68**	16 h 31	4,75 m	**74**
11	D	5 h 03	4,75 m	**80**	17 h 17	5,00 m	**86**
12	L	5 h 50	4,95 m	**91**	18 h 02	5,20 m	**95**
13	M	6 h 35	5,10 m	**98**	18 h 48	5,35 m	**101**
14	M	7 h 19	5,10 m	**102**	19 h 33	5,35 m	**102**
15	J	8 h 03	5,05 m	**100**	20 h 19	5,25 m	**98**
16	V	8 h 47	4,90 m	**94**	21 h 05	5,00 m	**89**
17	S	9 h 33	4,65 m	**84**	21 h 54	4,70 m	**77**
18	D	10 h 26	4,40 m	**71**	22 h 52	4,35 m	**64**
19	L	11 h 34	4,15 m	**58**	.. ..	.. ..	..
20	M	0 h 11	4,10 m	**53**	13 h 02	4,05 m	**49**
21	M	1 h 48	3,95 m	**47**	14 h 22	4,15 m	**47**
22	J	3 h 06	4,05 m	**49**	15 h 24	4,30 m	**52**
23	V	4 h 02	4,15 m	**56**	16 h 11	4,45 m	**60**
24	S	4 h 44	4,35 m	**64**	16 h 50	4,65 m	**68**
25	D	5 h 18	4,45 m	**72**	17 h 24	4,80 m	**75**
26	L	5 h 48	4,60 m	**77**	17 h 56	4,90 m	**79**
27	M	6 h 16	4,65 m	**81**	18 h 27	4,95 m	**81**
28	M	6 h 44	4,70 m	**81**	18 h 57	4,90 m	**81**
29	J	7 h 12	4,65 m	**80**	19 h 28	4,85 m	**79**
30	V	7 h 39	4,60 m	**76**	19 h 58	4,70 m	**74**
31	S	8 h 08	4,50 m	**71**	20 h 30	4,55 m	**68**

a. Complète le tableau ci-dessous.

Coefficient	$40 \leqslant c < 50$	$50 \leqslant c < 60$	$60 \leqslant c < 70$	$70 \leqslant c < 80$	$80 \leqslant c < 90$	$90 \leqslant c < 100$	$100 \leqslant c < 110$
Effectif							

b. Quel est l'effectif des coefficients de marée strictement inférieurs à 80 ?

....

....

c. Quel est le pourcentage des coefficients de marée strictement inférieurs à 80 ?

....

....

....

3 Voici les résultats en pourcentage des candidats à un compétition équestre de dressage. Regroupe ces données dans chacun des deux tableaux.

62,7	69,4	65,6	69,2	68,9	67,8	63,9	68,8
69,1	62,6	68,2	63	70	65,1	66,6	64,2
65,1	69,8	68,1	71,6	66,3	73,4	65,1	65,3
67,5	65	69,6	60,6	73,9	64,3	66,4	65,2
71,3	69,1	61,7	74,9	66,8	69,1	70,1	67,6
65,3	66,8	70,9	68,1	69,1	65,3	63,4	68
68,8	60,9						

Résultat	$60 \leqslant r < 62$	$62 \leqslant r < 64$	$64 \leqslant r < 66$	$66 \leqslant r < 68$	$68 \leqslant r < 70$	$70 \leqslant r < 72$	$72 \leqslant r < 74$	$74 \leqslant r < 76$
Effectif								

Résultat	$60 \leqslant r < 63$	$63 \leqslant r < 66$	$66 \leqslant r < 69$	$69 \leqslant r < 72$	$72 \leqslant r < 75$
Effectif					

D4 Fiche 2 : calculer des fréquences

1 Ce tableau concerne les états et territoires de la Mélanésie.

	A	B	C	D
1	États ou territoires de la Mélanésie	Superficie terrestre (en km²)	Fréquence (en %)	Angle (arrondi au degré près)
2	Iles Salomon	28 530	5,2	9
3	Iles Fidji	18 333	3,3	...
4	Nouvelle-Calédonie	18 576	...	6
5	Papouasie-Nouvelle-Guinée	472 840	85,9	155
6	Vanuatu	12 281	2,2	...
7	**TOTAL**	...	100	180

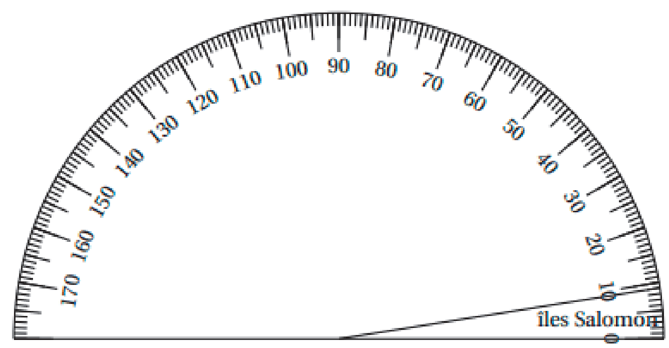
a. Complète les colonnes B et C du tableau. Arrondis les fréquences au dixième.

b. Le tableau a été construit avec un tableur. Quelle formule peut-on saisir pour compléter la cellule B7 du tableau ?

....

c. Complète la colonne D du tableau.

d. Complète le diagramme semi-circulaire en utilisant les données du tableau.



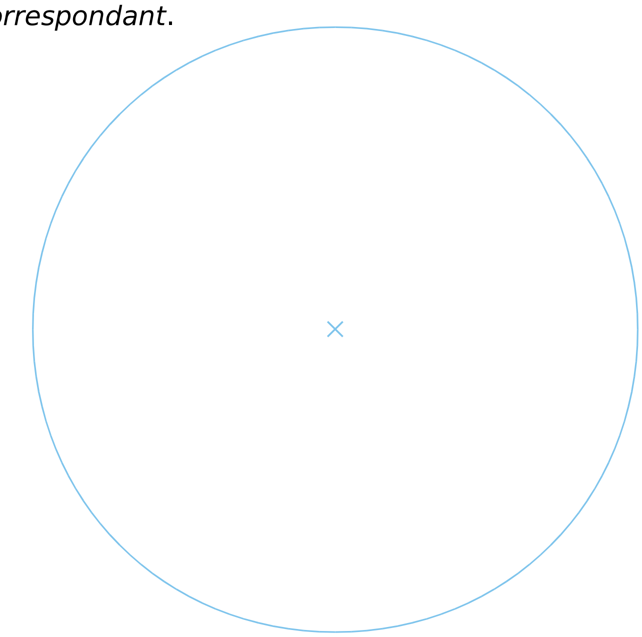
2 Au 1er janvier 2017, les effectifs d'un grand club Omnisport de la région étaient de 1 260 adhérents. Voici le tableau de répartition des adhérents en 2017 en fonction de leur sport de prédilection.

	Effectif en 2017	**Angle en degrés correspondant** (pour construire le diagramme circulaire)	**Fréquence en %**
Planche à voile	392		
Beach volley	224		
Surf	644		
Total	1 260	360°	100 %

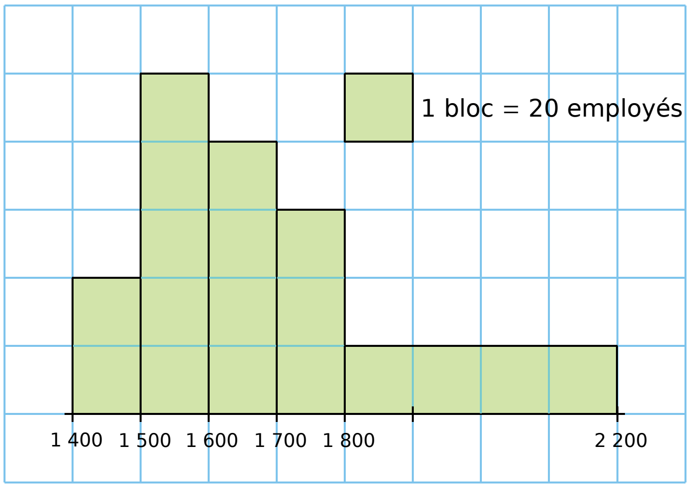
a. Complète la colonne intitulée *Angle en degrés correspondant*.

b. Pour représenter la situation, construis un diagramme circulaire de rayon 4 cm.

c. Complète la colonne *Fréquence en %*.



1 L'histogramme ci-dessous représente la répartition des salaires dans une entreprise.



source : eduscol.education.fr/ressources-2016

Dis si l'affirmation suivante est vraie ou fausse en justifiant soigneusement la réponse.

Affirmation : Plus de 40 % des employés ont un salaire au moins égal à 1 700 €.

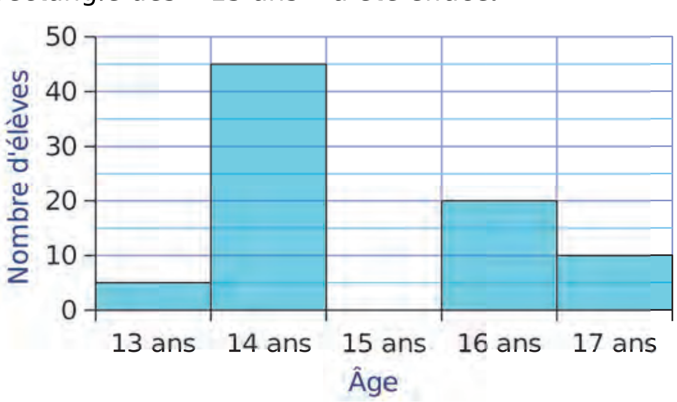
....

....

....

....

2 On donne un histogramme et un tableau indiquant les âges de 120 élèves de 3ᵉ. Le rectangle des « 15 ans » a été effacé.



a. Complète le tableau et calcule le nombre d'élèves ayant 15 ans.

Âge	13	14	15	16	17	**Total**
Nombre d'élèves						

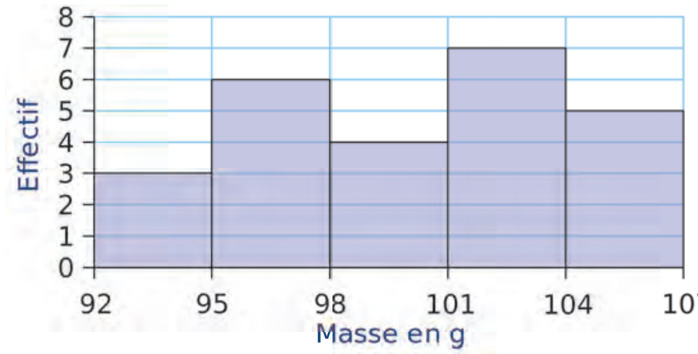
....

....

....

b. Complète l'histogramme.

3 Lors d'un contrôle, on a pesé 25 boites de conserve à la sortie d'une chaine de remplissage. Voici l'histogramme représentant la répartition de ces boites suivant leur masse.



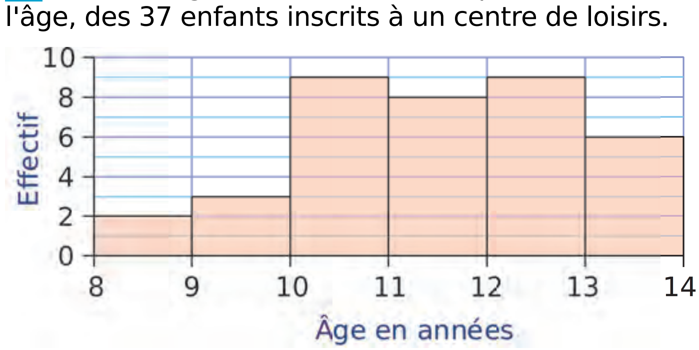
a. Complète le tableau suivant, où x désigne la masse en grammes.

Masse	Effectif	Fréquence en %
$92 \leqslant x < 95$		
$95 \leqslant x < 98$		
$98 \leqslant x < 101$		
$101 \leqslant x < 104$		
$104 \leqslant x < 107$		

b. Quel est le pourcentage du lot de ces 25 boites qui ont une masse strictement inférieure à 101 g ?

....

4 Cet histogramme donne la répartition, selon l'âge, des 37 enfants inscrits à un centre de loisirs.



a. Calcule l'âge moyen d'un enfant de ce centre.

....

....

b. Dans quelle classe est situé l'âge médian ? Que signifie-t-il ?

....

....

....

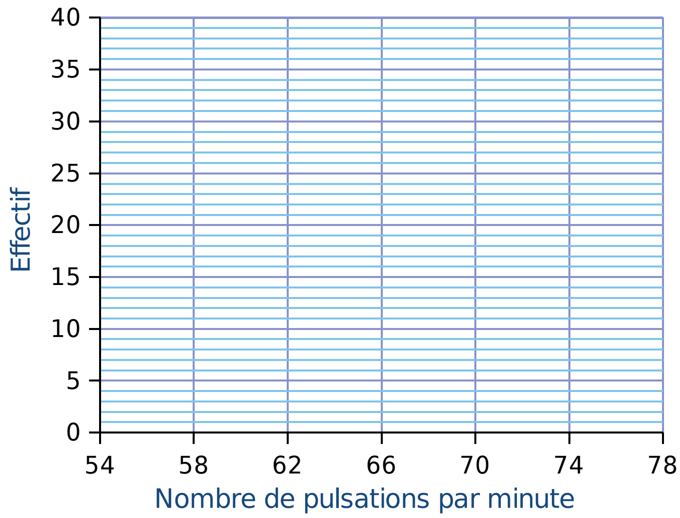
....

Fiche 4 : construire un histogramme

1 Un professeur d'EPS a relevé les pulsations cardiaques au repos des élèves de 3e de son collège. Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous.

Nb de pulsations par minute	Effectif
[54 ; 58[	5
[58 ; 62[	26
[62 ; 66[	40
[66 ; 70[	35
[70 ; 74[	25
[74 ; 78[	10

Construis l'histogramme représentant la série.



2 On a relevé les précipitations mensuelles (en mm) de Lille en 2009.

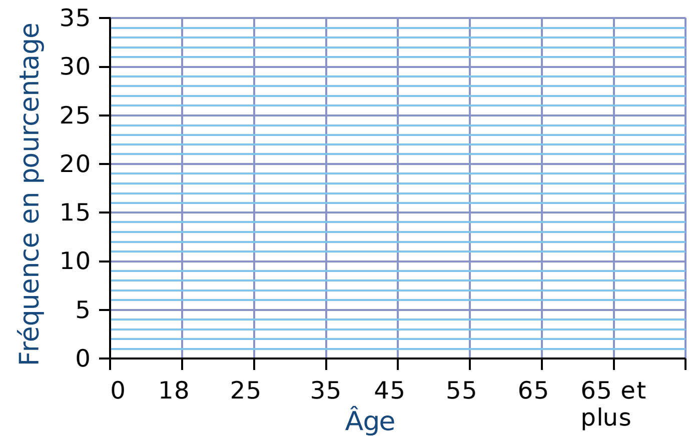
Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Précipitations	62	68	57	29	70	96	71	27	26	54	163	95

Représente ces données par un histogramme.

3 Voici la répartition par classe d'âge des joueurs en ligne.

Âge (a) en ans	Fréquence en %
$0 \leqslant a < 18$	22
$18 \leqslant a < 25$	9
$25 \leqslant a < 35$	17
$35 \leqslant a < 45$	32
$45 \leqslant a < 55$	15
$55 \leqslant a < 65$	4
$65 \leqslant a$	1

Représente ces données par un histogramme.



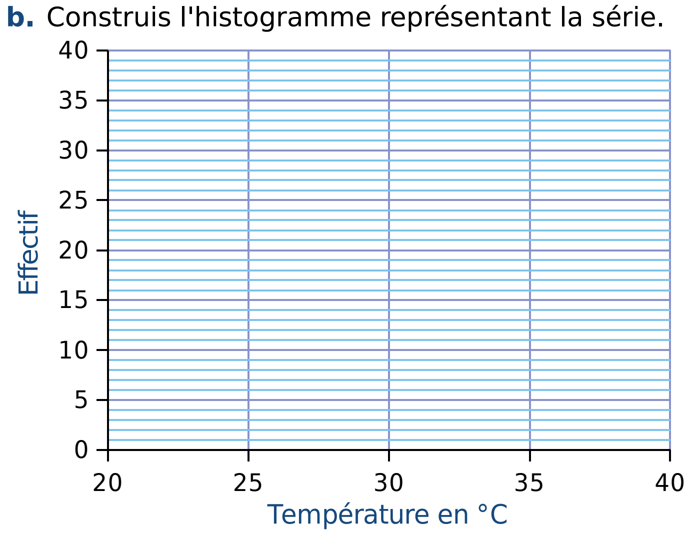
4 On a relevé l'été dernier les températures (en °C) au Grau-du-Roi, tous les jours à midi.

28	31	25	37	35	35	33	25	32	29	31	37
37	36	23	27	36	27	38	23	32	22	37	37
28	27	30	28	33	34	26	30	31	37	32	31
29	36	30	22	36	25	34	37	26	26	30	32
35	29	24	27	28	36	28	26	36	30	38	32

a. Regroupe dans le tableau ci-dessous ces températures par classe d'amplitude 5 °C.

T (en °C)	21 à 25	26 à 30	31 à 35	36 à 40
Effectif				

b. Construis l'histogramme représentant la série.



1 Calcule l'étendue de chaque série statistique suivante.

a. 8 ; 503 ; 12 ; 9 ; 1 ; 1 000 ; 278 ; 4

b. 88,8 ; 10 ; 0,1 ; 88,13 ; 5 ; 66,66 ; 11,999

c. 5,5 ; 5,55 ; 55,5 ; 0,55 ; 50,5 : 500,5 ; 0,05

2 Le tableau ci-dessous donne l'enneigement moyen (en cm) dans une station de sports d'hiver située à 1 750 m d'altitude.

Date	15/10	22/10	29/10	5/11	12/11	19/11	26/11	03/12	10/12	17/12	24/12	7/01	14/01
Hauteur	5	8	12	16	20	25	31	37	44	51	58	66	73

Date	21/01	28/01	4/02	11/02	18/02	25/02	03/03	10/03	17/03	24/03	31/03	7/04	14/04
Hauteur	79	84	87	89	90	89	86	79	70	60	46	25	0

a. On considère les données du 15/10 au 14/01 inclus (celles du premier tableau). Quelle est l'étendue de cette série ?

b. Même question pour les données du 21/01 au 14/04 (celles du second tableau).

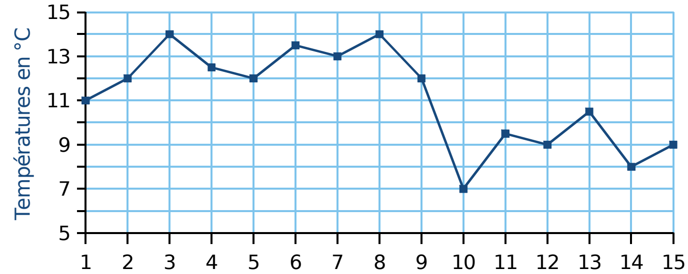
c. Quelle est l'étendue de la série complète (les deux tableaux réunis) ? Que remarques-tu ?

3 Dans un collège, une enquête a été menée sur « le poids des cartables des élèves ». Pour cela, on a pesé le cartable de 48 élèves du collège. Les résultats de cette enquête sont inscrits dans le tableau ci-dessous.

Poids en kg	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif	1	2	4	2	5	11	8	8	3	4

Calcule l'étendue de cette série statistique.

4 Le graphique ci-dessous donne la température à Paris pour chacun des quinze premiers jours d'un mois de janvier (arrondie au demi-degré).

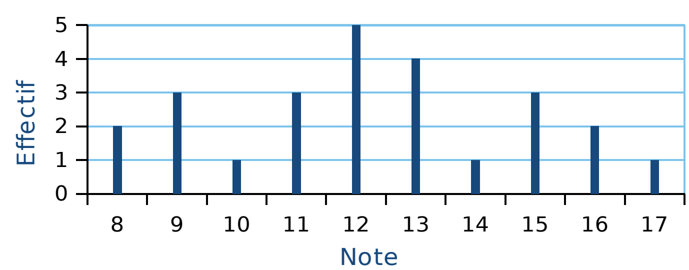


a. Quelle est la température maximale et à quelle(s) date(s) est-elle atteinte ?

b. Détermine l'étendue de cette série statistique.

c. Détermine la médiane de cette série statistique.

5 Voici le diagramme en bâtons représentant les notes obtenues par les 25 élèves de 3^{e}D au dernier devoir de mathématiques.

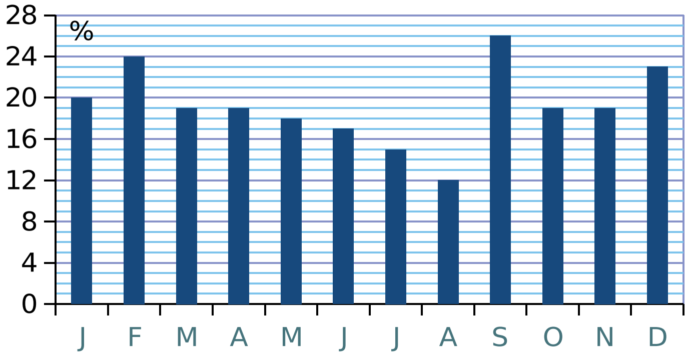


a. Combien d'élèves ont obtenu la note 12 ?

b. Détermine l'étendue de cette série statistique.

c. Détermine la médiane de cette série statistique.

1 Au cours d'une année, une entreprise a enregistré, pour chaque mois, le pourcentage de commandes livrées en retard. Le diagramme suivant présente ces données.



Pour les questions **a** *et* **b**, *aucune justification n'est attendue.*

a. Quel est le mois de l'année où le pourcentage de commandes livrées en retard a été le plus important ?

....

b. Pour quels mois de l'année ce pourcentage a-t-il été inférieur ou égal à 18 % ?

....

....

c. Quelle est l'étendue de cette série de données ?

....

2 Une boutique vend exclusivement des macarons. Ce tableau indique le nombre de macarons vendus sur une semaine.

Jours	Lu	Ma	Me	Je	Ve	Sa	Di
Nombre de macarons vendus	324	240	310	204	318	386	468

Calcule la différence entre le nombre de macarons vendus le dimanche et ceux vendus le jeudi. À quel terme statistique correspond cette valeur ?

....

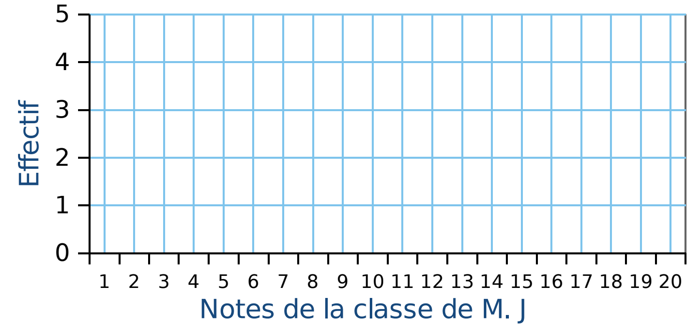
....

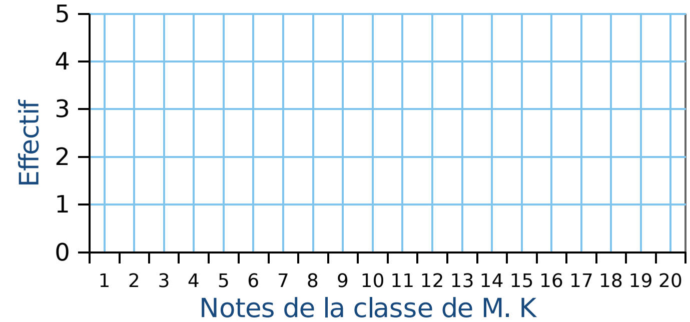
....

3 Monsieur J et Monsieur K sont professeurs de Mathématiques et ont tous les deux une classe de 20 élèves en 3^{e}. Ils comparent les notes obtenues par leurs élèves au dernier devoir commun.

Notes des élèves de M. J	Notes des élèves de M. K
7 – 8 – 12 – 12 – 18 – 5 – 11 6 – 3 – 8 – 5 – 18 – 9 – 20 6 – 16 – 6 – 18 – 7 – 15	8 – 8 – 9 – 12 – 11 – 8 – 13 15 – 7 – 9 – 10 – 10 – 12 – 8 10 – 14 – 12 – 11 – 14 – 9

a. Construis ci-dessous les diagrammes en bâtons représentant chaque série de notes.





b. Calcule la moyenne de chaque série.

....

....

....

....

c. Calcule l'étendue de chaque série.

....

....

d. Détermine la médiane de chaque série.

....

....

....

....

....

....

....

e. Compare ces deux classes en utilisant toutes les réponses données aux questions précédentes.

....

....

....

....

Sur une feuille de calcul, on a reporté le classement des dix premiers pays, par le nombre de médailles, aux Jeux Olympiques de Rio en 2016.

	A	B	C	D	E	F
1	**Rang**	**Pays**	**Or**	**Argent**	**Bronze**	**Total**
2	1	États-Unis	46	37	38	**121**
3	2	Grande Bretagne	27	23	17	**67**
4	3	Chine	26	18	26	**70**
5	4	Russie	19	18	19	**56**
6	5	Allemagne	17	10	15	**42**
7	6	Japon	12	8	21	**41**
8	7	France	10	18	14	**42**
9	8	Corée du Sud	9	3	9	**21**
10	9	Italie	8	12	8	**28**
11	10	Australie	8	11	10	**29**

a. Quelle formule, parmi les trois proposées, a été saisie dans la cellule F2 de cette feuille de calcul, avant qu'elle soit étirée vers le bas ?

Formule A	Formule B	Formule C
=46+37+38	=SOMME(C2:E2)	C2+D2+E2

....

On observe la série des nombres de médailles d'or de ces dix pays.

b. Quelle est l'étendue de cette série ?

....

....

c. Quelle est la moyenne de cette série ?

....

....

....

d. Quel est le pourcentage de médailles d'or remportées par la France par rapport à son nombre total de médailles ? Arrondis le résultat au dixième de %.

....

....

....

e. Le classement aux Jeux Olympiques s'établit selon le nombre de médailles d'or obtenues et non selon le nombre total de médailles. Pour cette raison, la France avec 42 médailles se retrouve derrière le Japon qui n'en a que 41.

En observant l'Italie et l'Australie, établis la règle de classement en cas d'égalité sur le nombre de médailles d'or.

....

....

....

....

f. Un journaliste sportif propose une nouvelle procédure pour classer les pays :

chaque médaille d'or rapporte 3 points, chaque médaille d'argent rapporte 2 points et chaque médaille de bronze rapporte 1 point.

Dans ces conditions, la France dépasserait-elle le Japon ?

....

....

....

....

....

Fiche 8 : utiliser les outils numériques (2)

1 On demande à quinze élèves d'une classe A et à dix élèves d'une classe B de compter le nombre de SMS qu'ils envoient pendant un week-end. Le lundi, on récupère les résultats dans un tableur.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	Classe	Nombre de SMS envoyés par élève dans le week-end															Moy.	Méd.
2	A	0	0	0	0	0	5	7	12	15	15	16	18	21	34	67		
3	B	0	1	1	2	11	17	18	18	20	32						12	14

a. Calcule le nombre moyen et le nombre médian de SMS envoyés pendant le week-end par ces élèves de la classe A.

....

....

....

....

....

b. Quelles formules ont pu être écrites dans les cellules Q3 et R3 du tableur ?

....

....

c. Calcule le nombre moyen de SMS envoyés pendant le week-end par ces 25 élèves des classes A et B.

....

....

....

d. Calcule le nombre médian de SMS envoyés pendant le week-end par ces 25 élèves des classes A et B.

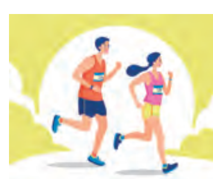
....

....

....

....

2 À l'issue de la course, le classement est affiché ci-contre. On s'intéresse aux années de naissance des 20 premiers coureurs.



a. On a rangé les années de naissance des coureurs dans l'ordre croissant :

1959	1959	1960	1966	1969
1970	1972	1972	1974	1979
1981	1983	1986	1988	1989
1993	1997	1998	2002	2003

Donne la médiane de la série.

....

....

....

....

b. La moyenne de la série a été calculée dans la cellule B23. Quelle formule a été saisie dans la cellule B23 ?

....

c. Astrid remarque que la moyenne et la médiane de cette série sont égales. Est-ce le cas pour n'importe quelle autre série statistique ? Explique ta réponse.

....

....

....

	A	B
1	Classement	Année de naissance
2	1	1983
3	2	1972
4	3	1966
5	4	2003
6	5	1986
7	6	1972
8	7	1979
9	8	1997
10	9	1959
11	10	1981
12	11	1970
13	12	1989
14	13	1988
15	14	1959
16	15	1993
17	16	1974
18	17	1960
19	18	1998
20	19	1969
21	20	2002
22		
23	moyenne	1980

1 Un amateur de football, après l'Euro 2016, décide de s'intéresser à l'historique des treize dernières rencontres entre la France et le Portugal, regroupées dans le tableau ci-contre.

On rappelle la signification des résultats ci-dessous en commentant deux exemples :

- la rencontre du 3 mars 1973, qui s'est déroulée en France, a vu la victoire du Portugal par 2 buts à 1 ;
- la rencontre du 8 mars 1978, qui s'est déroulée en France, a vu la victoire de la France par 2 buts à 0.

Rencontres de football opposant la France et le Portugal depuis 1973		
3 mars 1973	France – Portugal	1 – 2
26 avril 1975	France – Portugal	0 – 2
8 mars 1978	France – Portugal	2 – 0
16 février 1983	Portugal – France	0 – 3
23 juin 1984	France – Portugal	3 – 2
24 janvier 1996	France – Portugal	3 – 2
22 janvier 1997	Portugal – France	0 – 2
28 juin 2000	Portugal – France	1 – 2
25 avril 2001	France – Portugal	4 – 0
5 juillet 2006	Portugal – France	0 – 1
11 octobre 2014	France – Portugal	2 – 1
4 septembre 2015	Portugal – France	0 – 1
10 juillet 2016	France – Portugal	0 – 1

a. Depuis 1973, combien de fois la France a-t-elle gagné contre le Portugal ?

....

b. Calcule le pourcentage du nombre de victoires de la France contre le Portugal depuis 1973. Arrondis le résultat à l'unité de %.

....

....

c. Le 3 mars 1973, 3 buts ont été marqués au cours du match. Calcule le nombre moyen de buts par match sur l'ensemble des rencontres. Arrondis le résultat au dixième.

....

....

2 Le tri sélectif des déchets a été mis en place en 2000 à Tahiti et Moorea. Les déchets sont classés par catégories et compactés, avant d'être exportés ou valorisés. Ces opérations ont lieu au centre de recyclage et de transfert de Papeete.
Depuis la mise en place de ce tri sélectif, 58 000 tonnes de déchets ont fait l'objet d'un traitement. La répartition est la suivante :

Déchets exportés ou valorisés depuis 2000	Masse (en t)	Fréquence (en %)	Angle (en °)
Verre	9 100		
Épaves de voitures	8 900		
Déchets recyclables	35 000		
Piles, batteries, huiles de moteur	4 500		
Autres	585		
Total			

(source : IEOM : Institut d'Emission d'Outre Mer)

a. Complète le tableau.
Les résultats seront arrondis à l'unité.

b. Construis le diagramme circulaire.

☐ ....

☐ ....

☐ ....

☐ ....

1 ....

Fiche 10 : préparer le Brevet (2)

1 À l'issue de la 18ᵉ étape du tour de France cycliste 2014, les coureurs ont parcouru 3 260,5 kilomètres depuis le départ. Le classement général des neuf premiers coureurs est le suivant :

Classement	NOM Prénom	Pays d'origine	Temps de course de chaque coureur
1.	NIBALI Vincenzo	Italie	80 h 45 min
2.	PINOT Thibaut	France	80 h 52 min
3.	PÉRAUD Jean-Christophe	France	80 h 53 min
4.	VALVERDE Alejandro	Espagne	80 h 53 min
5.	BARDET Romain	France	80 h 55 min
6.	VAN GARDEREN Tejay	États-Unis	80 h 57 min
7.	MOLLEMA Bauke	Pays Bas	80 h 59 min
8.	TEN DAMLaurens	Pays-Bas	81 h 00 min
9.	KONIG Leopold	République Tchèque	81 h 00 min

source : letour.fr

a. Calcule la différence entre le temps de course de Leopold Konig et celui de Vincenzo Nibali.

....

On considère la série statistique des temps de course.

b. Que représente pour la série statistique la différence calculée à la question **a** ?

....

c. Quelle est la médiane de cette série statistique ? Tu expliqueras ta démarche.

....

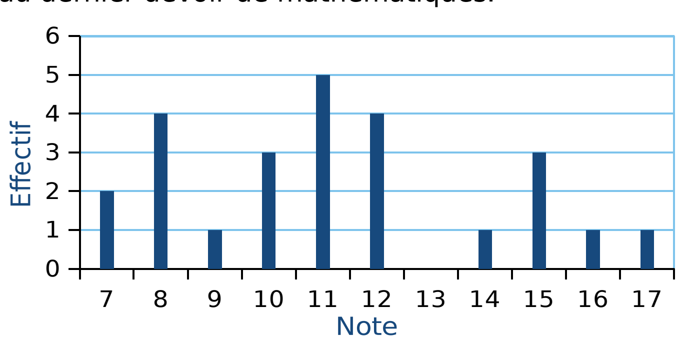
....

d. Quelle est la vitesse moyenne en km.h^{-1} du premier français Thibaut Pinot ?
Arrondis la réponse à l'unité.

....

....

2 Voici le diagramme en bâtons des notes obtenues sur 20 par une classe de 25 élèves de 3ᵉ au dernier devoir de mathématiques.



a. Calcule l'étendue des notes.

....

b. Complète le tableau suivant.

Note	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Effectif											

c. Calcule la moyenne des notes.

....

....

....

d. Détermine la médiane des notes.

....

....

....

e. Calcule le pourcentage d'élèves ayant eu une note inférieure ou égale à 14.

....

....

....

1 Parmi les nombreux polluants de l'air, les particules fines sont régulièrement surveillées. Les PM10 sont des particules fines dont le diamètre est inférieur à 0,01 mm. En janvier 2017, les villes de Lyon et Grenoble ont connu un épisode de pollution aux particules fines. Voici des données concernant la période du 16 au 25 janvier 2017 :

Données statistiques sur les concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Lyon

Moyenne : 72,5 µg/m^3
Médiane : 83,5 µg/m^3
Concentration minimale: 22 µg/m^3
Concentration maximale: 107 µg/m^3

(source : http://www.air-rhonealpes.fr)

Relevés des concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Grenoble

Date	*Concentration PM10 en µg/m^3*
16 janvier	32
17 janvier	39
18 janvier	52
19 janvier	57
20 janvier	78
21 janvier	63
22 janvier	60
23 janvier	82
24 janvier	82
25 janvier	89

a. Laquelle de ces deux villes a eu la plus forte concentration moyenne en PM10 entre le 16 et le 25 janvier ?

b. Calcule l'étendue des séries des relevés en PM10 à Lyon et à Grenoble. Laquelle de ces deux villes a eu l'étendue la plus importante ?
Interprète ce dernier résultat.

c. L'affirmation suivante est-elle exacte ? Justifie ta réponse.
« Du 16 au 25 janvier, le seuil d'alerte de 80 µg/m^3 par jour a été dépassé au moins 5 fois à Lyon ».

2 Dans tout l'exercice, on étudie les performances réalisées par les athlètes qui ont participé aux finales du 100 m masculin des Jeux Olympiques de 2016 et de 2012. On donne ci-dessous des informations sur les temps mis par les athlètes pour parcourir 100 m.

Finale du 100 m aux Jeux Olympiques de 2016
Temps réalisés par tous les finalistes

10,04 s	9,96 s	9,81 s	9,91 s
10,06 s	9,89 s	9,93 s	9,94 s

Finale du 100 m aux Jeux Olympiques de 2012

- nombre de finalistes : 8
- temps le plus long : 11,99 s
- étendue des temps : 2,36 s
- moyenne des temps : 10,01 s
- médiane des temps : 9,84 s

a. Quel est le temps du vainqueur de la finale en 2016 ?

b. Lors de quelle finale la moyenne des temps pour effectuer 100 m est-elle la plus petite ?

c. Lors de quelle finale le meilleur temps a-t-il été réalisé ?

d. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ?
Affirmation : *« Seulement trois athlètes ont mis moins de 10 s à parcourir les 100 m de la finale de 2012 ».*

e. C'est lors de la finale de 2012 qu'il y a eu le plus d'athlètes ayant réussi à parcourir le 100 m en moins de 10 s. Combien d'athlètes ont-ils réalisé un temps inférieur à 10 s lors de cette finale de 2012 ?

3 L'entraineur d'un club d'athlétisme a relevé les performances de ses lanceuses de poids sur cinq lancers. Voici une partie des relevés qu'il a effectués (il manque trois performances pour une des lanceuses) :

		Lancers				
		n° 1	n° 2	n° 3	n° 4	n° 5
Performances (en mètres)	Solenne	17,8	17,9	18	19,9	17,4
	Rachida	17,9	17,6	18,5	18	19
	Sarah	18	?	19,5	?	?

On connait des caractéristiques de la série d'une des lanceuses :

Caractéristiques des cinq lancers
Étendue : 2,5 m
Moyenne : 18,2 m
Médiane : 18 m

a. Explique pourquoi ces caractéristiques ne concernent ni les résultats de Solenne, ni ceux de Rachida.

b. Les caractéristiques données sont donc celles de Sarah. Son meilleur lancer est de 19,5 m. Indique sur la copie quels peuvent être les trois lancers manquants de Sarah ?

D5 Probabilités

g5.re/21z g5.re/sdz g5.re/7za

1 Langage des probabilités

A Expérience aléatoire

Définitions

- Une **expérience aléatoire** est une expérience dépendant du hasard dont on peut décrire tous les résultats possibles sans savoir lequel va se produire.
- Chaque résultat possible est une **issue**.

Exemple :

▶ Lancer un dé à jouer est une **expérience aléatoire** ayant six **issues**.
Les **issues** sont : {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}.

B Évènement

Définitions

- Un **évènement** est un ensemble d'une ou plusieurs **issues**.
- Un évènement constitué d'une seule issue est un **évènement élémentaire**.
- Un évènement toujours réalisé est un **évènement certain**.
- Un évènement jamais réalisé est un **évènement impossible**.
- L'**évènement contraire** d'un évènement A (noté $\overline{A}$) est l'ensemble des issues qui n'appartiennent pas à A.

Exemple : On reprend le lancer de dé.

▶ A : « Obtenir un multiple de 3 » est un **évènement**.
B : « Obtenir 4 » est un **évènement élémentaire**.
C : « Obtenir un nombre inférieur ou égal à 6 » est un **évènement certain**.
D : « Obtenir 10 » est un **évènement impossible**.
$\overline{A}$: « Obtenir un nombre non multiple de 3 » est l'**évènement contraire** de l'évènement A.

2 Calculs de probabilités

A Probabilité d'un évènement

Définition La **probabilité** d'un évènement A est un nombre compris entre 0 et 1 (noté P(A)) qui exprime ses « chances » de réalisation.

Propriétés

- La probabilité d'un évènement impossible est 0 et celle d'un évènement certain est 1.
- La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

Exemples :

- P(C) = 1 et P(D) = 0
- P(«Obtenir 1»)+P(«Obtenir 2»)+P(«Obtenir 3»)+P(«Obtenir 4»)+P(«Obtenir 5»)+P(«Obtenir 6»)=1

B Équiprobabilité

Définition Lorsque les issues d'une expérience aléatoire ont toutes autant de chances de se réaliser, c'est-à-dire que les probabilités de réalisation des différentes issues sont égales, on dit qu'elles sont **équiprobables**.

Propriété En cas d'équiprobabilité, la probabilité d'un évènement E s'obtient en divisant le nombre d'issues favorables à l'évènement par le nombre total d'issues de l'expérience aléatoire :

$$P(E) = \frac{\textit{Nombre d'issues favorables}}{\textit{Nombre total d'issues}}$$

Exemples :

- Dans le cas du lancer de dé, chaque face a autant de chances de sortir qu'une autre, les issues sont donc équiprobables. Ainsi, la probabilité d'un évènement élémentaire est $\frac{1}{6}$, soit $P(B) = \frac{1}{6}$.
- Soit A : « Obtenir un multiple de 3 ».
  A = {3 ; 6} et les issues sont :{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}. Donc $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Remarque : La probabilité d'un évènement s'exprime souvent sous la forme d'une fraction.

C Probabilité d'évènements contraires

Propriété

La somme des probabilités d'un évènement A et de son contraire $\overline{A}$ est égale à 1 :

$P(A) + P(\overline{A}) = 1$ et $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

Exemple :

- Soit A : « Obtenir un multiple de 3 ». A = {3 ; 6} et $\overline{A}$ = {1 ; 2 ; 4 ; 5} donc $P(\overline{A}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.
  Mais on peut calculer $P(\overline{A})$ en utilisant la formule : $P(A) = \frac{1}{3}$ et $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Remarque : Il est parfois beaucoup plus rapide d'utiliser la formule $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ pour calculer la probabilité d'un évènement contraire.

3 Des fréquences aux probabilités

Propriété

Lorsqu'on répète un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un évènement E finit par se stabiliser autour du nombre P(E).

Exemple :

- Dans le cas du lancer de dé, voici un tableau donnant la fréquence de réalisation de l'évènement B : « Obtenir **4** », en fonction du nombre de lancers effectués.

Nombre de lancers effectués	10	50	200	500	5 000
Fréquence de réalisation de l'évènement B	0,4	0,12	0,18	0,177	0,1712

Plus le nombre de lancers effectués est important et plus la fréquence de réalisation de l'évènement B se rapproche de $P(B) = \frac{1}{6} \approx 0,17$.

Remarque : Certains logiciels, comme les tableurs notamment, permettent de **simuler** la répétition d'un très grand nombre d'expériences aléatoires identiques.

Fiche 1 : connaitre le vocabulaire des probabilités

1 On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. On considère les évènements suivants.

A : « On obtient un roi. » ;
B : « On obtient un as. » ;
C : « On obtient un trèfle. ».

a. Les évènements A et B sont-ils compatibles ? Et les évènements B et C ? Justifie tes réponses.

b. Décris par une phrase sans négation l'évènement $\overline{C}$, contraire de l'évènement C.

c. Propose un évènement D incompatible avec l'évènement C.

d. Détermine la probabilité des évènements A, B, C et D.

e. Quelle est la probabilité de $\overline{C}$, l'évènement contraire de l'évènement C ? Calcule-la de deux façons différentes.

2 Une classe de 3e est constituée de 25 élèves. Certains sont externes, les autres sont demi-pensionnaires. Le tableau ci-dessous donne la composition de la classe.

	Garçons	Filles	Total
Externes		3	
DP	9	11	
Total			25

a. Complète le tableau.

On choisit un élève de cette classe au hasard et on considère les évènements :

A : « L'élève est une fille. »
B : « L'élève est externe. »
C : « L'élève est un garçon demi-pensionnaire. »

b. Les évènements A et B sont-ils compatibles ? Et les évènements B et C ? Justifie tes réponses.

c. Décris par une phrase sans négation l'évènement $\overline{A}$, contraire de l'évènement A. Puis l'évènement $\overline{B}$, contraire de l'évènement B.

d. Détermine la probabilité des évènements A, B C, $\overline{A}$ et $\overline{B}$.

3 Un dé équilibré a la forme d'un icosaèdre régulier dont les 20 faces sont numérotées de 1 à 20. On considère les évènements suivants :

E : « On obtient un nombre pair. »
F : « On obtient un multiple de 2 ou de 3. »

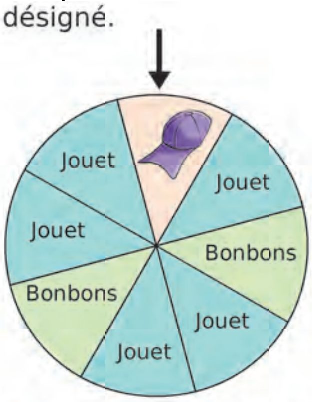
a. Quelles sont les issues de cette expérience aléatoire ?

b. Décris par une phrase sans négation l'évènement $\overline{E}$, contraire de l'évènement E.

c. Quelles sont les issues des évènements F et $\overline{F}$?

d. Propose un évènement impossible puis un évènement certain.

1 Au stand d'une kermesse, on fait tourner une roue pour gagner un lot (un jouet, une casquette ou des bonbons). Une flèche permet de désigner le secteur gagnant sur la roue. On admet que chaque secteur a autant de chances d'être désigné.



a. Quelle est la probabilité de l'évènement « On gagne des bonbons. » ?

....

....

b. Définis par une phrase l'évènement contraire de l'évènement « On gagne des bonbons. ».

....

....

c. Quelle est la probabilité de l'évènement défini à la question **b** ?

....

....

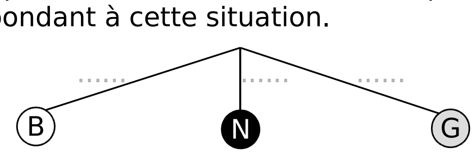
d. Soit l'évènement « On gagne une casquette ou des bonbons. ». Quelle est la probabilité de cet évènement ?

....

....

2 On tire une boule au hasard dans une urne qui contient 7 boules blanches (B), 5 noires (N) et 6 grises (G), toutes indiscernables au toucher.

a. Complète ci-dessous l'arbre des probabilités correspondant à cette situation.



b. Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ou noire ?

....

....

c. Quelle est la probabilité de ne pas tirer une boule noire ?

....

....

3 Un sac opaque contient des bonbons bleus, rouges ou verts, tous indiscernables au toucher. Quand on tire un bonbon au hasard, on a deux chances sur cinq de prendre un bonbon rouge, et une chance sur deux de prendre un bonbon bleu.

a. Quelle est la probabilité d'obtenir un bonbon rouge ou un bonbon bleu ?

....

....

b. Déduis-en la probabilité d'obtenir un bonbon vert. Justifie ta réponse.

....

....

....

4 Un concours de pêche est organisé avec 8 bateaux participants. Les organisateurs souhaitent former au hasard 4 équipes de 2 bateaux. Pour cela, un tirage au sort est organisé.

Dans une urne, se trouvent 8 fanions indiscernables au toucher : 2 rouges, 2 orange, 2 violets et 2 verts. Les bateaux ayant un fanion de même couleur seront dans la même équipe.

a. Quelle est la probabilité de sortir un fanion rouge au premier tirage ? ....

b. Aux deux premiers tirages, un fanion vert et un fanion orange ont été sortis.

- Quels fanions se trouvent encore dans l'urne avant le troisième tirage ?

....

....

- Combien y a-t-il de fanions dans l'urne avant le troisième tirage ?

....

- Calcule la probabilité de l'évènement A : « Un fanion d'une autre couleur que le vert ou le orange est tiré. ».

....

....

Fiche 3 : utiliser une expérience aléatoire à une épreuve (2)

1 Dans une urne, se trouvent huit boules, indiscernables au toucher, qui portent chacune un numéro :

7 7 5 2 7 6 7 4

a. Si on tire au hasard une boule dans cette urne, quelle est la probabilité qu'elle porte le numéro 7 ?

b. Wacim s'apprête à tirer une boule. Il affirme qu'il a plus de chances de tirer un numéro pair qu'un numéro impair. A-t-il raison ?

c. Finalement, Wacim a tiré la boule portant le numéro 5 et la garde : il ne la remet pas dans l'urne. Baptiste s'apprête à tirer une boule dans l'urne. Quelle est la probabilité que cette boule porte le numéro 7 ?

2 Un sac opaque contient 120 boules, toutes indiscernables au toucher, dont 30 sont bleues. Les autres boules sont rouges ou vertes.

On considère l'expérience aléatoire suivante :
On tire une boule au hasard, on regarde sa couleur, on repose la boule dans le sac et on mélange.

a. Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue ? Écris le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

b. Cécile a effectué 20 fois cette expérience aléatoire et elle a obtenu 8 fois une boule verte. Choisis, parmi les réponses suivantes, le nombre de boules vertes contenues dans le sac (aucune justification n'est demandée) :

48	70	On ne peut pas savoir	25

c. La probabilité de tirer une boule rouge est égale à 0,4.

- Quel est le nombre de boules rouges dans le sac ?
- Quelle est la probabilité de tirer une boule verte ?

d. Combien de boules rouges faut-il ajouter dans le sac précédent pour que la probabilité de tirer une boule rouge soit de 0,5 ?

3 Aurel, Alexandra, Nathalie et Eli sont des fans de jeux de société. Ils possèdent 60 jeux différents. Un après-midi, ils décident de jouer à un de leurs jeux. N'arrivant pas à se mettre d'accord, ils le choisissent au hasard parmi l'ensemble de leurs jeux.

Dans ce tableau, sont présentés les jeux préférés de chacun d'eux :

Aurel	Alexandra	Nathalie	Eli
Kemet	Epix	Fourberies	Hyperborea
Pitch car	Colt express	Happy pigs	Cyclades
Miniville	Happy pigs		Happy pigs
King of Tokyo			
Bruxelles			

Les joueurs tirent un jeu au hasard parmi les 60 jeux qu'ils possèdent.

a. Quelle est la probabilité que le jeu tiré soit un des jeux préférés d'Aurel ?

b. Quelle est la probabilité que le jeu tiré soit un des jeux préférés d'Alexandra ou de Nathalie ?

1 M. Frespin propose différents modèles de baskets : de couleur blanche ou verte ; avec des lacets jaunes, orange ou rouges.

a. Colorie les baskets pour montrer l'ensemble des modèles proposés par M. Frespin.

b. Quelles sont toutes les issues possibles ?
Par exemple, pour des baskets vertes à lacets jaunes, tu indiqueras (V ; J).

....

....

On choisit une paire de baskets au hasard.
Quelle est la probabilité que les baskets...

c. soient vertes ? ....

d. aient des lacets rouges ? ....

e. n'aient pas de lacets rouges ? ....

f. soient blanches et aient des lacets orange ? ....

2 Un magasin vend des chaises de bureau.
Voici les différentes options proposées :

❑ Rouge
❑ Noire
❑ Bleue
❑ Grise

❑ Avec accoudoirs
❑ Sans accoudoirs

a. Combien de modèles différents de chaises de bureau propose ce magasin ?

....

On choisit une chaise de bureau parmi tous les modèles précédents.
Quelle est la probabilité que la chaise...

b. soit grise ? ....

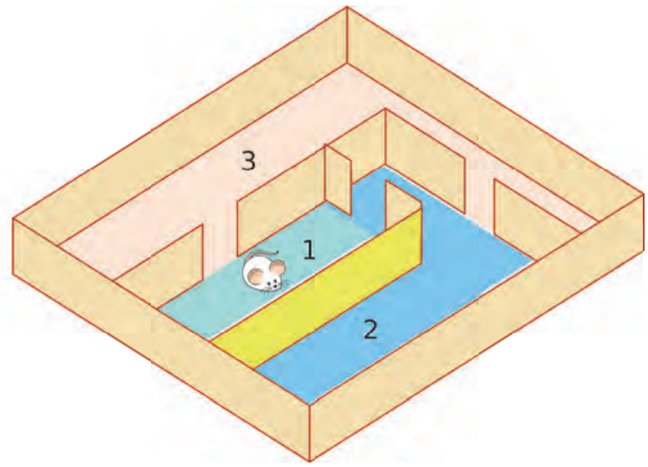
c. ne soit pas grise ? ....

d. ait des accoudoirs ? ....

e. soit bleue avec des accoudoirs ? ....

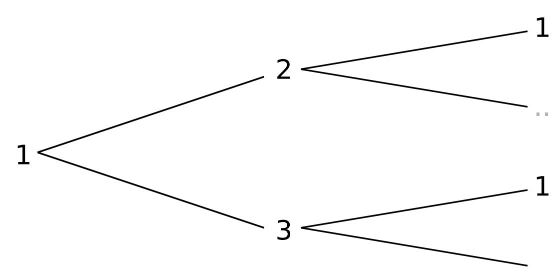
f. soit grise ou bleue avec des accoudoirs ? ....

3 Une souris est enfermée dans un labyrinthe et on suppose qu'elle se trouve dans la pièce 1 (voir le dessin ci-dessous). À chaque sonnerie, elle franchit une porte, au hasard.



a. Quelle probabilité a la souris de se trouver dans la pièce 2 après une sonnerie ? ....

b. Complète l'arbre de probabilité suivant.



c. Quelle est la probabilité que la souris se retrouve dans la pièce 2 après deux sonneries ?

....

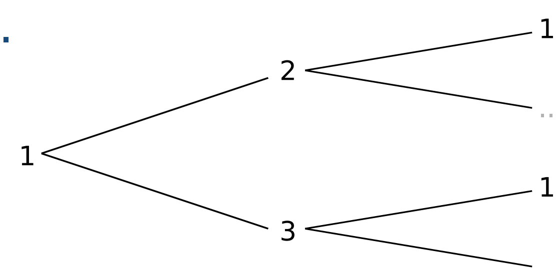
d. Quelle est la probabilité que la souris se retrouve dans la pièce 1 après deux sonneries ?

....

4 Au labyrinthe de l'exercice **3**, on ajoute une porte sur le mur jaune. Reprends alors toutes les questions précédentes.

a. ....

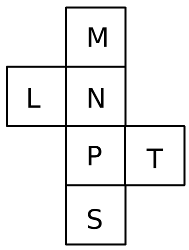
b.

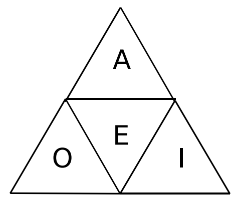


c. ....

d. ....

1 On lance deux dés équilibrés. L'un est cubique et l'autre a la forme d'un tétraèdre. Les patrons sont présentés ci-dessous.





a. Présente, dans le tableau suivant, toutes les issues de cette expérience.

b. Quelle est la probabilité d'obtenir le mot « **PI** » ?

....

....

c. Quelle est la probabilité d'obtenir un mot du dictionnaire si on obtient la lettre **L** sur le dé cubique ?

....

....

....

....

d. Quelle est la probabilité d'obtenir un mot du dictionnaire si on obtient la lettre **O** sur le dé tétraédrique ?

....

....

....

e. Quelle est la probabilité de former un déterminant possessif avec les deux lettres du tirage ?

....

....

....

2 On considère l'expérience suivante qui se déroule en deux étapes.

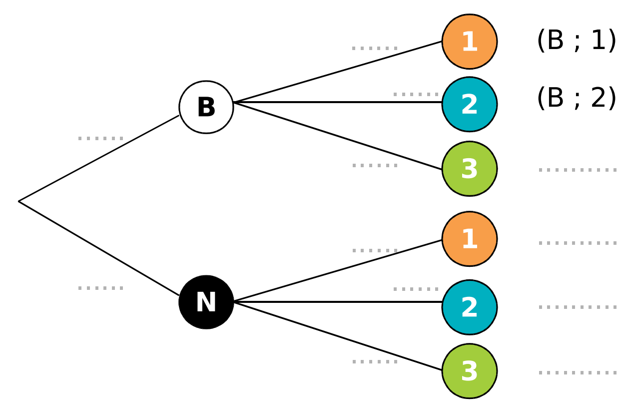
Étape 1 : on tire une boule dans une urne contenant trois boules blanches et une boule noire.

Étape 2 : on tire une boule dans une autre urne contenant une boule numérotée **1**, trois boules numérotées **2** et deux boules numérotées **3**.

Toutes les boules sont indiscernables au toucher.

Si on tire une boule blanche, puis une boule numérotée **1**, le résultat obtenu est noté : (B ; 1).

a. Complète l'arbre ci-dessous en indiquant, sur chaque branche, les probabilités correspondantes.



b. Quelle est la probabilité d'obtenir (B ; 1) ?

....

....

c. Quelle est la probabilité d'obtenir (N ; 2) ?

....

....

d. Quelle est la probabilité d'obtenir un **3** ?

....

....

....

e. Quelle est la probabilité de ne pas obtenir un **3** ?

....

....

....

Tableur

On lance deux dés de couleurs différentes. Ils sont équilibrés et leurs faces sont numérotées de 1 à 6. On s'intéresse à la somme des valeurs obtenues par les dés.

Partie 1 :

On lance 25 fois les deux dés et on note les valeurs dans un tableur. Les résultats sont représentés dans le tableau ci-contre.

La colonne A indique le numéro de l'expérience.

Les colonnes B et C donnent les valeurs des dés.

La somme des deux dés est calculée dans la colonne D.

	A	B	C	D
1	n°	dé 1	dé 2	somme
2	1	5	1	6
3	2	1	1	2
4	3	1	4	5
5	4	1	6	7
6	5	4	4	8
7	6	6	4	10
8	7	6	3	9
9	8	5	6	11
10	9	5	3	8
11	10	5	6	11
12	11	3	6	9
13	12	2	5	7
14	13	3	5	8
15	14	1	6	7
16	15	6	5	11
17	16	2	3	5
18	17	2	5	7
19	18	3	4	7
20	19	2	4	6
21	20	6	5	11
22	21	1	1	2
23	22	2	1	3
24	23	1	4	5
25	24	5	1	6
26	25	1	6	7

a. La somme peut-elle être égale à 1 ? Justifie.

....

....

....

b. La somme 12 n'apparait pas dans ce tableau. Est-il toutefois possible de l'obtenir ? Justifie.

....

c. Pour le 11^{e} lancer des deux dés, quelle formule a-t-on marquée dans la cellule **D12** pour obtenir le résultat donné par l'ordinateur ?

....

d. Dans cette expérience, combien de fois obtient-on la somme 7 ? Déduis-en la fréquence de cette somme en pourcentage.

....

....

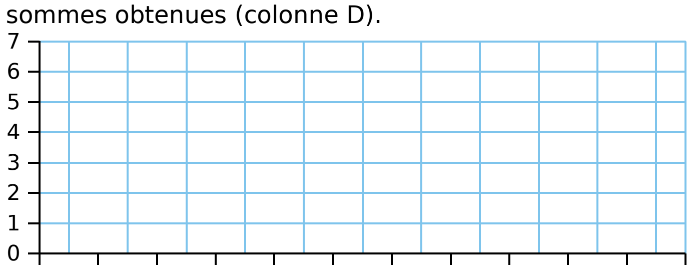
e. Quelle est la médiane de cette série de sommes (colonne D) ?

....

....

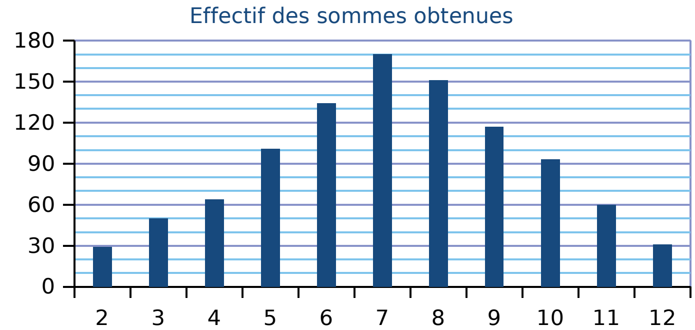
....

f. Trace le diagramme en bâtons de la série des sommes obtenues (colonne D).



Partie 2 :

On fait une simulation de 1 000 expériences avec un tableur. Les résultats sont représentés dans le diagramme en bâtons suivant.



g. Quelles sont les 2 sommes les moins fréquentes ?

....

....

h. Paul, un élève de 3^{e}, joue avec Jacques, son petit frère de CM2. Chacun choisit une somme à obtenir avec les deux dés : Paul prend la somme 9 et Jacques la somme 3. Explique pourquoi Paul a plus de chances de gagner que son petit frère.

....

....

....

i. Quel est, pour cette simulation, le nombre de lancers qui donnent la somme 7 ? Déduis-en la fréquence, en pourcentage, représentée par ces lancers.

....

....

j. Complète le tableau et entoure les différentes possibilités d'obtenir une somme égale à 7 avec deux dés. Calcule la probabilité d'obtenir cette somme.

Somme des 2 dés		Valeur du 2^{e} dé					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Valeur du 1er dé	**1**	2	3	4			
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						12

....

k. Que peut-on dire de la valeur de la fréquence obtenue à la question **i**, et de celle de la probabilité obtenue à la question **j** ? Propose une explication.

....

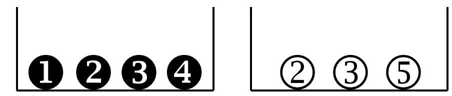
....

....

Fiche 7 : utiliser les outils numériques (1)

Tableur Soit l'expérience aléatoire suivante :

- tirer au hasard une boule noire, noter son numéro ;
- tirer au hasard une boule blanche, noter son numéro ;
- puis calculer la somme des 2 numéros tirés.



1 On a simulé l'expérience avec un tableur, en utilisant la fonction *ALEA()* pour obtenir les numéros des boules tirées au hasard. Voici les résultats des premières expériences.

	A	B	C	D
1	Expérience	Numéro de la boule noire	Numéro de la boule blanche	Somme
2	n°1	4	2	6
3	n°2	1	2	3
4	n°3	2	3	5
5	n°4	3	3	6
6	n°5	3	5	8
7	n°6	4	3	7

a. Décris l'expérience n°3.

....

....

....

b. Parmi les 4 formules suivantes, colorie celle qui est écrite dans la cellule **D5** :

2*A4 | =B4+C4 | =B5+C5 | =SOMME(D5)

c. Peut-on obtenir la somme 2 ? Justifie.

....

....

d. Quels sont les tirages possibles qui permettent d'obtenir la somme 4 ?

....

....

e. Quelle est la plus grande somme possible ? Justifie.

....

....

2 Sur une seconde feuille de calcul, on a copié les résultats obtenus avec 50 expériences, avec 1 000 expériences, avec 5 000 expériences, et on a calculé les fréquences des différentes sommes.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Somme	3	4	5	6	7	8	9	Effectif total
2	Effectif	5	10	9	8	8	8	2	50
3	Fréquence	0,1	0,2	0,18	0,16	0,16	0,16		
4									
5	Somme	3	4	5	6	7	8	9	Effectif total
6	Effectif	79	161	167	261	166	72	94	1 000
7	Fréquence	0,079	0,161	0,167	0,261	0,166	0,072	0,094	
8									
9	Somme	3	4	5	6	7	8	9	Effectif total
10	Effectif	405	844	851	1221	871	410	398	5 000
11	Fréquence	0,081	0,1688	0,1702	0,2442	0,1742	0,082	0,0796	

a. Quelle est la fréquence de la somme 9 au cours des 50 premières expériences ? Justifie.

....

b. Quelle formule a-t-on écrite dans la cellule **B7** pour obtenir la fréquence de la somme 3 ? ....

c. Donne une estimation de la probabilité d'obtenir la somme 3. ....

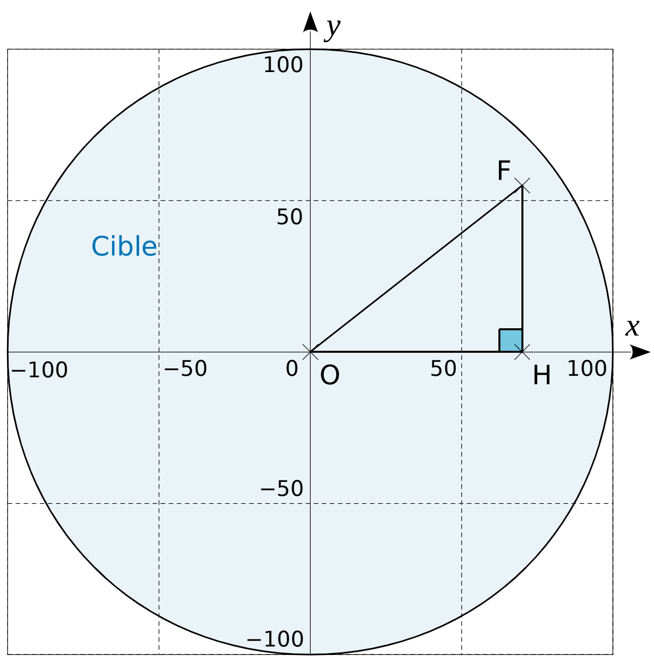
....

Dans tout l'exercice, l'unité de longueur est le mm.

On lance une fléchette sur une plaque carrée sur laquelle figure une cible circulaire (en bleu sur la figure). Si la pointe de la fléchette est sur le bord de la cible, on considère que la cible n'est pas atteinte.

On considère que cette expérience est aléatoire et l'on s'intéresse à la probabilité que la fléchette atteigne la cible.

- La longueur du côté de la plaque carrée est 200.
- Le rayon de la cible est 100.
- La fléchette est représentée par le point F de coordonnées (x ; y), où x et y sont des nombres aléatoires compris entre – 100 et 100.

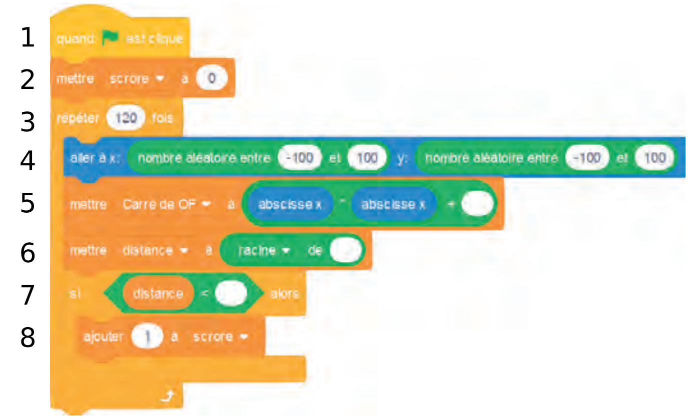


a. Dans l'exemple ci-dessus, la fléchette F est située au point de coordonnées (72 ; 54). Montre que la distance OF, entre la fléchette et l'origine du repère, est 90.

b. D'une façon générale, quel nombre ne doit pas dépasser la distance OF pour que la fléchette atteigne la cible ?

On réalise un programme qui simule plusieurs fois le lancer de cette fléchette sur la plaque carrée et qui compte le nombre de lancers atteignant la cible.

Le programmeur a créé trois variables nommées : **carré de OF**, **distance** et **score**.



c. Lorsqu'on exécute ce programme, combien de lancers sont simulés ?

d. Quel est le rôle de la variable **score** ?

e. Complète et recopie sur la copie uniquement les lignes 5, 6 et 7 du programme afin qu'il fonctionne correctement.

f. Après une exécution du programme, la variable **score** est égale à 102. À quelle fréquence la cible a-t-elle été atteinte dans cette simulation ? Exprime le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

g. On admet que la probabilité d'atteindre la cible est égale au quotient : aire de la cible divisée par aire de la plaque carrée. Donne une valeur approchée de cette probabilité, au centième près.

1 Il y a dans une urne 12 boules indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 12. On veut tirer une boule au hasard.

a. Est-il plus probable d'obtenir un numéro pair ou bien un multiple de 3 ?

....

....

....

....

....

....

b. Quelle est la probabilité d'obtenir un numéro inférieur à 20 ?

....

....

c. On enlève de l'urne toutes les boules dont le numéro est un diviseur de 6. On veut à nouveau tirer une boule au hasard. Explique pourquoi la probabilité d'obtenir un numéro qui soit un nombre premier est alors 0,375.

....

....

....

....

2 Un sac contient 20 boules ayant chacune la même probabilité d'être tirée. Ces 20 boules sont numérotées de 1 à 20. On tire une boule au hasard dans le sac.

Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

a. Quelle est la probabilité de tirer la boule numérotée 13 ?

....

....

b. Quelle est la probabilité de tirer une boule portant un numéro pair ?

....

....

c. A-t-on plus de chances d'obtenir une boule portant un numéro multiple de 4 que d'obtenir une boule portant un numéro diviseur de 4 ?

....

....

....

....

....

....

d. Quelle est la probabilité de tirer une boule portant un numéro qui soit un nombre premier ?

....

....

....

3 La pizzeria Héléna propose cinq variétés de pizzas.

CLASSIQUE :
tomate, jambon, œuf, champignons

MONTAGNARDE :
crème, jambon, pomme de terre, champignons

LAGON :
crème, crevettes, fromage

BROUSSARDE :
crème, chorizo, champignons, salami

PLAGE :
tomate, poivrons, chorizo

a. Je commande une pizza au hasard, quelle est la probabilité qu'il y ait des champignons dedans ?

....

....

b. Je commande une pizza à la crème, quelle est la probabilité qu'il y ait du jambon ?

....

....

c. Il est possible de commander une grande pizza composée à moitié d'une variété et à moitié d'une autre. Quelle est la probabilité d'avoir des champignons sur toute la pizza ?

....

....

1 Une société commercialise des composants électroniques qu'elle fabrique dans deux usines. Lors d'un contrôle de qualité, 500 composants sont prélevés dans chaque usine et sont examinés pour déterminer s'ils sont *bons* ou *défectueux*.

Résultats obtenus pour l'ensemble des 1 000 composants prélevés :

	Usine A	Usine B
Bons	473	462
Défectueux	27	38

a. Si on prélève un composant au hasard parmi ceux provenant de l'usine A, quelle est la probabilité qu'il soit défectueux ?

b. Si on prélève un composant au hasard parmi ceux qui sont défectueux, quelle est la probabilité qu'il provienne de l'usine A ?

c. Le contrôle est jugé satisfaisant si le pourcentage de composants défectueux est inférieur à 7 % dans chaque usine. Ce contrôle est-il satisfaisant ?

2 Le « Solitaire » est un jeu de hasard de la Française des Jeux. Le joueur achète un ticket au prix de 2 €, gratte la case argentée et découvre le *montant du gain*. Un ticket est gagnant si le *montant du gain* est supérieur ou égal à 2 €.
Les tickets de « Solitaire » sont fabriqués par lots de 750 000 tickets.

Le tableau suivant donne la composition d'un lot.

	Nombre de tickets	*Montant du gain par ticket*	
	532 173	0 €	
	100 000	2 €	Tickets gagnants
	83 000	4 €	
	20 860	6 €	
	5 400	12 €	
	8 150	20 €	
	400	150 €	
	15	1 000 €	
	2	15 000 €	
Total	750 000		

a. Si on prélève un ticket au hasard dans un lot...

- quelle est la probabilité d'obtenir un ticket gagnant dont le *montant du gain* est 4 € ?
- quelle est la probabilité d'obtenir un ticket gagnant ?
- explique pourquoi on a moins de 2 % de chance d'obtenir un ticket dont le *montant du gain* est supérieur ou égal à 10 €.

b. Tom dit : *« Si j'avais assez d'argent, je pourrais acheter un lot complet de tickets* Solitaire*. Je deviendrais encore plus riche. »*
Explique si Tom a raison.

3 Thomas possède une montre qu'il compose en assemblant des cadrans et des bracelets de plusieurs couleurs.
Pour cela, il dispose de :

- deux cadrans :
  un rouge et un jaune ;
- quatre bracelets :
  un rouge, un jaune, un vert et un noir.

a. Combien y a-t-il d'assemblages possibles ?

Il choisit au hasard un cadran et un bracelet pour composer sa montre.

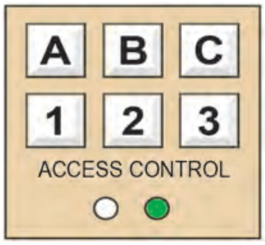
b. Détermine la probabilité d'obtenir une montre toute rouge.

c. Détermine la probabilité d'obtenir une montre d'une seule couleur.

d. Détermine la probabilité d'avoir une montre de deux couleurs.

4 À l'entrée du garage à vélos du collège, un digicode commande l'ouverture de la porte.

Le code d'ouverture est composé d'une lettre A, B ou C, suivie d'un chiffre 1, 2 ou 3.



a. Quels sont les différents codes possibles ?

Aurélie compose au hasard le code A1.

b. Quelle probabilité a-t-elle d'obtenir le bon code ?

c. En tapant ce code A1, Aurélie s'est trompée à la fois de lettre et de chiffre. Elle change donc ses choix. Quelle probabilité a-t-elle de trouver le bon code à son deuxième essai ?

d. Justifie que si, lors de ce deuxième essai, Aurélie ne se trompe que de lettre, elle est sure de pouvoir ouvrir la porte lors d'un troisième essai.

5 Un bus transporte des élèves pour une compétition multi-sports. Il y a là 10 joueurs de ping-pong, 12 coureurs de fond et 18 gymnastes. Lors d'un arrêt, ils sortent du bus en désordre.

a. Quelle est la probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un joueur de ping-pong ?

b. Quelle est la probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un coureur ou un gymnaste ?

c. Après cet arrêt, ils remontent dans le bus et ils accueillent un groupe de nageurs. Sachant que la probabilité que ce soit un nageur qui descende du bus en premier est de 1/5, détermine le nombre de nageurs présents dans le bus.

A1 Algorithmique et programmation

A1 Fiche 1 : opérer des déplacements conditionnels

1 Le digicode du coffre-fort d'Anaëlle est représenté ci-dessous. Hélas, elle a perdu la combinaison d'ouverture...

- Ce coffre-fort s'ouvre seulement quand toutes les touches sont poussées dans le bon ordre, la dernière étant la numéro 10.
- Sur chaque touche, une instruction indique quelle touche presser juste après : par exemple, **2 O** signifie que la touche suivante se trouve à **2** touches vers l'**O**uest.

1	2	3	4
1 SE	3 S	2 SO	2 O
5	6	7	8
1 N	1 S	1 E	2 S
9	10	11	12
3 E	■	2 N	2 N
13	14	15	16
2 NE	1 O	2 NO	1 O

a. On commence par presser la touche numéro 8. Indique la série des touches poussées. Le coffre-fort s'ouvre-t-il alors ? Justifie.

....

....

b. De quelle touche faut-il partir pour ouvrir le coffre-fort d'Anaëlle ?

Indique alors l'ensemble de la combinaison.

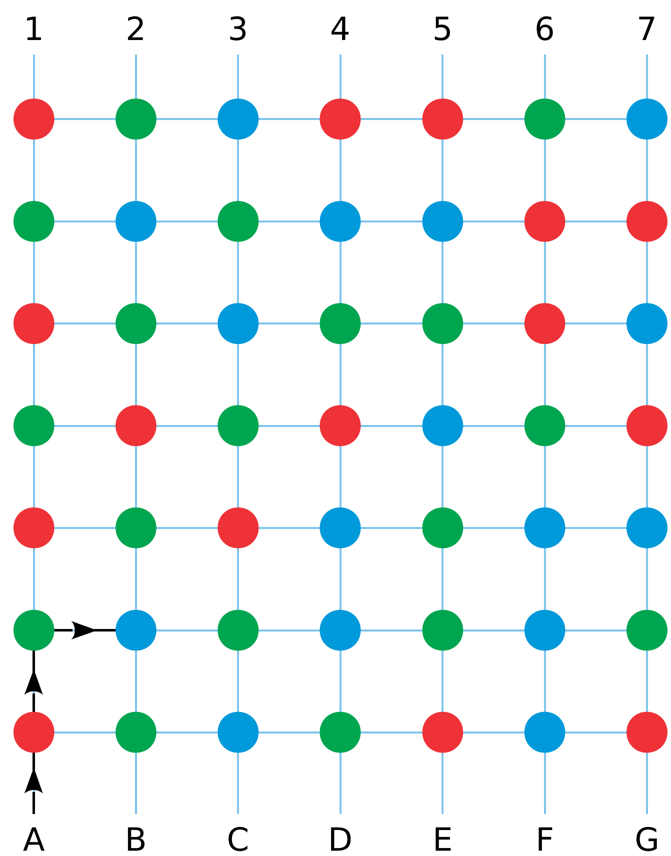
....

....

2 Dans ce quadrillage, on part d'une lettre et on cherche à atteindre un chiffre.

Le déplacement se fait selon la règle suivante :

- quand on rencontre 🔴, on va tout droit ;
- quand on rencontre 🟢, on va à droite ;
- quand on rencontre 🔵, on va à gauche.



a. Arnaud démarre à la lettre A (le début du parcours est déjà représenté). Poursuis son tracé et indique le chiffre d'arrivée.

....

b. Indique le chiffre d'arrivée des parcours de Bob, Élodie et Florent, qui partent respectivement des lettres B, E et F.

....

....

Afin de coder un message, on assimile chaque lettre de l'alphabet à un nombre entier x, comme l'indique le tableau ci-dessous.

Lettre à coder	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$f(x)$													88													
y													10													
Lettre codée													K													

Le chiffrement affine consiste à coder un message, lettre par lettre, en utilisant une fonction de codage affine f. Par exemple : $f(x) = 7x + 4$.
Pour coder une lettre, on procède de la façon suivante :

- on associe à cette lettre un entier x entre 0 et 25, selon le tableau ci-dessus ;
- on calcule $f(x) = 7x + 4$ et l'on détermine le reste y de la division euclidienne de $f(x)$ par 26 ;
- on traduit y par une lettre d'après le tableau ci-dessus.

Exemple : pour coder la lettre M par la fonction $f(x) = 7x + 4$

- la lettre M correspond, dans le tableau, à $x = 12$;
- $f(12) = 7 \times 12 + 4 = 88$ et le reste de la division de 88 par 26 est $y = 10$;
- $y = 10$ correspond à la lettre K.

La lettre M est donc codée par la lettre K.

a. Par quelle lettre la lettre W est-elle codée ? ....

b. Utilise un tableur pour t'aider à faire tes calculs. Recopie le tableau ci-dessous et complète-le.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA
1	Lettre à coder	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
2	x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
3	f(x)																										
4	y																										

c. Code le message suivant.

L'E S S E N C E D E S M A T H É M A T I Q U E S, C'E S T L A L I B E R T É.

....

d. Complète ce tableau de décodage à partir des données du premier tableau.

Lettre codée	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Lettre décodée																										

e. À l'aide du tableur, vérifie que la fonction g définie par $g(y) = 15y + 18$ est la fonction de décodage associée à la fonction f. On note x le reste de la division euclidienne de $g(y)$ par 26.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA
1	Lettre codée	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
2	y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
3	g(y)																										
4	x																										

....

f. Décode le message suivant.

A I H Y R S B I G R G A H U T E A, H O R G N E I A F E A E A A G X Z'G J G T S I S G.

....

Fiche 3 : utiliser les affectations et les boucles

1 On donne l'algorithme suivant.

Variables n, T : Réels
Début
  Écrire " Entrer un nombre n : "
  Lire n
  T ← $(2n + 1) \times (2n + 1)$
  T ← T – 1
  T ← T / $(n + 1)$
  Écrire " T = : ", T
Fin

a. Teste cet algorithme pour $n = 4$ et pour $n = 7$.

....

....

....

....

b. Un élève a saisi $n = -1$. Que se passe-t-il ? Pourquoi ?

....

....

c. Émets une conjecture sur le résultat fourni par cet algorithme, puis démontre cette conjecture.

....

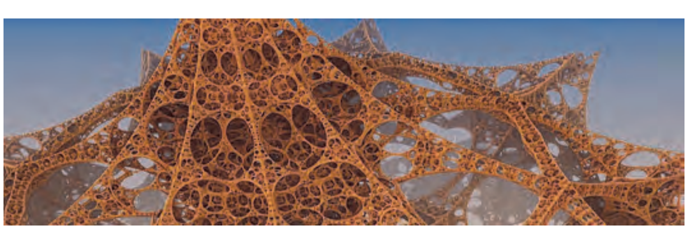
....

....

....

....

....



2 Étant donné un nombre entier n non nul, la factorielle $n!$ est le produit suivant :

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times ...(n-3) \times (n-2) \times (n-1) \times n$$

a. Calcule.

- $3! =$ ....
- $5! =$ ....
- $8! =$ ....

b. Complète l'algorithme ci-dessous pour qu'il affiche la factorielle d'un nombre entier N.

Variables N, i, F : Entiers
Début
  Écrire " Entrer un nombre entier : "
  Lire N
  F ← 1
  Pour i allant de 1 à N
    ....
  Écrire " La factorielle de N est : ", F
Fin

c. Dans SCRATCH, écris un programme demandant un nombre entier de départ, et calculant sa factorielle.

d. Avec ce programme, calcule les factorielles suivantes.

10!	12!

15!	17!

3 *Liste des diviseurs d'un nombre*

a. Écris un algorithme qui demande un nombre entier de départ et qui affiche la liste de ses diviseurs.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

b. Dans SCRATCH, écris un programme demandant un nombre entier de départ et affichant la liste de ses diviseurs.

c. Rajoute des blocs à ce programme afin de créer un test de primalité (test qui permet de dire si un nombre est premier ou pas).

d. Teste alors la primalité des nombres suivants et complète le tableau en cochant.

	101	201	301	401	501	601	701	801	901
Premier									
Non premier									

1 *Conjecture de Syracuse*

On choisit un nombre entier positif et on lui applique le traitement suivant :

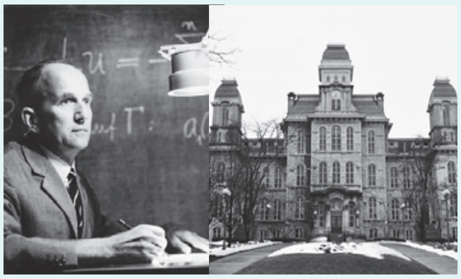
- s'il est pair, on le divise par 2 ;
- s'il est impair, on le multiplie par 3 et on lui ajoute 1.

On obtient alors un nouveau nombre, sur lequel on répète la procédure jusqu'à obtenir 1.

On fabrique ainsi une liste de nombres.

En mathématiques, ***on appelle conjecture, une règle qui n'a jamais été prouvée.*** *On a vérifié cette règle sur beaucoup d'exemples mais on n'est pas sûr qu'elle soit toujours vraie.*

C'est le cas de la conjecture de Syracuse, découverte par le mathématicien allemand Lothar Collatz *en 1930, à l'université de Syracuse (état de New York).*



a. Quelle liste de nombres correspond...

- à 16 ? ....
- à 17 ? ....
- à 20 ? ....
- à 24 ? ....

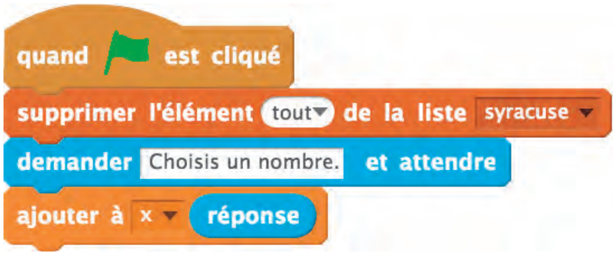
b. Indique le nombre d'éléments dans chacune de ces listes.

Nombre	16	17	20	24
Nombre d'éléments de la liste				

2 Dans Scratch, on souhaite programmer l'algorithme des nombres de Syracuse de l'exercice **1**. Le chat demande à l'utilisateur de choisir un nombre et le programme affiche la liste des nombres obtenus jusque 1.

Pour cela, crée une liste « syracuse » et une variable « x ».

a. Recopie le début du programme ci-dessous. Que permet-il de faire ?



b. À l'aide des instructions suivantes, complète et termine le programme.

c. Teste ton programme avec les nombres de l'exercice précédent.

3 On considère ce jeu de dés :

- le joueur lance deux dés et fait leur somme ;
- il ajoute cette somme à son score (au premier tour, le score est égal à 0) ;
- si la somme des deux dés est différente de 7, il rejoue ;
- si la somme des deux dés est égale 7, le jeu s'arrête.

a. Dans Scratch, écris un programme qui simule ce jeu de dés.

b. Lance 20 fois ton programme et remplis le tableau avec le score obtenu à chaque tour.

Fiche 5 : calculer avec les pourcentages

1 Le 1er janvier 2020, un client a placé 3 000 € à intérêts composés, au taux annuel de 2,5 %.
On note C_n le capital du client au 1er janvier de l'année 2020 + n, où n est un entier naturel.

a. Calcule C_1 et C_2. Arrondis au centime d'euro.

b. Exprime C_{n+1} en fonction de C_n.

c. On donne l'algorithme suivant.

Variables S, n : Entiers ; U : Réel
Début
  Écrire " Entrer un nombre entier supérieur à 3 000 : "
  Lire S
  $n \leftarrow 0$
  U $\leftarrow$ 3 000
  Tant que U $\leqslant$ S **faire**
    $n \leftarrow n + 1$
    U $\leftarrow$ U $\times$ 1,025
  Afficher 2000 + n
Fin

Pour la valeur saisie S = 3 300, recopie et complète le tableau suivant, autant que nécessaire. Les résultats seront arrondis à l'unité.

n	0					
U	3 000					
U $\leqslant$ S	vrai					

d. Déduis-en l'affichage obtenu quand la valeur saisie de S est 3 300.

e. Explique comment interpréter le nombre obtenu en sortie de cet algorithme quand on saisit un nombre S supérieur à 3 000.

f. Détermine à partir du 1er janvier de quelle année le capital du client sera supérieur à 4 000 €.

2 Dans une réserve naturelle, une race de singes est en voie d'extinction à cause d'une maladie.
Une étude sur cette population de singes montre que leur nombre baisse de 15 % chaque année.
Au 1er janvier 2004, la population était estimée à 25 000 singes.

a. Calcule l'effectif de cette population de singes...
- au 1er janvier 2005 ;
- au 1er janvier 2006, en arrondissant à l'entier.

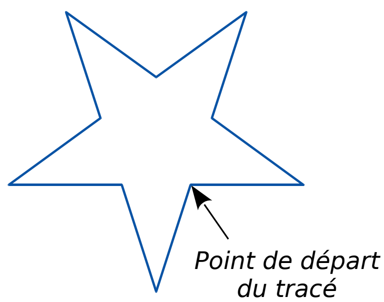
b. Suivant ce modèle, on souhaite savoir, à l'aide d'un algorithme, au bout de combien d'années après le 1er janvier 2004 le nombre de singes sera inférieur à 5 000.
Recopie et complète l'algorithme ci-dessous.

Variables U : Réel ; n : Entier
Début
  U $\leftarrow$ 25 000
  $n \leftarrow 0$
  Tant que .... **faire**
    U $\leftarrow$ ....
    $n \leftarrow$ ....
  Afficher n
Fin

c. Quelle valeur de n est affichée après l'exécution de l'algorithme ?

d. Au 1er janvier 2014, on ne comptait plus que 5 000 individus. Un programme de soutien est mis en place pour favoriser les naissances.
À partir de cette date, on estime que, chaque année, un quart des singes disparait et qu'il se produit 400 naissances.
Calcule l'effectif de cette population de singes...
- au 1er janvier 2015 ;
- au 1er janvier 2016, en arrondissant à l'entier.

1 Arthur doit écrire un programme avec Scratch pour dessiner une étoile comme le dessin représenté ci-dessous. Il manque dans son programme le nombre de répétitions.



L'instruction 

signifie qu'on se dirige vers la droite.

Programme commencé par Arthur

a. Quel nombre doit-il saisir dans la boucle « répéter » pour obtenir l'étoile ?

b. Détermine le périmètre de cette étoile.

c. Arthur souhaite agrandir cette étoile pour obtenir une étoile dont le périmètre serait le double, en modifiant son programme.

Recopie la partie du programme ci-contre en modifiant les valeurs nécessaires pour obtenir cette nouvelle étoile.

2 Voici trois figures différentes, aucune n'est à l'échelle indiquée dans l'exercice :

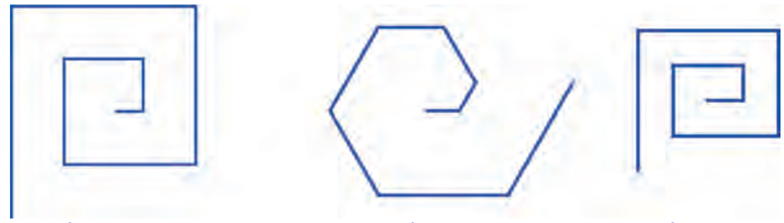
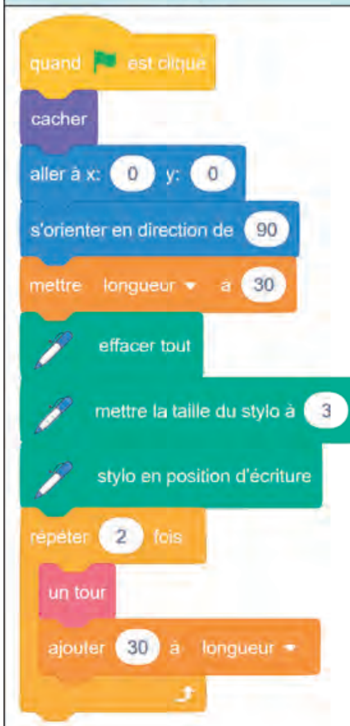


Figure 1 *Figure 2* *Figure 3*

Le programme ci-dessous contient une variable nommée « **longueur** ».

Script	Le bloc : **un tour**
	

L'instruction 

signifie qu'on se dirige vers la droite.

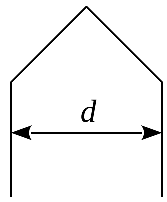
a. Dessine la figure obtenue avec le bloc « **un tour** », donné dans le cadre ci-dessus, pour une longueur de départ égale à 30, étant orienté vers la droite avec le stylo en début de tracé. On prendra 1 cm pour 30 unités de longueur, c'est-à-dire 30 pixels.

b. Comment est-on orienté avec le stylo après ce tracé ? (Aucune justification n'est demandée.)

c. Laquelle des figures 1 ou 3 le programme ci-dessus permet-il d'obtenir ? Justifie ta réponse.

d. Quelle modification faut-il apporter au bloc « **un tour** » pour obtenir la figure 2 ci-dessus ?

1 Pour tracer une « rue », on a défini le tracé d'une « maison ».



tracé de la « maison »

Programme principal

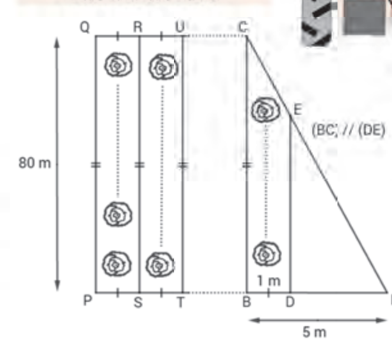
a. Vérifie que d est environ égal à 71 à l'unité près.

b. Un point dans une fenêtre d'exécution de ton programme a son abscisse qui peut varier de – 240 à 240 et son ordonnée qui peut varier de – 180 à 180.

Quel est le plus grand nombre entier n que l'on peut utiliser dans le programme principal pour que le tracé de la « rue » tienne dans la fenêtre de ton ordinateur où s'exécute le programme ?

2 Le maraichage est l'activité professionnelle qui consiste à cultiver les légumes, certains fruits, fleurs ou plantes aromatiques. Afin de diminuer la pénibilité des travaux de maraichage, un agriculteur a acquis un robot électrique pour effectuer le désherbage de ses cultures.

Schéma du terrain non à l'échelle : vue du dessus



Partie A : Parcours du robot

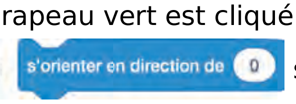
Le robot doit parcourir 49 allées parallèles écartées de 1 m, représentées sur le schéma ci-contre. Les 48 premières allées, situées dans une parcelle rectangulaire, mesurent 80 m de long :

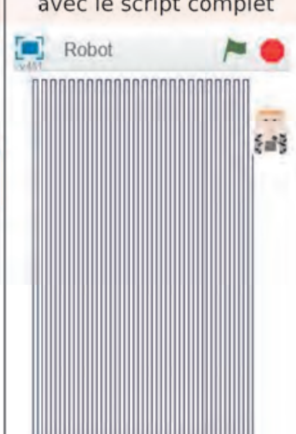
- la 1^re^ allée est [PQ] ;
- la 2^e^ allée est [RS] ;
- la 3^e^ allée est [TU] ;
- les allées 4 à 47 ne sont pas représentées ;
- la 48^e^ allée est [CB].
- La 49^e^ (dernière allée) [DE] est située dans une parcelle triangulaire.

a. Montre que la longueur de la dernière allée est DE = 64 m.

Partie B : Programme de déplacement du robot

On souhaite programmer le déplacement du robot du point P au point E. Le script ci-dessous, réalisé sous Scratch, est incomplet. Toutes les allées sont parcourues une seule fois. L'image « Robot » correspond au résultat attendu lorsque le drapeau vert est cliqué.

On rappelle que l'instruction  signifie que le robot se dirige vers le haut.

Script incomplet de déplacement du robot	Image à obtenir avec le script complet
	

*Pour répondre aux questions **b** et **c**, utilise autant que nécessaire les blocs :*

Les longueurs doivent être indiquées en mètres.

b. Le nouveau bloc « Motif montant » doit reproduire un déplacement du type P-Q-R (voir schéma ci-dessus) et positionner le robot prêt à réaliser le motif suivant. Écris une succession de 4 blocs permettant de définir : « Motif montant ».

c. Le nouveau bloc « Motif descendant » doit reproduire un déplacement du type R-S-T (voir schéma ci-dessus) et positionner le robot prêt à réaliser le motif suivant.
Quelle(s) modification(s) suffit-il d'apporter au bloc « Motif montant » pour obtenir le bloc « Motif descendant » ?

d. Quelles valeurs faut-il donner à x et à y dans le script principal pour que le programme de déplacement du robot donne le résultat attendu ?

Exercice 1 Cette feuille de calcul présente les températures moyennes mensuelles à Tours en 2019.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	Moyenne sur l'année
2	Température en °C	4,4	7,8	9,6	11,2	13,4	19,4	22,6	20,5	17,9	14,4	8,2	7,8	

1 D'après le tableau ci-dessus, quelle a été la température moyenne à Tours en novembre 2019 ?

2 Déterminer l'étendue de cette série.

3 Quelle formule doit-on saisir en cellule N2 pour calculer la température moyenne annuelle ?

4 Vérifier que la température moyenne annuelle est 13,1 °C.

5 La température moyenne annuelle à Tours en 2009 était de 11,9 °C. Le pourcentage d'augmentation entre 2009 et 2019, arrondi à l'unité, est-il de : 7 % ; 10 % ou 13 % ? Justifier la réponse.

Exercice 2 Le Futuroscope est un parc de loisirs situé dans la Vienne.
L'année 2019 a enregistré 1,9 million de visiteurs.

1 Combien aurait-il fallu de visiteurs en plus en 2019 pour atteindre 2 millions de visiteurs ?

2 L'affirmation « Il y a eu environ 5 200 visiteurs par jour en 2019 » est-elle vraie ? Justifier la réponse.

3 Un professeur organise une sortie pédagogique au Futuroscope pour ses élèves de troisième.
Il veut répartir les 126 garçons et les 90 filles par groupes.
Il souhaite que chaque groupe comporte le même nombre de filles et le même nombre de garçons.

a. Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 126 et 90.

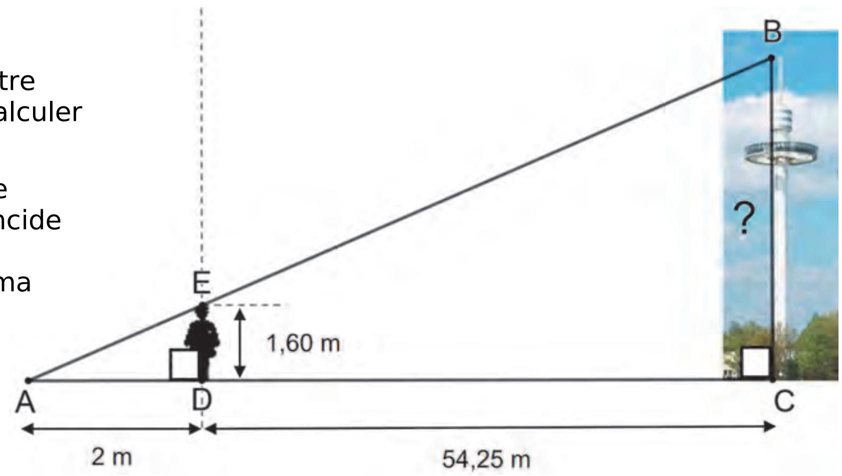
b. Trouver tous les entiers qui divisent à la fois les nombres 126 et 90.

c. En déduire le plus grand nombre de groupes que le professeur pourra constituer.
Combien de filles et de garçons y aura-t-il alors dans chaque groupe ?

4 Deux élèves de 3e, Marie et Adrien, se souviennent avoir vu en mathématiques que les hauteurs inaccessibles pouvaient être déterminées avec l'ombre. Ils souhaitent calculer la hauteur de la Gyrotour du Futuroscope.

Marie se place, comme indiqué sur la figure ci-contre, de telle sorte que son ombre coïncide avec celle de la tour. Après avoir effectué plusieurs mesures, Adrien effectue le schéma ci-contre (le schéma n'est pas à l'échelle), sur lequel les points A, E et B ainsi que les points A, D et C sont alignés.

Calculer la hauteur BC de la Gyrotour.



Exercice 3 *Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).*
Aucune justification n'est demandée. ***Une seule réponse est exacte.*** *Entourer la bonne réponse.*

PARTIE A

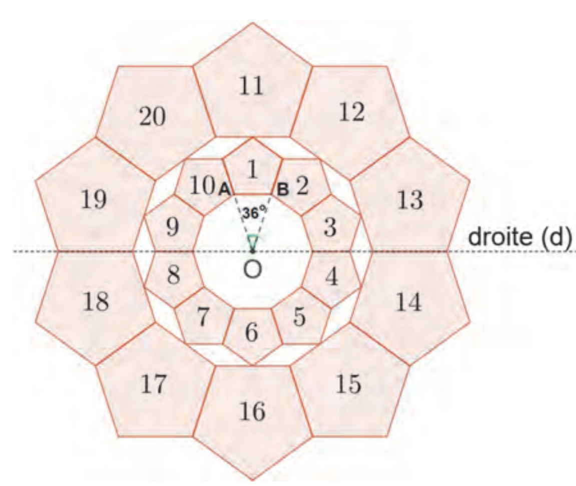
Une urne contient 7 jetons verts, 4 jetons rouges, 3 jetons bleus et 2 jetons jaunes.
Les jetons sont indiscernables au toucher. On pioche un jeton au hasard dans cette urne.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1 À quel évènement correspond une probabilité de $\frac{7}{16}$?	Obtenir un jeton de couleur rouge ou jaune.	Obtenir un jeton qui n'est pas vert.	Obtenir un jeton vert.
2 Quelle est la probabilité de ne pas tirer un jeton bleu ?	$\frac{13}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{4}$

PARTIE B

On considère la figure ci-contre, composée de vingt motifs numérotés de 1 à 20, dans laquelle :

- $\widehat{AOB} = 36°$;
- le motif 11 est l'image du motif 1 par l'homothétie de centre O et de rapport 2.



Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
3 Quelle est l'image du motif 20 par la symétrie d'axe la droite (d) ?	Le motif 17.	Le motif 15.	Le motif 12.
4 Par quelle rotation le motif 3 est-il l'image du motif 1 ?	Une rotation de centre O, et d'angle 36°.	Une rotation de centre O, et d'angle 72°.	Une rotation de centre O, et d'angle 90°.
5 L'aire du motif 11 est-elle égale...	au double de l'aire du motif 1 ?	à 4 fois l'aire du motif 1 ?	à la moitié de l'aire du motif 1 ?

Exercice 4

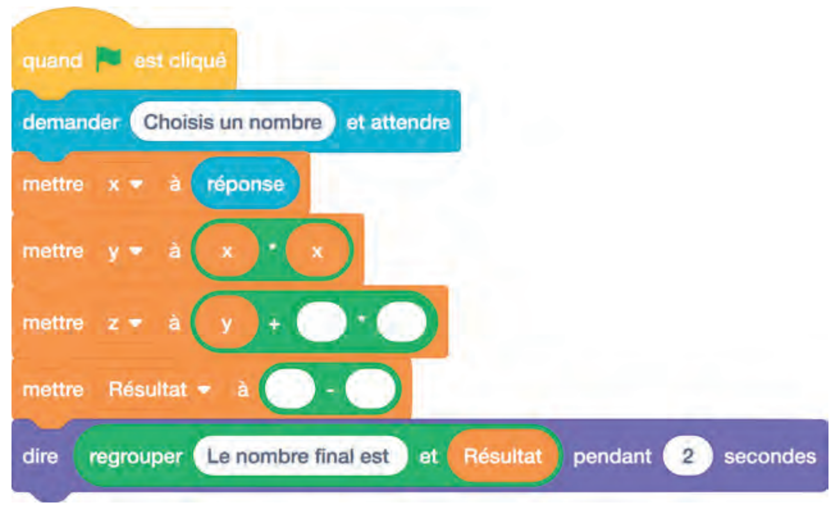
Voici un programme de calcul :

. Choisir un nombre.
. Prendre le carré du nombre de départ.
. Ajouter le triple du nombre de départ.
. Soustraire 10 au résultat.

1 Vérifier que si on choisit 4 comme nombre de départ, on obtient 18.

2 Appliquer ce programme de calcul au nombre – 3.

3 Vous trouverez ci-dessous un script, écrit avec Scratch.



Compléter les lignes 5 et 6 pour que ce script corresponde au programme de calcul.

4 On veut déterminer le nombre à choisir au départ pour obtenir zéro comme résultat.

a. On appelle x le nombre de départ. Exprimer en fonction de x le résultat final.

b. Vérifier que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x + 5)(x - 2)$.

c. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ pour obtenir le nombre 0 à l'arrivée ?

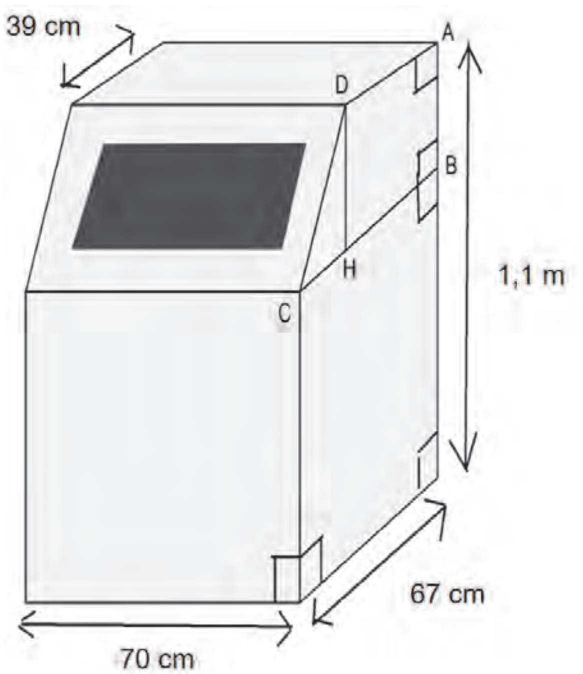
Exercice 5

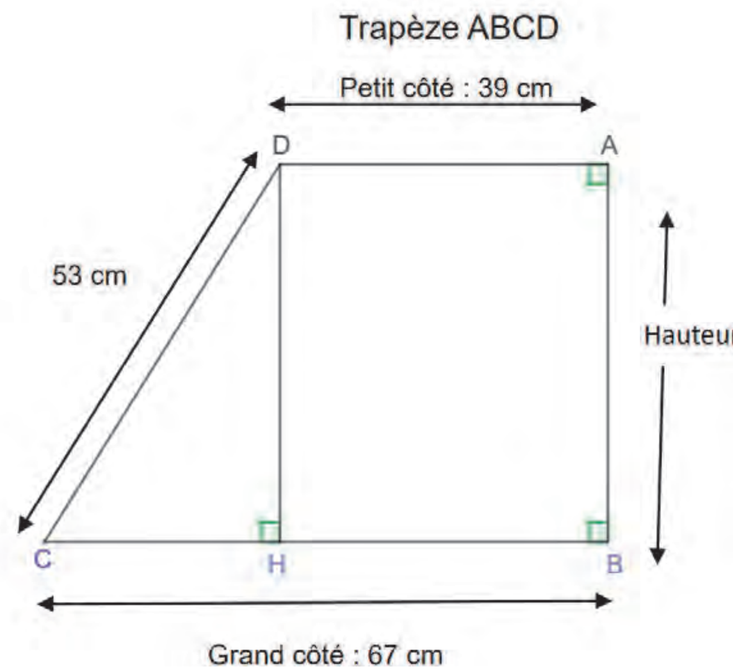
La production annuelle de déchets par Français était de 5,2 tonnes par habitant en 2007. Entre 2007 et 2017, elle a diminué de 6,5 %.

1 De combien de tonnes la production annuelle de déchets par Français en 2017 a-t-elle diminué par rapport à l'année 2007 ?

2 Pour continuer à diminuer leur production de déchets, de nombreuses familles utilisent désormais un composteur.

Une de ces familles a choisi le modèle ci-dessous, composé d'un pavé droit et d'un prisme droit (la figure du composteur n'est pas à l'échelle). Le descriptif indique qu'il a une contenance d'environ 0,5 m³. On souhaite vérifier cette information.





a. Dans le trapèze ABCD, calculer la longueur CH.

....

....

b. Montrer que la longueur DH est égale à 45 cm.

....

....

....

....

....

....

c. Vérifier que l'aire du trapèze ABCD est de 2 385 cm².

....

....

d. Calculer le volume du composteur.
L'affirmation « il a une contenance d'environ 0,5 m³ » est-elle vraie ? Justifier.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Rappels :

- *Aire du trapèze* $= \dfrac{(\textit{Petit côté} + \textit{Grand côté}) \times \textit{Hauteur}}{2}$
- *Volume du prisme droit = Aire de la base × hauteur*
- *Volume du pavé droit = Longueur × largeur × hauteur*